



Vers un accéléromètre atomique sur puce

Matthieu Dupont-Nivet

► To cite this version:

Matthieu Dupont-Nivet. Vers un accéléromètre atomique sur puce. Optique [physics.optics]. Université Paris Saclay (COMUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLO007 . tel-01366681

HAL Id: tel-01366681

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01366681>

Submitted on 15 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLO007

THESE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY

ECOLE DOCTORALE N° 572
Ecole doctorale Ondes et Matière

Spécialité de doctorat : Physique

Par

M. Matthieu Dupont-Nivet

Vers un accéléromètre atomique sur puce

Thèse présentée et soutenue le 22 juin 2016

Composition du Jury :

M. Eric Charron	Prof. Dr., ISMO, Université Paris Saclay	Président du Jury
Mme Hélène Perrin	Chargé de recherche, CNRS, Laboratoire de physique des lasers	Rapporteur
M. Ernst Rasel	Prof. Dr., Institut für Quantenoptik, Hannover	Rapporteur
M. Jakob Reichel	Prof. Dr., Laboratoire Kastler Brosser, Ecole Normale Supérieure	Examineur
M. Sylvain Schwartz	Ingénieur de recherche, Thales Research and Technology France	Co-encadrant
M. Christoph Westbrook	Directeur de recherche, CNRS, Institut d'Optique	Directeur de thèse
M. Philippe Adam	Direction générale de l'armement, MRIS	Invité

© - Matthieu Dupont-Nivet, juillet 2016

Les travaux reportés dans ce manuscrit ont été réalisés à Thales Research and Technology.

Vers un accéléromètre atomique sur puce

Thèse de doctorat
de l'Université Paris-Saclay

préparée conjointement à

l'Institut d'Optique et Thales Research and Technology

sous la direction de :

Christoph Westbrook, Institut d'Optique

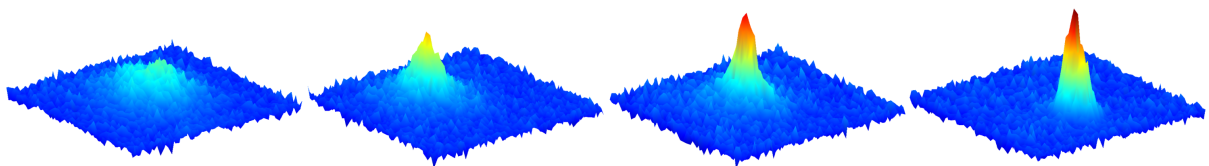
Sylvain Schwartz, Thales Research and Technology

préparée par :

Matthieu Dupont-Nivet, Thales Research and Technology

présentée et soutenue le 22 juin 2016 à l'Institut d'Optique

Version 3.3 24 juillet 2016 23:40





Remerciements

Maintenant que ma thèse est terminée, et que j'ai repris la charge de l'activité atomes froids à TRT, comme le veut la tradition, je dois remercier un certain nombre de personnes en essayant de ne pas en oublier ! Pardon à tous ceux que je vais oublier.

Tout d'abord je souhaite remercier Sylvain Schwartz pour m'avoir offert l'opportunité de réaliser un stage puis une thèse sur des atomes froids en milieu industriel. Trois ans plus tard tu es parti travailler à Boston dans le Center for Ultracold Atoms me jugeant capable de mener la barque tout seul. Merci aussi pour toutes les relectures patientes des nombreuses versions de nos articles et du manuscrit de ma thèse. Je souhaite également remercier Arnaud Brignon et Daniel Dolfi de m'avoir permis de réaliser l'intégralité de mes travaux de thèse dans le laboratoire micro-et nano-physique (LMNP) du groupe de recherche en physique (GRP) de Thales Research and Technology (TRT) et d'avoir très activement travaillé pour mon embauche à TRT. Je remercie aussi mes prédécesseurs sur la manip : Landry Huet et Mahdi Ammar ainsi que Jean-Paul Pocholle qui a lancé cette activité.

Ensuite je souhaite remercier Chris Westbrook pour avoir accepté sans aucune hésitation la direction de ma thèse. Le chapitre sur le STIRAP n'existerait pas sans ses nombreuses idées autour d'un café le lundi midi.

Je remercie Hélène Perrin et Ernst Rasel d'avoir accepté l'important travail de rapporteur de mon manuscrit de thèse ainsi que tous les autres membres de mon jury : Eric Charron, Jakob Reichel, Sylvain Schwartz, Christoph Westbrook et Philippe Adam.

Pour ne pas les oublier, je remercie aussi tous les stagiaires que j'ai eu le plaisir d'encadrer quotidiennement pendant ma thèse (par ordre chronologique) : Théo Laudat, Mathias Casiulis et Romain Demur. Premièrement leur aide fut très précieuse pour la conduite quotidienne de l'expérience, deuxièmement les échanges avec eux ont toujours été très enrichissants.

Les travaux de cette thèse ont été réalisés dans le cadre de deux projets de recherche, je voudrais remercier tous nos collaborateurs sur ces projets. Tout a commencé avec le projet CATS, j'ai eu l'occasion de travailler avec, pour le collage des puces et la partie vide de la manip : Konstantin Ott et Jakob Reichel, pour la théorie : Chris Westbrook, Isabelle Bouchouille et Peter Rosembusch, pour la fabrication des puces atomiques en carbure de silicium : Olivier

Patard, Raphaël Aubry, Sylvain Delage et Didier Lancereau. A la fin de ce projet nous avons continué avec le projet ONACIS où je travaille avec : Carlos Garrido Alzar au SYRTE et, pour la fabrication des puces atomiques, avec : Martine Carbonelle et Gaëlle Lehouc à TRT.

Bien sûr, je n'oublie pas tous mes autres collègues (du plus près au plus loin de mon bureau) : Alexia Ravaille, Gilles Feugnet, Christophe Wilhelm, Sylvain Combrié, Alfredo De Rossi, Jérôme Bourderionnet, Grégory Moille, Aude Martin, Arnaud Brignon, Thierry Debuisschert, Ludovic Mayer, Muriel Schwarz, Jeremy Le Dortz, Nicolas Vannier, Eric Lallier, François Guty, Christian Larat, Arnaud Grisard, Marie Antier, Patrick Feneyrou, Dominique Papillon Ruggeri, Stéphanie Molin, Vincent Crozatier, Gregoire Pillet, Loic Morvan, Luc Leviandier, Pascale Nouchi, Ghaya Baili, Perrine Berger, Romain Demur, Sophie Roux, Yoann Attal, Oriane Lelièvre, Arnaud Peigne, Alexandre Joly et Barbara Petit.

Isa, ma petite fiancée, merci pour ton soutien quotidien, ton sourire et ta bonne humeur, et surtout d'avoir supporté le stress de la fin de la rédaction. Maintenant c'est ton tour de rédiger :) j'espère que j'arriverais à être comme toi :)

Merci Papa, merci Maman :)

Bonne lecture :)

Table des matières

Introduction	15
1 Intérêt des atomes froids	17
1.1 Des capteurs de haute performance	17
1.1.1 Horloge	18
1.1.2 Accéléromètres et gyromètres	20
1.2 Utilisation dans une centrale inertielle	24
1.3 Miniaturiser les capteurs	26
1.3.1 Les puces atomiques	26
1.3.2 Alternatives aux puces atomiques	27
1.3.2.1 Pièges et réseaux optiques	27
1.3.2.2 Séparatrice Raman avec recyclage des atomes	28
1.3.2.3 Séparatrice à grand transfert d'impulsion	29
1.4 Les potentiels habillés	29
1.4.1 Les potentiels optiques	29
1.4.2 Les potentiels radio-fréquences	30
1.4.3 Les potentiels micro-ondes	31
1.5 Architecture d'une centrale inertielle sur puce	32
1.5.1 Une horloge	32
1.5.2 Un accéléromètre	32
1.5.3 Un gyroscope	34
1.6 To BEC or not to BEC	34
2 Dynamique d'un interféromètre à habillage d'état interne	37
2.1 Oscillateur harmonique dépendent du temps	38
2.1.1 Recherche d'un invariant de Lewis	39
2.1.2 Solution générale de l'équation de Schrödinger pour $\hat{H}(t)$	41
2.1.2.1 Recherche des fonctions propres de $\hat{I}(t)$	42

2.1.2.2	Calcul des $\alpha_n(t)$	43
2.1.2.3	Une base de solution	45
2.2	Contraste et différence de phase d'un interféromètre à double puits	46
2.2.1	Calcul de l'évolution des populations	47
2.2.1.1	Application du résultat précédent au cas de notre interféromètre	48
2.2.1.2	Calcul du réseau de franges	49
2.2.1.3	Calcul de l'enveloppe	50
2.2.1.4	Protocole de mesure de $\varphi_g(T)$	50
2.2.2	Description de l'ensemble des populations des différents niveaux vibrationnels en termes d'opérateur densité	51
2.2.3	Le déphasage $S(t_f)$	53
2.2.3.1	Un premier cas simple	53
2.2.3.2	Un cas plus complexe avec séparation et re-combinaison	54
2.2.4	Le contraste $C(t_f)$	57
2.2.4.1	Cas adiabatique avec séparation instantanée	58
2.2.4.2	Cas dépendant du temps	60
2.2.4.3	Effets combinés de g et d'un terme anharmonique sur le contraste	60
2.3	Shortcut to adiabaticity	61
2.3.1	Raccourcis à l'adiabaticité : un bref état de l'art	62
2.3.2	Rétro-ingénierie de l'hamiltonien : méthode des invariants de Lewis-Riesenfeld	64
2.3.2.1	Rappel et définition de la méthode	64
2.3.3	Application à notre interféromètre	65
2.3.3.1	Linéarité du capteur	68
2.3.3.2	Plan d'une séquence expérimentale	70
2.3.3.3	Retrouver le cas adiabatique	70
2.4	Conclusion du chapitre	70
3	Proposition de réalisation d'un interféromètre avec habillage des états internes	85
3.1	État de l'art - habillage micro-onde d'un état interne	86
3.2	Habillage symétrique des deux états internes	88
3.2.1	Énergies habillées micro-ondes	88
3.2.2	Deux potentiels micro-ondes symétriques pour notre interféromètre	89
3.2.3	Potentiel attractif ou répulsif	91
3.2.4	Séparation transverse ou axiale	92
3.2.5	Asymétrie de V_a et V_b	94
3.2.5.1	Effet Zeeman non linéaire	94
3.2.5.2	Correction non résonnante	95

3.3	Existence et déplacement du champ magique	96
3.3.1	En l'absence de couplage micro-onde	96
3.3.2	En présence de couplage micro-onde	97
3.4	Choix d'une configuration	101
3.4.1	Choix généraux	101
3.4.2	Simulation de la configuration	101
3.4.2.1	Termes de couplage $\Omega_i(\mathbf{r})$	102
3.4.2.2	Champ magnétique micro-onde	103
3.4.2.3	Champ magnétique DC	103
3.4.2.4	Simulation	104
3.4.3	Sensibilité aux accélérations	104
3.5	Conclusion du chapitre	107
4	Un premier dispositif expérimental	119
4.1	Description du dispositif expérimental	119
4.1.1	La source laser	120
4.1.2	Enceinte à vide, bobines de champs magnétiques et antennes	123
4.1.2.1	Enceinte à vide	123
4.1.2.2	Aimants et bobines pour les champs magnétiques	124
4.1.2.3	Antennes radio-fréquence et micro-onde	124
4.1.3	Le système d'imagerie	124
4.1.3.1	Signal de fluorescence	125
4.1.3.2	Détection des atomes dans l'état $ F = 2, m_F\rangle$	126
4.1.3.3	Détection des atomes dans les états $ F = 2, m_F\rangle$ et $ F = 1, m_F\rangle$	129
4.1.4	Système de contrôle, sources de courant dc et ac	131
4.2	De la charge de Rubidium au pompage optique	132
4.2.1	Piège magnéto-optique 2D et 3D (MOT 2D et MOT 3D)	132
4.2.1.1	Piège magnéto-optique 2D	132
4.2.1.2	Alignement du piège magnéto-optique 2D	133
4.2.1.3	Le piège magnéto-optique 3D	134
4.2.1.4	Alignement du piège-magnéto-optique 3D	134
4.2.1.5	Le piège magnéto-optique comprimé (CMOT)	135
4.2.2	Mélasse optique	136
4.2.3	Pompage optique	136
4.3	Du piège magnétique au condensat de Bose-Einstein	137
4.3.1	Transfert sur la puce	137
4.3.2	Évaporation radio-fréquence vers la condensation de Bose-Einstein	139
4.3.2.1	Chaîne de fréquence pour le couteau	140
4.3.2.2	Optimisation de l'évaporation	140

4.3.3	Caractérisation du condensat et du piège d'imagerie	142
4.4	Conclusion du chapitre	145
5	Stimulated Raman adiabatic passage	147
5.1	Un bref état de l'art	149
5.2	Stimulated Raman adiabatic passage	150
5.2.1	Description théorique du STIRAP sans pertes	151
5.2.1.1	Approximation de l'onde tournante et transformation unitaire . .	151
5.2.1.2	Principe du STIRAP	152
5.2.1.3	Déplacement de champ moyen dans le STIRAP	154
5.2.2	Description théorique du STIRAP avec pertes	155
5.3	Expérience et simulation	159
5.3.1	Protocole expérimental	159
5.3.1.1	Génération des deux fréquences micro-ondes	159
5.3.1.2	Orientation de la polarisation micro-onde	161
5.3.2	Résultat expérimentaux sur l'efficacité de transfert	163
5.3.3	Simulation du STIRAP	165
5.3.3.1	Protocole de simulation	165
5.3.3.2	Discussion des valeurs des différents paramètres	166
5.4	Discussion physique des résultats	167
5.4.1	Effet des pertes par l'état anti-piégré	167
5.4.2	Effet des pertes par collisions	168
5.4.3	Effet du déséquilibre des fréquences de Rabi	169
5.4.4	Réunir les deux effets précédents	170
5.5	Conclusion du chapitre	171
6	Franges de Ramsey et étude du contraste	181
6.1	Création d'une superposition cohérente - Oscillations de Rabi	181
6.1.1	Description de l'impulsion $\pi/2$ à deux photons	182
6.1.1.1	Dérivation de l'hamiltonien	182
6.1.1.2	Oscillations de Rabi à deux photons	183
6.1.2	Oscillations de Rabi - protocole et mesures	184
6.2	Franges de Ramsey en fonction de la fréquence	186
6.2.1	Oscillations en fonction de la fréquence	187
6.2.2	Vers une horloge, variance d'Allan	188
6.2.2.1	Effet du temps d'interrogation de Ramsey	191
6.2.2.2	Effet du temps de cycle T	191
6.3	Franges de Ramsey en fonction du temps	192
6.3.1	Mesurer le déplacement lumineux induit par l'impulsion à deux photons .	193

6.3.2	Une mesure du déplacement lumineux	193
6.3.3	Vers une étude du contraste	194
6.3.3.1	Protocole et résultats	194
6.3.3.2	Identical spin rotation effect	197
6.4	Conclusion du chapitre	200
Conclusions et perspectives		203
A	Calcul de champ magnétique	207
A.1	Champ créé par une bobine rectangulaire	207
A.2	Champ créé par une paire de bobines en configuration de Helmholtz	208
A.3	Champ créé par une paire de bobines en configuration anti - Helmholtz	210
A.4	Champ créé par un fil en Z	211
A.5	Champ créé par un fil fini de section finie	212
A.6	Etude de l'orientation relative des axes du piège et du champ magnétique au fond du piège dans le cas du dimple	214
B	Guide micro-onde coplanaire	219
C	Expansion libre du nuage	221
C.1	Cas thermique	221
C.2	Cas condensé : régime de Thomas-Fermi	224
D	Séquence de Ramsey avec passage adiabatique	227
D.1	Oscillations de Rabi : cas général	227
D.2	Séquence de Ramsey : cas de l'ARP	229
E	Oscillateur harmonique : conditions adiabatiques	233
Productions scientifiques		235
Bibliographie		237

Introduction

Refroidir les atomes permet d'exacerber le comportement ondulatoire de la matière. Il est ainsi possible de réaliser des interféromètres avec des particules massiques [Cronin *et al.*, 2007, Cronin *et al.*, 2009], qui sont donc sensibles aux effets d'inertie. Ces atomes froids peuvent être utilisés tout d'abord pour réaliser des horloges atomiques. Ces horloges sont utiles, dans le cas d'un système de navigation, comme base de temps pour l'intégration des équations du mouvement. Elles servent aussi pour les systèmes de positionnement par satellites, ainsi que dans la synchronisation des réseaux, par exemple, de télécommunication ou de distribution d'énergie. Ces atomes, ayant une masse, peuvent également être utilisés pour réaliser des accéléromètres utiles pour la navigation. Les accéléromètres mesurent aussi l'accélération de la pesanteur, ils peuvent alors servir de gravimètre. Ces gravimètres peuvent être utiles pour faire de la détection passive d'objets massiques en mesurant les modifications que ces objets apportent au champ d'accélération de la pesanteur. En mesurant la valeur de l'accélération de la pesanteur et en supposant connue une carte spatiale des valeurs de cette accélération, il est possible de faire de la navigation par corrélation de terrain. Par exemple, le passage au-dessus d'un relief, dont on connaît le signal gravimétrique, permet de trouver sa position ce qui peut s'avérer utile pour recalibrer la centrale inertielle d'un sous-marin. Ils servent aussi dans les études géologiques du sol terrestre. En combinant plusieurs gravimètres, il est également possible de faire des gradiomètres qui sont, par exemple, très utiles pour les missions spatiales visant à étudier la géodésie terrestre ou pour s'affranchir de l'accélération du porteur dans le cadre de mesures gravimétriques embarquées. Pour finir, ces atomes froids peuvent être utilisés pour réaliser des gyroscopes, qui sont actuellement les composants limitant les performances des centrales inertielles lors d'une navigation autonome de longue durée.

Cette thèse s'inscrit dans les développements en cours pour la réalisation de capteurs inertiels compacts utilisant des atomes froids. Pour continuer ces développements, elle a trois objectifs principaux à remplir. Le premier est le choix d'un protocole permettant de mesurer des accélérations avec un interféromètre à atomes piégés, ainsi que la modélisation du signal et du contraste de cet interféromètre. Le second est la conception d'une puce atomique permettant de mettre en œuvre le protocole d'interféromètre précédent. Le troisième est la mise en place d'un système

de refroidissement des atomes permettant à terme d'utiliser les puces atomiques conçues pour mesurer l'accélération.

Plan de ce mémoire

Ce manuscrit est divisé en six chapitres, dont l'organisation est la suivante :

- Dans le chapitre 1, nous donnons un bref état de l'art des capteurs à atomes froids utiles pour la réalisation d'une centrale inertielle : horloge, accéléromètre et gyroscope. Nous cherchons un ordre de grandeur des performances d'une telle centrale inertielle et nous présentons certaines technologies permettant de miniaturiser ces capteurs.
- Dans le chapitre 2, nous décrivons théoriquement le concept d'un accéléromètre à atomes froids piégés sur puce atomique. Nous décrivons une séquence de Ramsey, adaptée de celle d'une horloge atomique, pour la mesure d'une accélération. Le signal et le contraste d'un tel interféromètre sont aussi étudiés théoriquement dans le cadre de l'utilisation d'atomes thermiques au voisinage de la température de condensation.
- Dans le chapitre 3, une proposition de réalisation de cet accéléromètre est décrite. Elle utilise deux potentiels habillés micro-ondes, un pour chacun des deux états internes utilisés dans l'interféromètre. Ces deux potentiels permettent de déplacer spatialement les deux états internes de manière indépendante, rendant ainsi l'interféromètre sensible à une énergie potentielle d'accélération. Une implémentation sur une puce atomique ainsi que les performances attendues seront décrites.
- Dans le chapitre 4, nous décrivons l'expérience mise en place dans le cadre de cette thèse, et notamment le refroidissement des atomes de rubidium 87 jusqu'à la condensation de Bose-Einstein dans l'état interne $|2, 2\rangle$.
- Dans le chapitre 5, nous décrivons un protocole de changement d'état interne du nuage atomique, condensé ou non-condensé, mis en place pour préparer les atomes dans l'état $|2, 1\rangle$. Ce protocole repose sur le transfert par *stimulated Raman adiabatic passage*. Un tel transfert est nécessaire car le refroidissement des atomes est réalisé dans l'état $|2, 2\rangle$ et les deux états de l'interféromètre sont $|2, 1\rangle$ et $|1, -1\rangle$.
- Dans le chapitre 6, nous présentons les premières réalisations de séquences de Ramsey sans séparation spatiale des états internes (séquence d'horloge). Une étude du contraste de ces franges en fonction de la température et de la symétrie des pièges est aussi présentée. Elle a permis de valider les développements théoriques du chapitre 2 sur le contraste d'un accéléromètre à atomes thermiques sur puce atomique.

Intérêt des atomes froids

Avant de commencer l'exposé des travaux réalisés dans le cadre de cette thèse, nous examinons tout d'abord l'utilité des atomes froids pour la réalisation de capteurs de haute précision. Nous discuterons des puces atomiques [Fortágh et Zimmermann, 2007, Reichel et Vuletic, 2010] comme moyen de rendre compacts ces capteurs en piégeant les atomes. Nous présenterons aussi un certain nombre de techniques alternatives aux puces atomiques. Ensuite, nous examinerons l'utilisation des puces pour réaliser une centrale inertielle et décrirons une implémentation sur puce de chacun des trois composants : horloge, accéléromètre et gyroscope, nécessaires à cette centrale. Nous chercherons à extrapoler les performances d'une centrale à atomes froids dans le cadre d'une navigation inertielle autonome pouvant ainsi s'affranchir d'autres systèmes de positionnement, comme le GNSS (*Global Navigation Satellite System*) ou les balises radios. Comme les implémentations proposées pour l'accéléromètre et le gyromètre sur puce reposent sur des potentiels habillés, nous passerons en revue les potentiels optiques, radio-fréquences et micro-ondes pour trouver les plus adaptés à notre problème de miniaturisation des capteurs sur puce atomique.

1.1 Des capteurs de haute performance

Dans ce paragraphe nous passons en revue quelques réalisations d'horloges, accéléromètres et gyroscopes à atomes froids. Nous comparons leurs performances aux technologies conventionnelles faisant appel à l'optique, la déflexion magnétique et aux systèmes mécaniques.

1.1.1 Horloge

Technologies conventionnelles Deux références de fréquence utilisées de manière courante sont : les quartz et les horloges à jet thermique de césium¹. Les quartz de type *BVA oscillators*² présentent une instabilité relative de fréquence sous les 10^{-13} à 1 s, mais cette dernière remonte rapidement après typiquement 10 à 1 000 s d'intégration [Chauvin *et al.*, 2007, Cermák *et al.*, 2007, Kuna *et al.*, 2008]. Les horloges à jet thermique de césium présentent une instabilité de $2 \cdot 10^{-12}/\sqrt{\tau}$ avec un plancher de bruit de flicker de fréquence d'environ $3 \cdot 10^{-14}$. Elles utilisent la déflexion magnétique pour la préparation et la détection des atomes [Ramsey, 1983]. Dans le cas où la préparation et la détection des atomes sont faites par laser, les performances de ces horloges sont améliorées d'un ordre de grandeur soit $2 \cdot 10^{-13}/\sqrt{\tau}$ et un plancher de bruit de flicker de fréquence à $3 \cdot 10^{-15}$.

Regardons maintenant ce qu'il est possible de réaliser comme référence de fréquence avec des atomes froids. Avant de donner quelques exemples de réalisation d'horloge, nous décrivons brièvement le principe de fonctionnement d'une horloge atomique.

Principe d'une horloge atomique Une horloge atomique comprend un oscillateur local de fréquence f_{osc} et des atomes assimilés à un système à deux niveaux. Ces derniers sont notés $|a\rangle$ et $|b\rangle$. La fréquence de transition f_0 entre les deux niveaux est supposée connue, stable et sert de référence. Périodiquement le signal de l'oscillateur local sert à interroger la transition atomique pour comparer les deux fréquences f_{osc} et f_0 . La fréquence de l'oscillateur f_{osc} est alors corrigée pour être recalée sur f_0 . Pour réaliser une référence de fréquence stable dans le temps, il est nécessaire de rendre la transition atomique insensible aux perturbations dues à l'environnement. La comparaison des deux fréquences repose sur la méthode des champs oscillants successifs [Ramsey, 1949, Ramsey, 1950, Ramsey, 1980, Ramsey, 1990]. Elle permet d'obtenir les franges dites de Ramsey [Kleppner, 2013]. Dans cette méthode les atomes sont tout d'abord préparés dans l'état $|a\rangle$. S'en suivent les trois phases suivantes :

i) Un champ oscillant à la fréquence de l'oscillateur local f_{osc} est tout d'abord appliqué aux atomes (première impulsion $\pi/2$). Il permet de mettre les atomes dans une superposition cohérente à poids égaux des deux états $|a\rangle$ et $|b\rangle$.

ii) Pendant un certain temps d'évolution libre T , un déphasage $2\pi f_0 T$ s'accumule entre les deux composantes de la fonction d'onde atomique car les deux états atomiques n'ont pas la même énergie³. Pendant le même temps la phase de l'oscillateur local évolue de $2\pi f_{osc} T$.

iii) Une deuxième application du champ oscillant, identique à la première, permet de traduire la différence entre les phases accumulées, par l'oscillateur local $2\pi f_{osc} T$ et par les atomes $2\pi f_0 T$, en une différence entre les populations atomiques des deux états (seconde impulsion $\pi/2$). La

1. Il en existe d'autres, comme les micro-horloges à rubidium de Symmetricom.

2. BVA pour boîtier à vieillissement amélioré.

3. Elles diffèrent de hf_0 .

population dans l'état $|a\rangle$ est alors proportionnelle à $1 - \cos[2\pi(f_{osc} - f_0)T]$ et celle de l'état $|b\rangle$ à $1 + \cos[2\pi(f_{osc} - f_0)T]$.

La mesure des deux populations permet de connaître la différence de fréquence, et ainsi de corriger les dérives de f_{osc} . Cette procédure est détaillée dans le chapitre 2, ainsi que dans la référence [Cohen-Tannoudji et Guéry-Odelin, 2011].

Les fontaines atomiques Le principe de mesure précédent est celui utilisé sur les fontaines atomiques [Bize *et al.*, 2004, Wynands et Weyers, 2005, Guéna *et al.*, 2012, Abgrall *et al.*, 2015]. Proposé par Zacharias en 1953 [Ramsey, 1983], elles sont maintenant prédominantes dans la définition du temps international. Dans ces fontaines, f_{osc} et f_0 sont dans le domaine micro-onde⁴. Les atomes sont d'abord refroidis, à l'aide d'une mélasse optique [Chu *et al.*, 1985, Dalibard, 2015], jusqu'à environ 1 μ K, puis ils sont préparés dans un seul état et lancés vers le haut. Au début de leur ascension les atomes passent à travers une cavité micro-onde, ce qui permet de réaliser la première impulsion $\pi/2$ et de mettre les atomes dans une superposition cohérente des deux états d'horloges⁵. Une fois la cavité micro-onde passée, les atomes montent jusqu'à l'apex de leur trajectoire puis redescendent, c'est la phase d'évolution libre. A la fin de leur chute les atomes repassent une seconde fois dans la cavité micro-onde, subissant ainsi l'effet de la seconde impulsion $\pi/2$. La différence de phase entre l'oscillateur et les atomes est alors transcrite sur les populations atomiques. Enfin, pour mesurer la différence de fréquence entre la référence atomique et l'oscillateur, les populations atomiques des deux états sont détectées.

Depuis les premières réalisations expérimentales de fontaines au sodium [Kasevich *et al.*, 1989] et au césium [Clairon *et al.*, 1991], de très nombreux raffinements expérimentaux ont permis d'atteindre, sur de tels dispositifs, une stabilité relative de fréquence de l'ordre de $10^{-14}/\sqrt{\tau}$ [Guéna *et al.*, 2012] limitée par le bruit de projection quantique [Itano *et al.*, 1993], où τ est le temps d'intégration. Cette stabilité s'intègre jusqu'à $2 \cdot 10^{-16}$ après 50 000 s et la valeur mesurée présente une exactitude de $7 \cdot 10^{-16}$ [Guéna *et al.*, 2012].

Une fontaine atomique a aussi été réalisée dans le cadre de la mission spatiale Pharo [Laurent *et al.*, 2015, Lévêque *et al.*, 2015]. Cela montre la fiabilité des développements technologiques, des systèmes lasers, des enceintes à vide et de l'électronique utilisés dans ces expériences.

Les horloges optiques Pour une horloge limitée par le bruit de projection quantique, la stabilité relative de fréquence est proportionnelle à $\delta f_0/f_0$ [Ludlow *et al.*, 2015, Derevianko et Katori, 2011], où δf_0 est l'erreur sur la mesure de f_0 . Il a donc été proposé d'utiliser des transitions atomiques avec f_0 dans le domaine optique, passant ainsi d'environ 10 GHz à quelques 100 THz. A δf_0 constant et toutes choses égales par ailleurs, l'utilisation d'une référence optique permet un gain potentiel de quatre à cinq ordres de gran-

4. Pour la définition de la seconde, une transition hyperfine de l'atome de césium est utilisé. Cette transition est à la fréquence $f_0 = 9,192\,631\,770$ GHz (exact) [Steck, 2003a].

5. Ce sont les états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ du paragraphe précédent. Dans le cas de l'atome de césium il s'agit des deux niveaux hyperfins fondamentaux $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle$.

deurs sur la stabilité relative de fréquence. L'arrivée des peignes de fréquences optiques [Diddams *et al.*, 2000, Holzwarth *et al.*, 2000, Maddaloni *et al.*, 2009] a permis la mesure des fréquences optiques et donc la réalisation expérimentale d'horloges à interrogation dans le domaine optique. Deux grandes catégories d'horloges optiques se distinguent : les horloges à ions piégés et les horloges à atomes neutres sur réseau optique. Dans une horloge à ions piégés [Chou *et al.*, 2010], quelques ions sont piégés par un potentiel électrique, ce sont typiquement des ions Al^+ Ca^+ Sr^+ Hg^+ ou Yb^+ [Riehle, 2015]. Une transition dans le domaine optique est alors exploitée pour verrouiller la fréquence du laser d'interrogation, qui joue le rôle d'oscillateur local. Pour réduire les perturbations de la fréquence d'horloge par la répulsion coulombienne, le nombre d'ions piégés doit rester limité. Cette répulsion est fortement diminuée pour les atomes neutres. En piégeant ces derniers dans un réseau optique, il est possible d'en piéger et donc d'en interroger beaucoup plus à la fois. Par ailleurs, l'utilisation de condition de piégeage dites magiques a permis de rendre insensibles les deux états d'horloge aux déplacements lumineux dus au piège. Ainsi des horloges optiques à atomes neutres sur réseaux optiques ont été proposées [Katori *et al.*, 2003] et réalisées [Hinkley *et al.*, 2013, Falke *et al.*, 2014]. En utilisant l'atome d'ytterbium, il est possible d'atteindre une instabilité relative de fréquence de $3,2 \cdot 10^{-16}/\sqrt{\tau}$ s'intégrant jusqu'à $1,6 \cdot 10^{-18}$ en 50 000 s [Hinkley *et al.*, 2013] avec une exactitude de $3 \cdot 10^{-17}$ [Falke *et al.*, 2014].

Les horloges à atomes froids présentent donc des performances largement supérieures aux autres technologies de mesure du temps.

1.1.2 Accéléromètres et gyromètres

Technologies conventionnelles Pour comprendre le gain apporté par les atomes froids, il nous faut tout d'abord regarder les performances des technologies existantes. Une revue de ces différentes technologies utilisées pour les gyromètres et accéléromètres en navigation inertielle est présentée dans la référence [Barbour, 2010]. Une description des gravimètres classiques est présentée dans la référence [Huet, 2013].

Gravimètres Le plus connu des gravimètres est le FG-5 de Scintrex [Niebauer *et al.*, 1995]. C'est un gravimètre balistique, qui repose sur la chute d'une masse d'épreuve. Cette masse est liée à un coin de cube, dont la position est mesurée par interférométrie optique. Il a une exactitude de $10^{-9} g$. Des instruments plus transportables utilisent une force de rappel qui doit être étalonnée régulièrement. Typiquement, une masse est accrochée au bout d'un ressort et les changements de la position d'équilibre de la masse permettent de connaître les changements de g . Le CG-5 de Scintrex repose sur ce principe. Il possède⁶ une sensibilité de $5 \cdot 10^{-9} g$, mais présente une dérive importante. Enfin, une troisième catégorie de gravimètres repose sur le déplacement d'un objet en lévitation magnétique ou électrostatique. Le gravimètre à lévitation supraconductrice est le

6. Données constructeurs.

plus sensible de tous : il atteint une sensibilité de $10^{-13} g$ avec une dérive de quelques $10^{-9} g$ par an [Neumeyer, 2010].

Accéléromètres Typiquement, les accéléromètres MEMS (*micro-electro-mechanical-system*) présentent un bruit d'environ $50 \mu g/\sqrt{\text{Hz}}$ à haute fréquence [Wu *et al.*, 2004] et une stabilité du biais d'environ 1 mg [Ullah *et al.*, 2015]. Sur ces dispositifs, le bruit à haute fréquence est faible mais la dérive long terme est importante.

Gyromètres Il existe aussi des gyroscopes de type MEMS mais ceux-ci ne sont pas les plus performants du marché [Barbour, 2010, Piot *et al.*, 2015]. La stabilité de leur biais est typiquement limitée à 5 deg/h [Barbour, 2010]. Les plus performants sont les gyroscopes optiques reposant sur l'effet Sagnac [Loukianov *et al.*, 1999] de type FOG (*fiber-optical-gyro*) [Lefèvre, 1996] et de type RLG (*ring-laser-gyro*) [Chow *et al.*, 1985, Wilkinson, 1987]. Typiquement un FOG a un bruit limité par le *shot-noise* d'environ $0,1 \text{ mdeg}/\sqrt{\text{h}}$ et présente une stabilité du biais (en environnement calme) entre 1 et $0,1 \text{ mdeg/h}$ [Lefèvre, 2014]. Il est adapté au besoin court terme. Un gyroscope RGL a un bruit de l'ordre de $1 \text{ mdeg}/\sqrt{\text{h}}$ et une stabilité long terme entre 10 et 1 mdeg/h [Désilles *et al.*, 2011]. Il est plus adapté au besoin long terme car sa cavité laser en anneau, qui définit l'aire Sagnac, est en zéro-dur. Il est donc plus stable mécaniquement que la bobine de fibre d'un FOG.

Passons maintenant aux réalisations utilisant des atomes froids. Nous décrivons sommairement les interféromètres à séparatrice Raman, avant de donner les performances des gravimètres, accéléromètres et gyroscopes les utilisant.

Interféromètre à séparatrice Raman Le principe de fonctionnement des accéléromètre et gyroscope à atomes froids repose sur l'interféromètre de Ramsey-Bordé [Bordé, 1989]. Comme dans un interféromètre de Ramsey, il est fait usage de deux impulsions $\pi/2$ et les interférences ont lieu entre deux états internes différents. Les impulsions sont réalisées à l'aide d'un laser comprenant deux fréquences (cohérentes en phase). Cela permet de faire une transition Raman stimulée [Keller *et al.*, 1999, Champenois *et al.*, 2001] entre les deux états de l'interféromètre, et ainsi de transférer des impulsions différentes aux deux états. De cette différence d'impulsion, il résulte, après propagation libre, une séparation spatiale des deux états. Cette séparation spatiale rend l'interféromètre sensible aux champs d'accélération et de rotation. Reprenons son principe décrit sur la figure 1.1. Tout d'abord, les atomes sont préparés dans l'état $|a, \mathbf{p}\rangle$ où a est l'état interne et \mathbf{p} l'état d'impulsion de l'atome. Ensuite :

i) Une première impulsion $\pi/2$ Raman sert de séparatrice atomique. Elle met les atomes dans une superposition des deux états : $|a, \mathbf{p}\rangle$ et $|b, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$ avec $\mathbf{k}_{\text{eff}} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$.

ii) Après un temps T une impulsion π est appliquée aux atomes. Cela permet, comme schématisé sur la figure 1.1, d'échanger l'état atomique (interne et impulsion) des deux paquets d'atomes. Après un second intervalle de temps T , les atomes sont recombinaés spatialement.

iii) Une seconde impulsion $\pi/2$ est appliquée aux atomes, puis la population dans les deux états est lue pour mesurer le déphasage.

Après cette séquence, il est possible de montrer que le déphasage est de la forme suivante [Gustavson, 2000, Takase, 2008] :

$$\delta\phi = \frac{2m}{\hbar} \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{a} T^2 - \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{a}) T^3 \quad (1.1)$$

avec \mathbf{a} (respectivement $\boldsymbol{\Omega}$) l'accélération (respectivement la rotation) à laquelle est soumis le capteur. \mathbf{A} est un vecteur normal à la surface contenue dans la trajectoire des atomes, et de norme égale à cette surface.

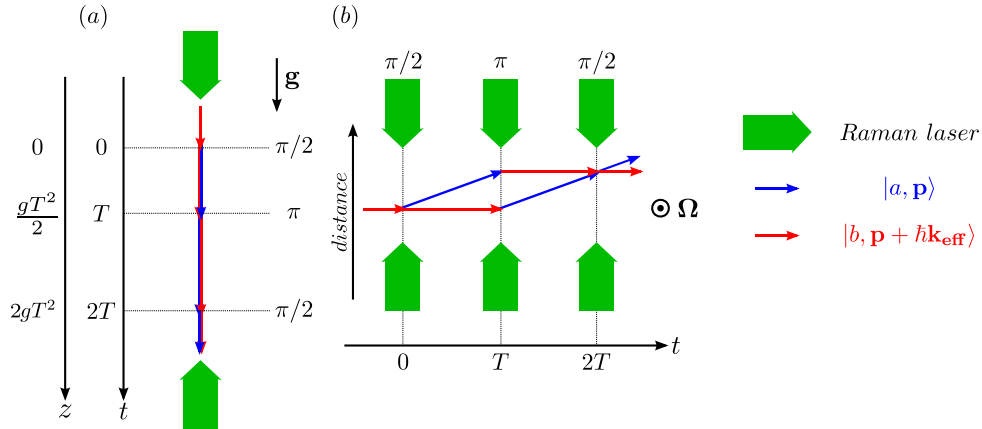


FIGURE 1.1 – Principe de l'interféromètre de Ramsey-Bordé. (a) application à la réalisation d'un gravimètre ou d'un accéléromètre pour mesurer l'accélération \mathbf{g} . (b) application à la réalisation d'un gyroscope pour mesurer la rotation $\boldsymbol{\Omega}$.

Gravimètre En utilisant le principe de la figure 1.1.a, la première accélération mesurée par ces interféromètres fut l'accélération de la pesanteur \mathbf{g} [Kasevich et Chu, 1991]. Dans ces dispositifs, les faisceaux Raman sont colinéaires au mouvement des atomes. Ainsi $\mathbf{A} = 0$. De plus ces atomes étant en chute libre, \mathbf{k}_{eff} est perpendiculaire à $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{g}$. Le déphasage est donc :

$$\delta\phi_{\text{gravi}} = \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g} T^2 \quad (1.2)$$

La première réalisation [Kasevich et Chu, 1991, Kasevich et Chu, 1992] atteignait déjà une sensibilité relative de $3 \cdot 10^{-6}$ après environ 15 minutes d'intégration. Plus récemment, une sensibilité de $8 \cdot 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$ [Müller *et al.*, 2008, Peters *et al.*, 2001] a été démontrée avec des gravimètres atomiques. Deux autres réalisations peuvent aussi être citées : l'une en France [Gillot *et al.*, 2014], présente une sensibilité relative de $5,7 \cdot 10^{-9}/\sqrt{\tau}$ s'intégrant jusqu'à $2 \cdot 10^{-10}$ en 1500 s, l'autre en Chine [Hu *et al.*, 2013], présente une sensibilité relative de $4,2 \cdot 10^{-9}/\sqrt{\tau}$ s'intégrant jusqu'à $3 \cdot 10^{-10}$ en 300 s. En utilisant une fontaine de huit mètres de haut, certains dispositifs visent à atteindre une sensibilité de l'ordre de $10^{-12} g/\sqrt{\text{Hz}}$ [Dickerson *et al.*, 2013]. Des gravimètres compacts [Bodart *et al.*, 2010], basés sur l'utilisation d'un coin de cube pour le piège magnéto-

optique et la mélasse optique [Lee *et al.*, 1996], ont aussi été démontrés. Un premier prototype industriel⁷ a été développé en utilisant cette technique.

Pour réaliser des démonstrateurs pour des missions spatiales [Ertmer *et al.*, 2009, Schuldt *et al.*, 2015], ou encore pour des tests du principe d'équivalence [Bonnin *et al.*, 2013, Schlippert *et al.*, 2014, Hartwig *et al.*, 2015], les gravimètres ont donné lieu à de nombreux développements technologiques pour permettre les tenues à l'environnement des sources laser et des enceintes à vide. Un accéléromètre fonctionnant en microgravité a été développé pour des expériences dans l'avion 0-g [Geiger *et al.*, 2011, Geiger, 2011]. D'autres expériences, résistantes à des décélérations de 50g, ont aussi été développées pour réaliser des mesures en micro-gravité dans la tour de chute du ZARM⁸ [van Zoest *et al.*, 2010a, Müntinga *et al.*, 2013, Rudolph *et al.*, 2015], ou encore pour être lancées dans une fusée [van Zoest *et al.*, 2010b, Scharringhausen *et al.*, 2012] permettant des phases de micro-gravité de plusieurs minutes.

Gradiomètre En interrogeant deux gravimètres avec les mêmes lasers Raman, des gradiomètres ont été réalisés [McGuirk *et al.*, 2002, Yu *et al.*, 2006]. De tels instruments sont actuellement en cours de développement pour des missions spatiales, avec un objectif de sensibilité de $10^{-12} \text{ s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ [Carraz *et al.*, 2014]. Cette sensibilité remarquable est en grande partie due à l'environnement de micro-gravité permettant d'envisager des temps d'interrogations de plusieurs secondes tout en gardant un dispositif relativement compact.

Gyroscope Toutes choses égales par ailleurs, la réalisation d'un gyroscope atomique permet un gain en terme de sensibilité aux rotations donné par le rapport entre l'énergie de masse de l'atome et l'énergie d'un photon, $mc^2/(h\nu)$, soit environ onze ordres de grandeur par rapport à un gyrolaser [Heer, 1965]. Bien qu'en pratique ces onze ordres de grandeurs soient contrebalancés par la surface plus petite et le rapport signal sur bruit plus faible, la première réalisation d'un gyroscope⁹ atomique [Riehle *et al.*, 1991] a ouvert la voie aux mesures de rotations avec des atomes. Cette réalisation utilisait un jet d'atome thermique de calcium. Depuis des faisceaux d'atomes de césium refroidis dans la direction perpendiculaire aux faisceaux¹⁰ ont été utilisés. Cela a permis dans un premier temps une stabilité court terme de $20 \text{ nrad}/(\text{s}\sqrt{\text{Hz}})$ [Gustavson *et al.*, 1997]. Depuis, ce gyroscope a été amélioré pour atteindre une stabilité du biais meilleure que $70 \mu\text{deg}/\text{h}$ pendant 10^4 s , une stabilité du facteur d'échelle supérieure à 5 ppm et un bruit court terme de $3 \mu\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$ [Durfée *et al.*, 2006]. Des gyroscopes utilisant des nuages d'atomes froids refroidis dans les trois directions de l'espace avec une mélasse optique ont aussi été développés [Holleville, 2001, Stockton *et al.*, 2011].

7. Muquans : <http://www.muquans.com/>

8. *Zentrum für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation*

9. Une petite précision de langage : un gyroscope mesure une vitesse angulaire de rotation et un gyromètre mesure une position angulaire, la sortie d'un gyroscope est donc la dérivée de celle d'un gyromètre.

10. Ce sont des faisceaux d'atomes créés par un piège magnéto-optique à deux dimensions.

Une expérience mesurant les rotations et accélérations dans les trois directions de l'espace [Canuel *et al.*, 2006] a aussi été réalisée. Elle montre la possibilité de réaliser une centrale inertielle complète à atomes froids.

Pour améliorer la sensibilité aux accélérations et aux rotations des séquences de type $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ ont aussi été développées [Canuel *et al.*, 2006, Gustavson, 2000]. L'amélioration de la sensibilité des gyroscopes atomiques passe aussi par l'augmentation de l'aire contenue dans la trajectoire atomique. Des séparatrices à grand transfert d'impulsion, réalisées avant tout pour les gravimètres [Chiuw *et al.*, 2011], peuvent aussi servir à cette augmentation de l'aire.

De tous les chiffres précédents, nous pouvons tirer une conclusion importante : à savoir que les horloges et les capteurs inertiels à atomes froids ont démontré des performances supérieures ou égales aux technologies concurrentes. Etant données les possibilités d'évolution restant à venir, ils peuvent constituer une rupture technologique, à condition de trouver des solutions pour les rendre plus compacts et ainsi embarquables.

1.2 Utilisation dans une centrale inertielle

La principale application nous intéressant est la réalisation d'une centrale inertielle à atomes froids. Cette centrale inertielle tirerait profit des performances plus élevées des capteurs à atomes, par rapport aux capteurs classiques, dans le but de réaliser une navigation autonome de longue durée, sans l'aide de moyens de positionnement extérieurs au porteur. Augmenter les performances des différents capteurs permet de réduire l'erreur de positionnement après une durée T de navigation. Pour fixer des ordres de grandeur de cette erreur, examinons comment les erreurs d'accélération et de positionnement angulaire se répercutent sur l'erreur de position δp_i . Cette erreur provient majoritairement des trois facteurs suivants, en négligeant les oscillations de Schuler :

i) L'erreur δa sur la mesure de l'accélération \mathbf{a} se traduit en une erreur de position lors de la double intégration effectuée pour passer de l'accélération à la position :

$$\delta p_1 = \frac{1}{2} \times \delta a \times T^2 \quad (1.3)$$

ii) Une dérive sur la mesure de la vitesse angulaire $\delta\Omega$ se traduit par une erreur angulaire $\delta\Omega T$ de la plate-forme inertielle. Cet effet induit une erreur sur l'accélération $a\delta\Omega T$ et donc en une erreur de position :

$$\delta p_2 = \frac{1}{6} \times a \times \delta\Omega \times T^3 \quad (1.4)$$

iii) Une erreur sur la mesure des angles de roulis et de tangage $\delta\theta = \delta\Omega T$ provoque une erreur sur la connaissance du plan horizontal. Cet effet introduit une erreur de compensation de l'accélération de la pesanteur égale à $g \sin(\delta\theta)$. Cette erreur se répercute sur l'erreur d'accélération et

induit à son tour une erreur de position de la forme :

$$\delta p_3 = \frac{1}{2} \times g \times \sin(\delta\theta) \times T^2 \quad (1.5)$$

Comme le montrent les équations précédentes, l'erreur due à la dérive des gyroscopes est celle qui augmente le plus rapidement avec la durée de la navigation. Elle est donc prédominante à long terme (table 1.1).

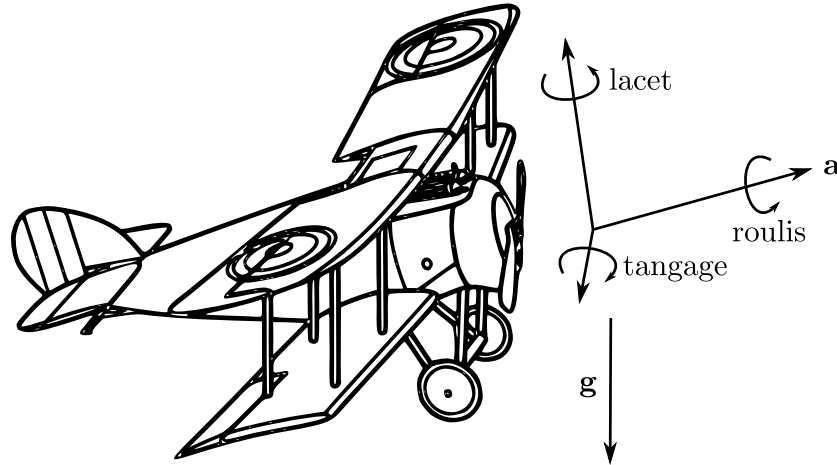


FIGURE 1.2 – Angle de lacet (yaw), de roulis (roll) et de tangage (pitch) sur un porteur. Sont aussi représentées les accélérations du porteur \mathbf{a} et de la pesanteur \mathbf{g} .

Les trois équations précédentes ne sont que des ordres de grandeur. Pour être plus précis, il est possible de simuler, en intégrant les équations du mouvement, le comportement des capteurs lors d'une navigation le long d'une trajectoire test. Nous pouvons toutefois les utiliser pour comparer rapidement les performances d'une centrale inertielle classique avec celles que pourrait fournir une centrale utilisant des capteurs à atomes froids.

centrale	δa		$\delta\Omega$	
classique	$1 \cdot 10^{-5} g$ iMAR		5 mdeg/h [Désilles <i>et al.</i> , 2011]	
atomes froids	$3,4 \cdot 10^{-9} g$ [Peters <i>et al.</i> , 2001]		70 μ deg/h [Durfee <i>et al.</i> , 2006]	
centrale	δp_1 @ 1h	δp_2 @ 1h	δp_3 @ 1h	δp_{tot} @ 1h
classique	0,7 km	1,9 km	0,1 km	2 km
atomes froids	0,2 m	26 m	1,4 m	26 m

TABLE 1.1 – Comparaison de l'erreur de positionnement après une heure de navigation inertielle avec une centrale inertielle classique (avec un gyromètre optique et un accéléromètre de type MEMS) et une centrale à atomes froids. Pour l'accéléromètre classique voir les composants iNN-202 et iIMU-FSAS-NG de iMAR.

Les performances, en termes d'erreurs de position, d'une centrale inertielle classique et d'une centrale à atomes froids sont comparées dans la table 1.1. La centrale à atomes froids permet

d'atteindre une erreur de position de 26 m après une heure de navigation. Les chiffres utilisés dans le cadre de la centrale classique sont optimistes. Typiquement, une centrale pour la navigation aéronautique est de la classe 2 Nm/h, où Nm est l'unité pour les milles nautiques (1 Nm = 1852m).

1.3 Miniaturiser les capteurs

Les réalisations expérimentales des fonctions horloge, accéléromètre et gyromètre à atomes froids décrites dans la partie précédente font toutes appelées à des atomes libres non piégés. Comme les temps d'interrogation sont longs, de l'ordre d'une seconde pour obtenir les performances souhaitées, les atomes chutent (gravimètre) ou sont lancés (fontaines atomiques et gyroscopes) sur de grandes distances. Elles sont typiquement de l'ordre du mètre. Cela empêche de miniaturiser la partie sensible du capteur. Pour résoudre ce problème, une solution peut être d'utiliser des atomes piégés et d'adapter les protocoles de mesure à leur utilisation (nous verrons d'autres approches dans la suite). L'utilisation d'atomes piégés a trois principaux avantages :

- i) Il est possible de miniaturiser la partie sensible du capteur et ainsi d'envisager des applications embarquées.
- ii) Les atomes étant confinés dans un piège de taille microscopique, nous pouvons faire des mesures des variations spatiales des forces à l'échelle microscopique qui permettent, par exemple, de tester les lois de la gravitation sur de très courtes distances comme sur l'expérience FORCA-G [Hilico, 2014].
- iii) Le temps d'interrogation et la taille du dispositif ne sont plus couplés. Cette propriété permet d'envisager des temps d'interrogations très longs, seulement accessibles en micro-gravité par des atomes libres.

De plus nous souhaitons utiliser des séquences d'interférométries de type Ramsey pour réaliser un interféromètre dans l'espace des états internes de l'atome. A terme, il serait possible de détecter les interférences uniquement par spectroscopie et de se dispenser d'un système d'imagerie complexe nécessaire à la visualisation de franges d'interférences spatiales.

1.3.1 Les puces atomiques

Un candidat de choix pour miniaturiser la partie physique du capteur est la puce atomique [Reichel *et al.*, 2001, Reichel, 2002, Folman *et al.*, 2002, Fortágh et Zimmermann, 2007, Reichel et Vuletic, 2010, Keil *et al.*, 2016]. Une puce atomique est un substrat isolant, par exemple en silicium [Böhi, 2010], en nitrure d'aluminium [Armijo *et al.*, 2010] ou en carbure de silicium [Huet *et al.*, 2012], sur lequel des fils métalliques, par exemple en or, sont déposés en utilisant les techniques conventionnelles de la micro-électronique. De telles pistes conductrices peuvent aussi être réalisées avec des matériaux supra-conducteurs [Nirrengarten *et al.*, 2006] pour limiter l'échauffement thermique. La géométrie des fils peut être facilement modifiée en

fonction des applications et plusieurs niveaux de métallisation sont utilisables. Par ailleurs, beaucoup d'efforts ont été faits pour miniaturiser les enceintes à vide nécessaires aux expériences utilisant des puces atomiques. Sur ce point, citons les travaux de l'UC Boulder [Squires, 2008, Farkas *et al.*, 2010, Salim, 2011, Salim *et al.*, 2011]. La taille des enceintes a été réduite à celle d'un tube d'une horloge commerciale à jet de césium, et des travaux sont en cours pour diminuer encore plus la taille de ces enceintes [Salim *et al.*, 2011, McBride *et al.*, 2013].

Les puces atomiques sont des composants très polyvalents [Fortágh et Zimmermann, 2007]. Elles peuvent être utilisées pour réaliser des potentiels magnétiques statiques avec des courants électriques DC [Reichel, 2002]. Ces champs peuvent être utilisés pour piéger les atomes. Dans ces pièges, il est possible avec l'aide d'un champ radio-fréquence de refroidir les atomes jusqu'à la condensation de Bose-Einstein [Reichel *et al.*, 2001]. Ces champs magnétiques statiques peuvent aussi servir à transporter les atomes [Hänsel *et al.*, 2001], ou à réaliser des guides à ondes de matière [Thywissen *et al.*, 1999, Bouchoule *et al.*, 2008]. De tels guides peuvent, par exemple, avoir une forme de boucle pour réaliser un gyroscope [Alzar *et al.*, 2012]. Des faisceaux laser peuvent être amenés sur une puce atomique, pour réaliser une séparatrice Raman [Wang *et al.*, 2005]. Dans les fils conducteurs déposés sur le substrat de la puce atomique, il est possible d'injecter des courants dans le domaine radio-fréquence pour créer, par exemple, des pièges habillés par un champ radio-fréquence [Schumm *et al.*, 2005]. En utilisant une géométrie de fils bien précise, détaillée plus loin dans ce manuscrit (annexe B), une onde dans le domaine micro-onde peut être apportée aux atomes via la puce atomique. Les potentiels habillés par le champ micro-onde ainsi obtenus sont sélectifs de l'état interne de l'atome [Treutlein *et al.*, 2006], ce qui est très utile pour la manipulation des atomes alcalins. Ces guides micro-ondes ont permis la démonstration d'un interféromètre [Böhi *et al.*, 2009], ainsi que la réalisation des impulsions $\pi/2$ nécessaires à une horloge atomique [Lacroûte *et al.*, 2010].

Les puces atomiques ont donc démontré leur grande polyvalence et c'est cette technologie que nous avons retenue dans le cadre de cette thèse. Cette approche est également prometteuse pour la conception de futures centrales inertielles à atomes.

1.3.2 Alternatives aux puces atomiques

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques alternatives aux puces atomiques, qui sont aussi envisagées pour réaliser des capteurs inertiels compacts.

1.3.2.1 Pièges et réseaux optiques

Les pièges et les réseaux optiques permettent de confiner les atomes dans une petite région de l'espace de quelques microns. Ils peuvent donc être utilisés pour un capteur inertiel piégé.

L'architecture FORCA-G développée au SYRTE [Dos Santos *et al.*, 2009] pour l'étude de la gravitation sur de très courtes distances et des forces de Casimir Polder pourrait être exploitée pour réaliser un accéléromètre à atomes piégés [Hilico, 2014]. Dans cette expérience les atomes

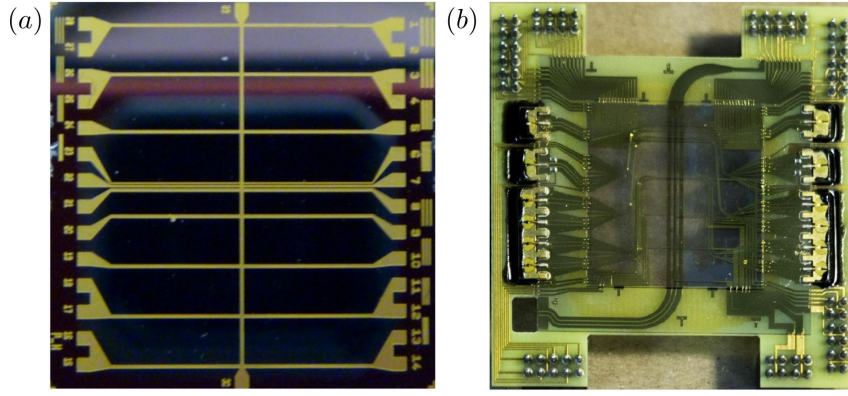


FIGURE 1.3 – (a) Puce atomique avec une simple couche de métallisation pour la réalisation de piège magnétique statique de type Z ou dimple. (b) Exemple de puce atomique en carbure de silicium (SiC) réalisée au III-V Lab. Cette puce comprend des pistes pour les courants DC créant des pièges magnétiques statiques, ainsi que des guides micro-ondes, comme ceux décrits dans l'annexe B, permettant l'habillage des atomes par un champ micro-onde.

de rubidium sont piégés sur un réseau optique unidimensionnel, créé par un laser de longueur d'onde λ . Ces atomes peuvent être décrits par des fonctions de Wannier qui sont localisées sur les sites du réseau. Supposons qu'une accélération a est colinéaire au réseau. L'énergie de chacun des sites de ce réseau est alors déplacée d'une énergie $+ma\lambda/2$ par rapport au site immédiatement à droite et de $-ma\lambda/2$ par rapport au site immédiatement à gauche, où m est la masse de l'atome. En créant une superposition cohérente de deux états de Wannier principalement localisés sur deux sites différents du réseau distants de $n\lambda/2$ (par exemple en utilisant des transitions Raman [Hilico, 2014]), les deux composantes de la fonction d'onde atomique vont accumuler, après un temps t , une différence de phase de $man\lambda t/(2\hbar)$. Une séquence de type Ramsey permet de mesurer ce déphasage [Hilico, 2014, Pelle *et al.*, 2013]. Une sensibilité relative aux accélérations en-dessous de 10^{-6} à une seconde a été démontrée [Pelle *et al.*, 2013].

1.3.2.2 Séparatrice Raman avec recyclage des atomes

Des interféromètres à séparatrice Raman, utilisant le même principe que la référence [Canuel *et al.*, 2006], ont été développés à Albuquerque au nouveau Mexique [McGuinness *et al.*, 2012, Rakholia *et al.*, 2014, Rakholia, 2015]. Ils présentent une sensibilité aux accélérations de l'ordre de $1 \mu g/\sqrt{\text{Hz}}$ et aux rotations de l'ordre de $1 \mu\text{rad}/s/\sqrt{\text{Hz}}$ avec un taux de répétition des mesures entre 50 Hz et 100 Hz. Comme dans la référence [Canuel *et al.*, 2006], pour mesurer les accélérations et les rotations, deux sources d'atomes distantes de l'ordre du centimètre permettent de réaliser deux interféromètres Raman contra-propageant. Pour obtenir des taux de répétition aussi élevés, les atomes sont récupérés, par le piège magnéto-optique, après chaque séquence d'interférométrie. Quelques millisecondes permettent alors de re-refroidir les atomes et de remplacer les quelques atomes perdus pendant la mesure. Cette technique permet d'économiser le temps nécessaire au remplissage du piège magnéto-optique et au refroidissement des atomes.

1.3.2.3 Séparatrice à grand transfert d'impulsion

Les interféromètres Raman avec des atomes non-piégés, comme ceux décrits dans la partie précédente, peuvent être réalisés dans des petits volumes mais il en résulte un temps d'interrogation plus court. Pour obtenir des séparations spatiales importantes et donc une bonne sensibilité aux accélérations et aux rotations, il est nécessaire de transférer des impulsions importantes aux deux paquets d'atomes. Pour cela des séparatrices avec un transfert d'environ $100 \hbar k$ développées dans le cadre de l'étude du principe d'équivalence [Weitz *et al.*, 1994, Chiow *et al.*, 2011] peuvent être utilisées. Elles permettraient d'obtenir une sensibilité de $10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$ avec un temps d'interféromètre de 30 ms sur 1 cm de hauteur [Chiow *et al.*, 2011].

1.4 Les potentiels habillés

Dans cette partie nous décrivons le principe de fonctionnement des pièges habillés optiques, radio-fréquences et micro-ondes. Ces pièges sont suffisamment versatiles pour concevoir des interféromètres à atomes piégés. Nous justifierons notre choix des potentiels habillés micro-ondes. La théorie nécessaire à la description de ces potentiels micro-ondes est décrite dans le chapitre 3.

1.4.1 Les potentiels optiques

Les pièges optiques [Grimm *et al.*, 2000] reposent sur le couplage entre le moment dipolaire électrique d'une transition atomique et le champ électrique d'un laser. En notant I l'intensité du laser, α la polarisabilité de l'atome, c la vitesse de la lumière et ϵ_0 la permittivité électrique du vide, il est possible de montrer que le champ électrique du laser exerce une force sur l'atome. Cette force dérive du potentiel suivant [Grimm *et al.*, 2000] :

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I(\mathbf{r}) \quad (1.6)$$

Considérons une transition à deux niveaux de différence d'énergie $\hbar\omega_0$ et de largeur naturelle Γ . Considérons aussi que l'approximation de l'onde tournante est valable et que le champ laser est loin de la résonance (nous reviendrons sur ces deux approximations dans le chapitre 3 de ce manuscrit). Le potentiel prend alors la forme [Grimm *et al.*, 2000] :

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^2} \frac{\Gamma}{\Delta} I(\mathbf{r}) \quad (1.7)$$

où Δ est le désaccord entre la fréquence du laser et celle de l'atome. Nous retrouvons sur cette expression la forme du déplacement lumineux des énergies d'un atome dans le régime des grands désaccords.

En utilisant la figure d'interférence entre plusieurs faisceaux laser, il est possible de réaliser des puits de potentiel disposés suivant un réseau, [Jessen et Deutsch, 1996, Dalibard, 2013], dont nous avons discuté une utilisation dans le paragraphe sur les alternatives aux puces atomiques.

En réalisant des gradients d'intensité par focalisation du faisceau laser sur quelques microns, il est possible de piéger les atomes. Toutefois, pour les atomes alcalins, les transitions dans le domaine optique se désexcitent par radiation. Le désaccord Δ doit donc être choisi suffisamment grand, ce qui limite la profondeur du piège optique. Il est néanmoins possible de piéger [Stamper-Kurn *et al.*, 1998] et de refroidir des atomes jusqu'à la condensation de Bose-Einstein [Barrett *et al.*, 2001] dans un piège optique.

Il est possible de réaliser des doubles pièges optiques [Shin *et al.*, 2004]. Le laser de piège est injecté à travers un modulateur acousto-optique. Dans ce modulateur deux fréquences radios sont injectées, créant ainsi deux faisceaux diffractés. Moduler la différence de fréquence entre les deux ondes radios permet de séparer et de re-combiner les deux pièges. Ces pièges optiques ne sont pas sélectifs de l'état interne des atomes. Cela ne permet pas de réaliser des interféromètres de types Ramsey avec des pièges sélectifs de l'état interne, tels que ceux qui seront décrits dans la suite de ce chapitre.

1.4.2 Les potentiels radio-fréquences

Dans un atome alcalin, en couplant avec une onde radio¹¹ les sous niveaux Zeeman d'un même niveau hyperfin fondamental, il est possible de réaliser des potentiels habillés piégeant les atomes. Entre autres formes, ces pièges peuvent prendre deux formes nous intéressant : un double puits ou un tore [Zobay et Garraway, 2004, Lesanovsky *et al.*, 2006]. Considérons un atome dans un sous niveau Zeeman m_F d'un niveau hyperfin F . Cet atome est soumis à un champ magnétique statique¹² $\mathbf{B}_{dc}(\mathbf{r})$, dépendant de la position \mathbf{r} , ainsi qu'à un champ radio-fréquence $\mathbf{B}_{rf}(\mathbf{r})$ de pulsation ω_{rf} . Nous pouvons montrer que le potentiel vu par l'atome s'écrit sous la forme¹³ [Perrin, 2013, Schumm *et al.*, 2005] :

$$V(\mathbf{r}) = m_F \sqrt{(\mu_B g_F B_{dc}(\mathbf{r}) - \hbar \omega_{rf})^2 + (\mu_B g_F B_{rf\perp}(\mathbf{r})/2)^2} \quad (1.8)$$

avec :

$$\mathbf{B}_{rf\perp}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_{rf} - \mathbf{B}_{rf} \cdot \mathbf{B}_{dc}(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{B}_{dc}(\mathbf{r})}{B_{dc}^2(\mathbf{r})} \quad (1.9)$$

μ_B est le magnéton de Bohr et g_F le facteur de Landé. Dans un tel piège, il est aussi possible de refroidir les atomes jusqu'à la condensation de Bose-Einstein [Garrido Alzar *et al.*, 2006].

Suivant la polarisation du champ radio-fréquence nous pouvons distinguer deux cas :

11. Typique de l'ordre de quelques mégahertz dans les expériences.

12. Nous supposons que la direction du spin atomique suit la direction du champ magnétique.

13. Le piège magnétique statique est un piège de Ioffe-Pritchard [Pritchard, 1983], d'axe mou suivant la direction z et de minimum confondu avec l'origine de l'espace. Le champ radio-fréquence a une polarisation quelconque dans le plan (x, y) . L'approximation de l'onde tourne est supposée vérifiée. Voir [Perrin, 2013] pour les hypothèses de calcul.

i) Si la polarisation du champ radio-fréquence est linéaire, alors, si $\hbar\omega_{rf}$ est supérieure à $\mu_B g_F B_{dc}(\mathbf{0})$, $V(\mathbf{r})$ peut prendre la forme d'un double puits [Lesanovsky *et al.*, 2006, Perrin, 2013]. Dans cette configuration, en augmentant progressivement la valeur de ω_{rf} , il est possible de réaliser une séparatrice spatiale pour un condensat de Bose-Einstein. Ce principe a été utilisé pour réaliser un interféromètre sur une puce atomique [Schumm *et al.*, 2005].

ii) Si la polarisation du champ radio-fréquence est circulaire, alors, si $\hbar\omega_{rf}$ est supérieur à $\mu_B g_F B_{dc}(\mathbf{0})$, $V(\mathbf{r})$ peut prendre la forme d'un tore¹⁴ [Lesanovsky *et al.*, 2006, Morizot *et al.*, 2006, Heathcote *et al.*, 2008, Perrin, 2013]. Un tel piège peut être utilisé pour réaliser des gyroscopes avec des condensats de Bose-Einstein [Schwartz *et al.*, 2006, Schwartz, 2006].

Comme pour les pièges optiques, ces potentiels ne sont pas sensibles à l'état interne des atomes. Ils ne permettent pas la réalisation des interféromètres de type Ramsey qui nous intéressent et qui seront décrits dans la suite.

1.4.3 Les potentiels micro-ondes

Dans les alcalins, les deux niveaux hyperfins fondamentaux sont espacés d'une fréquence qui se situe dans le domaine micro-onde. Il est donc envisageable de réaliser des potentiels habillés dans ce même domaine de fréquence pour piéger les atomes. Dans le cas des potentiels radio-fréquences, exposés précédemment, l'amplitude du champ oscillant est supposée constante. C'est le gradient de polarisation de ce champ, vu par les atomes, qui modifie la dépendance spatiale du potentiel de piégeage. Dans le cas des potentiels micro-onde, la modification de la dépendance spatiale du potentiel de piégeage est dans certains cas majoritairement causée par la dépendance spatiale de l'amplitude du champ oscillant¹⁵ [Agosta *et al.*, 1989, Spreeuw *et al.*, 1994, Böhi *et al.*, 2009]. Dans les références [Agosta *et al.*, 1989, Spreeuw *et al.*, 1994], seul un champ micro-onde est utilisé pour piéger les atomes (comme dans un piège dipolaire optique). Dans cette dernière configuration le champ micro-onde utilisé est celui d'une cavité centimétrique. Dans les expériences de la référence [Böhi *et al.*, 2009], les atomes sont piégés par une combinaison d'un champ micro-onde et d'un piège magnétique statique (comme pour les potentiels radio-fréquences précédents). Dans cette expérience, la modulation spatiale du champ micro-onde est faite en utilisant le champ proche d'un guide d'onde coplanaire (cf chapitre 3 et annexe B), cela permet d'obtenir des gradients de champ micro-onde et donc des forces exercées sur les atomes beaucoup plus importantes qu'avec le champ lointain de la référence [Spreeuw *et al.*, 1994]. Dans cette réalisation, les pièges sont sélectifs de l'état interne des atomes. Cela a permis de réaliser un interféromètre de type Ramsey. C'est cette dernière implémentation que nous avons choisie pour la conception de notre interféromètre atomique. La sélectivité de l'état interne et la description théorique des potentiels micro-ondes seront développées dans le chapitre 3.

14. La symétrie du tore est brisée si nous considérons en plus la gravité.

15. Nous verrons dans le chapitre 3, que la polarisation du champ micro-onde a aussi un effet sur le piège.

1.5 Architecture d'une centrale inertielle sur puce

Dans cette partie, nous décrivons un concept exploitant des champs micro-onde pour réaliser les pièges permettant d'obtenir les fonctions qui nous intéressent, à savoir : une horloge, un accéléromètre et un gyroscope. L'accéléromètre sera décrit plus en détails dans le chapitre 3.

1.5.1 Une horloge

Une horloge utilisant des atomes de rubidium piégés au voisinage d'une puce atomique a déjà été démontrée au SYRTE à Paris [Rosenbusch, 2009, Lacroûte *et al.*, 2010, Ramirez-Martinez *et al.*, 2011, Mainault *et al.*, 2012, Szmuk *et al.*, 2015]. Les atomes sont piégés dans un piège magnétique statique créé par les fils d'une puce atomique. Ils sont préparés dans le niveau hyperfin $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et refroidis jusqu'à la centaine de nano-Kelvin, soit juste au-dessus de la température critique de condensation de Bose-Einstein. Ensuite la fréquence de l'oscillateur local est comparée à celle des atomes par une séquence de type Ramsey tout en gardant les atomes piégés. Les deux états internes atomiques utilisés pour la séquence d'horloge sont $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$. Ces deux états sont utilisés car : i) les atomes doivent être piégés magnétiquement pendant l'interrogation, ii) il existe une valeur du champ magnétique (3,23 Gauss) minimisant l'effet des fluctuations de ce champ¹⁶ sur la fréquence de la transition entre ces deux niveaux [Harber *et al.*, 2002].

L'utilisation de l'*identical spin rotation effect*, ou ISRE (cet effet sera expliqué dans le paragraphe 6.3.3.2), a permis de ralentir la décroissance temporelle du contraste des franges de Ramsey [Deutsch *et al.*, 2010, Kleine Büning *et al.*, 2011]. Des temps d'intégration de Ramsey de 5 s [Deutsch *et al.*, 2010, Szmuk *et al.*, 2015] ont ainsi pu être utilisés. Cela, combiné avec les oscillateurs locaux disponibles au SYRTE [Ramirez-Martinez *et al.*, 2010], a permis de démontrer la stabilité d'horloge suivante : $5,8 \cdot 10^{-13}/\sqrt{\tau}$ s'intégrant jusqu'à $3,5 \cdot 10^{-14}$ en 500 s.

1.5.2 Un accéléromètre

Pour mesurer une accélération \mathbf{a} , il est possible de reprendre le principe de l'horloge décrite dans le paragraphe précédent, et de lui rajouter, pendant la phase d'interrogation, une séparation spatiale des deux états $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$. Le protocole est le suivant [Ammar *et al.*, 2015] :

i) Les atomes sont préparés et refroidis jusqu'à la condensation de Bose-Einstein, ou non, dans l'un des deux états : $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ou $|F = 2, m_F = 1\rangle$.

ii) Une première impulsion de l'oscillateur local est appliquée aux atomes. Cela les met dans une superposition cohérente des deux états précédents.

iii) Les deux états sont séparés spatialement suivant une direction colinéaire à l'accélération à mesurer (par exemple $|F = 1, m_F = -1\rangle$ vers la droite et $|F = 2, m_F = 1\rangle$ vers la gauche). Les

¹⁶. Typiquement les fluctuations du champ magnétique font fluctuer la fréquence relative de l'horloge de $3 \cdot 10^{-13}$ sur 1 s [Szmuk *et al.*, 2015].

états restent séparés d'une distance Δz pendant un temps d'interrogation T_R . Pendant ce temps T_R , les deux composantes de la fonction d'onde atomique se déphasent de $\Delta E T_R / \hbar$ où ΔE est la différence d'énergie entre les deux états. En plus de la différence d'énergie électronique des deux états (le terme d'horloge), la séparation spatiale ajoute un terme $ma\Delta z$ à l'énergie.

iv) En parcourant à l'envers la trajectoire de séparation, les deux états $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$ sont recombinaés spatialement. Puis, une seconde impulsion de l'oscillateur local est appliquée aux atomes.

v) Les populations des deux états atomiques sont alors données par :

$$1 + \cos [(\omega - \omega_0 - ma\Delta z/\hbar)T_R] \quad (1.10)$$

$$1 - \cos [(\omega - \omega_0 - ma\Delta z/\hbar)T_R] \quad (1.11)$$

La mesure de ces deux populations permet de mesurer l'accélération a . Cette accélération provoque un déplacement, dans le domaine fréquentiel, des franges de Ramsey d'une horloge atomique. Les calculs du signal et du contraste de cet interféromètre sont réalisés dans le chapitre 2.

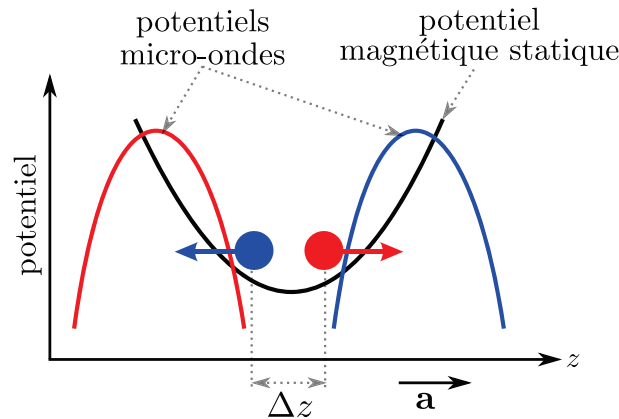


FIGURE 1.4 – Principe du double habillage micro-onde pour les deux états de l'interféromètre. Potentiel en fonction de la position z . Le potentiel magnétique statique commun aux deux états est représenté en noir. L'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ est représenté en bleu ainsi que le potentiel micro-onde exerçant une force sur cet état. L'état $|F = 2, m_F = 1\rangle$ et le potentiel micro-onde s'exerçant dessus sont représentés en rouge. Les potentiels micro-ondes représentés sont répulsifs.

Pour réaliser la séparation spatiale, il faut être capable de créer deux potentiels, chacun vu uniquement par l'un des deux états internes, et être capable de déplacer leurs minima. Ce déplacement peut être obtenu au moyen des potentiels habillés micro-onde comme dans la référence [Böhi *et al.*, 2009]. Deux potentiels habillés seront créés, l'un pour piéger l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$, l'autre pour piéger l'état $|F = 2, m_F = 1\rangle$. Les deux états sont piégés dans le même piège magnétique statique (en noir sur la figure 1.4). Un gradient d'intensité micro-onde vu uniquement par l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ (en bleu) exerce une force vers la gauche (c'est la flèche bleue sur la figure 1.4). Un second gradient d'intensité micro-onde vu uniquement par l'état $|F = 2, m_F = 1\rangle$ (en rouge) exerce une force vers la droite (c'est la flèche rouge sur la figure

1.4). En allumant (respectivement en éteignant) les deux champs micro-ondes, nous séparons (respectivement recombinaisons) les deux états. La description théorique de ce double piège habillé est présentée dans le chapitre 3.

1.5.3 Un gyroscope

Le même principe de double piège habillé peut aussi servir à réaliser un gyroscope [Dupont-Nivet et Schwartz, 2014]. Si les minima des deux pièges décrivent N fois la même boucle fermée contenant une aire non nulle, alors le déphasage entre les atomes et l'oscillateur local contient un terme d'effet Sagnac de la forme :

$$\frac{2m}{\hbar} N \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{A} \quad (1.12)$$

où $\mathbf{\Omega}$ est le vecteur rotation à mesurer, et \mathbf{A} est un vecteur normal à la surface contenue dans la trajectoire des atomes et de norme égale à cette surface.

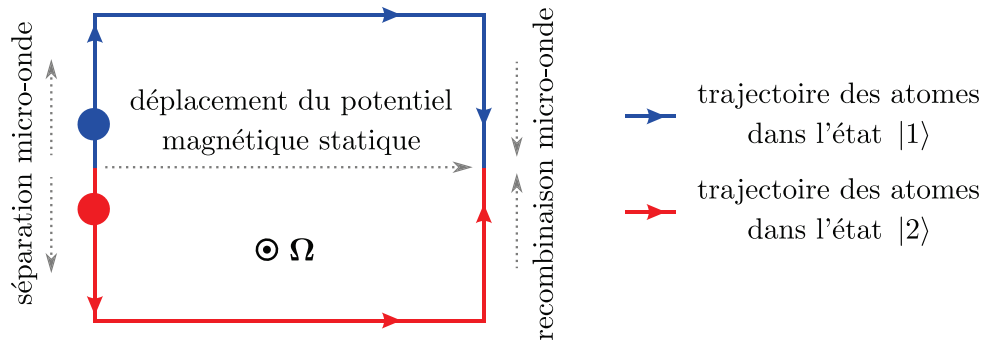


FIGURE 1.5 – Principe du gyroscope à double habillage micro-onde. Les états sont déplacés dans la direction verticale en changeant la puissance micro-onde servant à l'habillage (principe de la figure 1.4). Ils sont déplacés suivant l'axe horizontal en déplaçant le minimum du piège magnétique statique. Par exemple l'état $|1\rangle$ est $|1, -1\rangle$ et l'état $|2\rangle$ est $|2, 1\rangle$.

La surface contenue par la trajectoire des atomes peut être non-nulle. Pour obtenir cette condition, il faut séparer spatialement les deux états internes par habillage avec deux champs micro-ondes (comme pour l'accéléromètre du paragraphe précédent). Dans une direction perpendiculaire à la séparatrice micro-onde, il faut ensuite déplacer le minimum du piège magnétique statique, et enfin recombiner spatialement les deux états internes (comme pour l'accéléromètre). L'aire inscrite dans la trajectoire des atomes est alors non-nulle et de forme rectangulaire comme cela est montré sur la figure 1.5. Avec cette configuration, il est en principe possible de faire faire plusieurs tours aux atomes [Dupont-Nivet et Schwartz, 2014], ce qui permet d'augmenter la sensibilité.

1.6 To BEC or not to BEC

Maintenant que nous avons décrit le protocole et la géométrie de l'interféromètre que nous voulons réaliser, la question de la source d'atomes à utiliser se pose. Devons-nous utiliser un

gaz thermique ou un condensat de Bose-Einstein ? En interférométrie optique, il est plus simple d'observer des franges d'interférence avec un laser, autrement dit avec une source cohérente. Nous pourrions donc chercher à utiliser un condensat de Bose-Einstein comme source cohérente d'atomes. Dans les condensats, les interactions entre atomes lient la dépendance temporelle de la phase accumulée à la densité atomique [Grond *et al.*, 2010]. Il en résulte une diffusion de phase qui limite le temps maximum disponible pour accumuler la phase avant son brouillage [Grond *et al.*, 2010] et donc la sensibilité des mesures. Cet effet a été introduit, par exemple dans les références [Lewenstein et You, 1996, Javanainen et Wilkens, 1997], et observé dans les références [Dettmer *et al.*, 2001, Richard *et al.*, 2003]. Ce couplage entre la phase et l'intensité est l'analogue atomique de l'effet Kerr optique où la différence de marche dépend de l'intensité lumineuse. Ces interactions peuvent être tournées en avantage en préparant des états comprimés [Jo *et al.*, 2007, Estève *et al.*, 2008]. Avec ces états, le plus petit incrément de phase lisible sur l'interféromètre surpasse la limite donnée par le bruit de projection quantique [Itano *et al.*, 1993].

En interférométrie optique, quand l'intensité lumineuse limite la sensibilité de la mesure via l'effet Kerr, il est possible d'utiliser une source incohérente à spectre large. Pourquoi ne pas utiliser une source atomique thermique (l'équivalent atomique de la lumière blanche) comme source d'atomes dans notre interféromètre ? Cela pourrait permettre de limiter la densité atomique, donc de limiter la diffusion de phase et d'augmenter le temps d'interrogation de l'interféromètre. Ce choix est d'autant plus motivé par le fait que les interféromètres actuels mesurant le temps [Szmuk *et al.*, 2015], les accélérations [Gillot *et al.*, 2014] et les rotations [Durfee *et al.*, 2006] utilisent des sources d'atomes thermiques. Nous verrons dans le chapitre 2 que ce choix implique une conception bien particulière des potentiels, autrement dit des deux pièges habillés. En effet, les deux bras de l'interféromètre doivent être les plus symétriques possible. Cette symétrie est l'analogue atomique de la très faible différence de marche nécessaire pour observer des interférences optiques avec une source de lumière blanche.

Les choix techniques retenus pour la conception des pièges permettront de réaliser aussi bien un interféromètre avec un gaz thermique qu'avec un condensat de Bose-Einstein. Cela permettra à terme de tester les deux configurations.

Dynamique d'un interféromètre à habillage d'état interne

Dans ce second chapitre, nous cherchons à décrire théoriquement le comportement de notre interféromètre [Ammar *et al.*, 2013, Ammar *et al.*, 2015], autrement dit à calculer l'évolution temporelle du contraste et de la différence de phase. Ce but ambitieux nécessite certaines approximations, ainsi que certains développements mathématiques qui peuvent sembler lourds lors d'une première lecture. Pour rendre la lecture plus simple, les développements non nécessaires à la compréhension seront mis en retrait du texte à la manière du paragraphe suivant :

Un très long développement mathématique pouvant être omis lors d'une première lecture de ce chapitre. Ces développements sont tout de même donnés, pour épargner aux lecteurs consciencieux de longues heures à refaire les démonstrations et aussi car le diable se cache dans les détails.

La séquence d'interrogation de Ramsey envisagée pour mesurer une accélération avec des atomes thermiques piégés sera décrite en détail dans ce chapitre. Elle est identique à celle d'une horloge à atomes piégés [Ramirez-Martinez *et al.*, 2011] avec en plus une séparation spatiale des deux états internes. Une fois celle-ci décrite, les deux premières questions qui se posent sont : quelle est la phase du signal produit par cet interféromètre ? et quel est son contraste ?

Nous calculerons l'évolution temporelle des populations des deux états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$ pendant une séquence typique d'interrogation des atomes. Pour cela, nous utiliserons un formalisme d'opérateur densité. Nous déduirons le contraste et la différence de phase de l'évolution de cet opérateur densité. Cela permettra de montrer que le signal d'accélération provient majoritairement de la différence d'énergie potentielle d'accélération ressentie par les deux états internes qui ne sont pas au même endroit de l'espace. Cela se traduira par une phase accumulée par les atomes de la forme intuitive $ma \int_0^T d(t)dt/\hbar$ où $d(t)$ est la distance séparant les deux états à

l'instant t , a l'accélération ressentie par les atomes de masse m et T la durée de l'interrogation. Nous montrerons aussi que la différence de forme entre les deux potentiels piégeant les deux états internes entraîne une décroissance du contraste de l'interféromètre.

Dans un deuxième temps, nous introduirons la méthode des raccourcis à l'adiabaticité. Cette méthode permet de faire évoluer un système plus rapidement que ne l'impose les conditions de suivi adiabatique, tout en assurant que les états de départ et d'arrivée sont identiques [Schaff *et al.*, 2011a, Torrontegui *et al.*, 2013a]. Nous proposons de mettre en œuvre cette méthode dans notre interféromètre pour déplacer les pièges rapidement. Cela permettra, à durée de la séquence d'interférométrie T fixée, d'augmenter $\int_0^T d(t)dt$, augmentant ainsi la phase accumulée.

Pour suivre ce programme, nous avons besoin de faire plusieurs hypothèses : i) nous considérons des pièges harmoniques, ii) nous considérons que la séparation est faite suivant un axe propre du piège, donc nous nous ramenons à un problème unidimensionnel. Dans le chapitre 3 où nous proposons une configuration expérimentale pour l'interféromètre, nous chercherons à vérifier ces hypothèses. Nous aurons besoin de la solution générale de l'équation de Schrödinger pour un oscillateur harmonique dont la fréquence et la position dépendent du temps. En effet, comme nous le verrons dans le chapitre 3, la position et la fréquence des potentiels varient au cours de la séparation et de la recombinaison des deux états internes. Cela est fait dans la première partie de chapitre en utilisant la méthode des invariants dynamiques décrite par Lewis et Riesenfeld [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969].

2.1 Oscillateur harmonique dépendent du temps

Cette première partie est calculatoire, le lecteur voulant passer les calculs peut directement aller aux résultats (2.44) et (2.45).

Dans cette partie, nous calculons la solution générale de l'équation de Schrödinger avec un hamiltonien dont la fréquence et la position dépendent du temps. Ces résultats serviront dans la suite pour décrire la dynamique de l'interféromètre. Considérons donc un hamiltonien décrivant un oscillateur harmonique dont la fréquence $\omega(t)$ et la position $z_0(t)$ dépendent du temps t :

$$\hat{H}(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(t) [\hat{z} - z_0(t)]^2 \quad (2.1)$$

où \hat{p} et \hat{z} sont les opérateurs impulsion et position. Pour trouver les solutions de l'équation de Schrödinger avec l'hamiltonien précédent nous allons utiliser les invariants dynamiques [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969].

Dans leur article de 1969 [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969], Lewis et Riesenfeld donnent la forme de la solution générale de l'équation de Schrödinger pour un hamiltonien $\hat{H}(t)$ dépendant du temps dont un invariant $\hat{I}(t)$ est connu (la définition d'un invariant est donnée dans le paragraphe suivant). Si cet invariant ne contient pas l'opérateur de différentiation par rapport

au temps, alors la forme générale de la solution de l'équation de Schrödinger ayant $\hat{H}(t)$ pour hamiltonien est la suivante :

$$|t\rangle = \sum_n c_n \exp[j\alpha_n(t)] |n\rangle \quad (2.2)$$

où les c_n sont des nombres complexes indépendants du temps t , les $|n\rangle$ sont les fonctions propres de l'invariant $\hat{I}(t)$ et les phases $\alpha_n(t)$ sont définies par l'équation suivante [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969] :

$$\hbar \frac{d\alpha_n}{dt} = \langle n | j\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \hat{H}(t) | n \rangle \quad (2.3)$$

Un tel choix des phases $\alpha_n(t)$ entraîne que les $\exp[j\alpha_n(t)] |n\rangle$ vérifient l'équation de Schrödinger pour $\hat{H}(t)$ [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969].

Un invariant dynamique de Lewis pour $\hat{H}(t)$ est un opérateur hermitien $\hat{I}(t)$ vérifiant les deux conditions suivantes :

$$\hat{I}(t) = \hat{I}^\dagger(t) \quad (2.4)$$

$$\frac{d\hat{I}}{dt} \equiv \frac{\partial \hat{I}}{\partial t} + \frac{1}{j\hbar} [\hat{I}, \hat{H}] = 0 \quad (2.5)$$

La relation (2.5) est la définition de la dérivée totale des éléments de matrice de l'invariant \hat{I} .

2.1.1 Recherche d'un invariant de Lewis

La recherche d'un invariant pour l'hamiltonien (2.1) présentée dans la suite est fortement inspirée de [Schaff *et al.*, 2011a]. Nous donnerons ici toutes les étapes de la démonstration. Pour cela, nous introduisons deux fonctions dépendantes du temps $z^{cm}(t)$ et $\rho(t)$. Comme nous le verrons plus loin, elles sont liées respectivement à la position et à la taille de la fonction d'onde. $z^{cm}(t)$ est homogène à une distance et $\rho(t)$ à des $\text{rad}^{-1/2}\text{s}^{1/2}$. Avec ces deux fonctions, nous définissons les deux nouveaux opérateurs position et impulsion :

$$\hat{Z} = \frac{\hat{z} - z^{cm}(t)}{\sqrt{\omega_0 \rho(t)}} \quad (2.6)$$

$$\hat{P} = P(\hat{p}, \hat{z}, t) \quad (2.7)$$

$$(2.8)$$

où P est une fonction qui sera explicitée dans la suite et ω_0 est une constante arbitraire homogène à une pulsation. Nous définissons aussi une nouvelle échelle de temps homogène à des secondes :

$$\tau = \tau(t) \quad (2.9)$$

Le nouvel hamiltonien :

$$\hat{H}'(t) = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega_0^2 \hat{Z}^2 + f(\tau) \quad (2.10)$$

est une transformation canonique [Hare, 2007] de (2.1) si les nouveaux opérateurs \widehat{Z} et \widehat{P} vérifient :

$$\frac{d\widehat{Z}}{d\tau} = \frac{1}{j\hbar} [\widehat{Z}, \widehat{H}'] \quad (2.11)$$

$$\frac{d\widehat{P}}{d\tau} = \frac{1}{j\hbar} [\widehat{P}, \widehat{H}'] \quad (2.12)$$

$$j\hbar = [\widehat{Z}, \widehat{P}] \quad (2.13)$$

$\widehat{H}'(t)$ dépend explicitement du temps uniquement par $f(\tau)$ qui ne contient pas les variables \widehat{Z} et \widehat{P} . Pour la recherche de l'invariant il n'est pas nécessaire d'expliciter cette fonction.

Cherchons les conditions sur P , τ , z^{cm} et ρ permettant de vérifier les trois conditions précédentes. Commençons par exprimer le membre de gauche¹ de (2.11) :

$$\frac{d\widehat{Z}}{d\tau} = \frac{dt}{d\tau} \frac{d\widehat{Z}}{dt} = \frac{dt}{d\tau} \frac{\sqrt{\omega_0}}{\omega_0 \rho^2} \left[\rho \left(\frac{\widehat{p}}{m} - \dot{z}^{cm} \right) - \dot{\rho} (\widehat{z} - z^{cm}) \right] \quad (2.14)$$

En ce qui concerne le membre de droite de (2.11), nous avons, en supposant que (2.13) est vérifiée :

$$\frac{1}{j\hbar} [\widehat{Z}, \widehat{H}'] = \frac{1}{j\hbar 2m} [\widehat{Z}, \widehat{P}^2] = \frac{\widehat{P}}{m} \quad (2.15)$$

La condition (2.11) est vérifiée en imposant les conditions :

$$\frac{dt}{d\tau} = \omega_0 \rho^2(t) \quad (2.16)$$

$$\widehat{P} = \sqrt{\omega_0} [\rho (\widehat{p} - m \dot{z}^{cm}) - m \dot{\rho} (\widehat{z} - z^{cm})] \quad (2.17)$$

qui définissent la nouvelle échelle de temps $\tau(t)$ ainsi que la nouvelle impulsion \widehat{P} . De même pour (2.12) nous exprimons les deux membres, et en les égalisant nous trouvons :

$$\rho^3 \{ \rho [-m\omega^2 (\widehat{z} - z_0) - m\ddot{z}^{cm}] - m\ddot{\rho} (\widehat{z} - z^{cm}) \} = -m (\widehat{z} - z^{cm}) \quad (2.18)$$

En regroupant les termes suivant les puissances de \widehat{z} et en imposant la nullité des coefficients du polynôme de variable \widehat{z} ainsi trouvé nous aboutissons à deux équations différentielles devant être satisfaites par ρ et z^{cm} :

$$\ddot{\rho} + \omega^2 \rho = \frac{1}{\rho^3} \quad (2.19)$$

$$\ddot{z}^{cm} + \omega^2 (z^{cm} - z_0) = 0 \quad (2.20)$$

1. Nous utilisons et nous utiliserons dans la suite : $\dot{\widehat{z}} = [\widehat{z}, \widehat{H}]/j\hbar = \widehat{p}/m$, $\dot{\widehat{p}} = [\widehat{p}, \widehat{H}]/j\hbar = -m\omega^2 (\widehat{z} - z_0)$ et $[\widehat{z}, \widehat{p}] = j\hbar$. La dérivée par rapport à t d'une fonction f de la variable t est notée \dot{f} dans toute la suite

Nous avons supposé pour le calcul que (2.13) était bien vérifiée. Avec les définitions de \hat{Z} et \hat{P} , respectivement posées en (2.6) et (2.17) nous vérifions bien la relation de commutation entre \hat{Z} et \hat{P} .

A partir de ce nouvel hamiltonien \hat{H}' , nous introduisons l'opérateur $\hat{I}(t)$ suivant :

$$\hat{I}(t) = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2\hat{Z}^2 = \frac{\omega_0}{2m} [\rho(\hat{p} - m\dot{z}^{cm}) - m\dot{\rho}(\hat{z} - z^{cm})]^2 + \frac{m\omega_0}{2} \left(\frac{\hat{z} - z^{cm}}{\rho} \right)^2 \quad (2.21)$$

où l'opérateur \hat{Z} (respectivement \hat{P}) est défini par l'équation (2.6) (respectivement (2.17)). La fonction ρ (respectivement z_{cm}) est définie par l'équation (2.19) (respectivement (2.20)). La fonction ρ décrit la largeur de la fonction d'onde et z_{cm} sa position, nous le reverrons plus loin de manière plus explicite. Cet invariant peut être vu comme une généralisation de celui trouvé dans le cas où seule la fréquence dépend du temps [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969, Lewis, 1967a, Lewis, 1967b, Lewis, 1968a, Lewis, 1968b]. Une généralisation à d'autres formes de potentiel peut être trouvée dans [Lewis et Leach, 1982, Torrontegui *et al.*, 2013a].

Nous vérifions que (2.21) est bien un invariant de $\hat{H}(t)$. Comme \hat{z} et \hat{p} sont hermitiens, $\hat{I}(t)$ l'est aussi. Pour vérifier la condition (2.5), nous calculons directement $d\hat{I}/dt$ en utilisant les trois relations canoniques (2.11), (2.12) et (2.13) :

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{I}}{dt} &= \frac{d\tau}{dt} \frac{d\hat{I}}{d\tau} \\ &= \frac{d\tau}{dt} \left[\frac{1}{2m} \left(\hat{P} \frac{d\hat{P}}{d\tau} + \frac{d\hat{P}}{d\tau} \hat{P} \right) + \frac{1}{2}m\omega_0^2 \left(\hat{Z} \frac{d\hat{Z}}{d\tau} + \frac{d\hat{Z}}{d\tau} \hat{Z} \right) \right] \\ &= \frac{1}{j\hbar} \frac{d\tau}{dt} \left[\frac{1}{2m} \left(\hat{P} [\hat{P}, \hat{H}'] + [\hat{P}, \hat{H}'] \hat{P} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}m\omega_0^2 \left(\hat{Z} [\hat{Z}, \hat{H}'] + [\hat{Z}, \hat{H}'] \hat{Z} \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

$\hat{I}(t)$, défini par (2.21), est donc bien un invariant de $\hat{H}(t)$ au sens de Lewis [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969].

2.1.2 Solution générale de l'équation de Schrödinger pour $\hat{H}(t)$

Dans les deux parties suivantes, nous calculons les fonctions propres de l'invariant (2.21) de l'hamiltonien (2.1) ainsi que les $\alpha_n(t)$ correspondant pour expliciter la solution générale de l'équation de Schrödinger ayant (2.1) pour hamiltonien.

2.1.2.1 Recherche des fonctions propres de $\hat{I}(t)$

Nous pouvons montrer que les fonctions propres de $\hat{I}(t)$ sont de la forme :

$$\Psi_n(\xi, t) = \frac{A}{\sqrt{2^n \sqrt{n!}}} H_n(\xi) \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \exp\left(j \frac{\rho \dot{\rho}}{2} \xi^2\right) \exp\left(j \sqrt{\frac{m}{\hbar}} \rho \dot{z}^{cm} \xi\right) \quad (2.23)$$

La variable de position ξ est définie par : $\xi = \sqrt{m/\hbar}(z - z^{cm})/\rho$. Les $H_n(\xi)$ sont les polynômes d'Hermite. $A = (m/\pi\hbar)^{1/4} e^{i\varphi}/\sqrt{\rho}$ est une constante de normalisation avec φ une phase indéterminée indépendante du temps.

$\hat{I}(t)$ est un oscillateur harmonique. Pour le diagonaliser, nous pouvons donc introduire les opérateurs d'annihilation \hat{a} et de création \hat{a}^\dagger , définis par [Schaff et al., 2011a, Cohen-Tannoudji et al., 1986] :

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\xi} + j\hat{\pi}) \quad \hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\xi} - j\hat{\pi}) \quad (2.24)$$

avec :

$$\begin{aligned} \hat{\xi} &= \sqrt{\frac{m\omega_0}{\hbar}} \hat{Z} = \sqrt{\frac{m}{\hbar}} \frac{\hat{z} - z^{cm}}{\rho} \\ \hat{\pi} &= \frac{\hat{P}}{\sqrt{m\hbar\omega_0}} = \frac{1}{\sqrt{m\hbar}} [\rho(\hat{p} - m\dot{z}^{cm}) - m\dot{\rho}(\hat{z} - z^{cm})] \end{aligned} \quad (2.25)$$

Nous réécrivons l'invariant sous la forme usuelle [Cohen-Tannoudji et al., 1986] : $\hat{I}(t) = \hbar\omega_0 (\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1/2)$ avec $\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ et $\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$. Nous avons noté $|n\rangle$ les états propres de $\hat{I}(t)$. Pour trouver les fonctions propres de $\hat{I}(t)$ dans la représentation ξ , nous suivons la démarche habituelle [Cohen-Tannoudji et al., 1986]. Nous écrivons donc les opérateurs d'échelle avec la variable spatiale ξ et l'impulsion $\hat{p} = -i\hbar\partial/\partial z$:

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} + (1 - j\rho\dot{\rho})\xi - j\sqrt{\frac{m}{\hbar}}\rho\dot{z}^{cm} \right] \\ \hat{a}^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{\partial}{\partial \xi} + (1 + j\rho\dot{\rho})\xi + j\sqrt{\frac{m}{\hbar}}\rho\dot{z}^{cm} \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

Pour déterminer $\Psi_0(\xi, t) = \langle \xi|0\rangle$ nous résolvons l'équation $\hat{a}|0\rangle = 0$ en représentation ξ :

$$\left[\frac{\partial}{\partial \xi} + (1 - j\rho\dot{\rho})\xi - j\sqrt{\frac{m}{\hbar}}\rho\dot{z}^{cm} \right] \Psi_0(\xi, t) = 0 \quad (2.27)$$

d'où la solution :

$$\Psi_0(\xi, t) = A \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \exp\left(j \frac{\rho \dot{\rho}}{2} \xi^2\right) \exp\left(j \sqrt{\frac{m}{\hbar}} \rho \dot{z}^{cm} \xi\right) \quad (2.28)$$

avec A une constante d'intégration déterminée par la condition de normalisation : $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_0(\xi, t)|^2 dz = 1$. Nous en déduisons : $A = (m/\pi\hbar)^{1/4} e^{i\varphi}/\sqrt{\rho}$ où φ est une phase indéterminée que nous posons indépendante de t sans perte de généralité².

La détermination des états excités se fait par récurrence, via la relation de création : $\Psi_n(\xi, t) = \langle \xi | a^\dagger | n-1 \rangle / \sqrt{n}$. En utilisant l'écriture de \hat{a}^\dagger en représentation ξ , ainsi que la relation de récurrence sur les polynômes d'Hermite H_n : $H_n(\xi) = (2\xi - d/d\xi)H_{n-1}(\xi)$, nous obtenons l'ensemble des fonctions propres de $\hat{I}(t)$ (cf équation 2.23). Ces fonctions propres peuvent être réécrites avec la variable de position z , via le changement de variable $\xi = \sqrt{m/\hbar}(z - z^{cm})/\rho$.

2.1.2.2 Calcul des $\alpha_n(t)$

L'écriture de (2.2) pour l'hamiltonien $\hat{H}(t)$ en explicitant les variables z et t requière le calcul des phases $\alpha_n(t)$. Tous calculs faits, ils sont donnés par l'équation différentielle suivante³ :

$$\frac{d\alpha_n(t)}{dt} = \frac{m(\dot{z}^{cm})^2}{2\hbar} - \frac{m\omega^2}{2\hbar} (z^{cm} - z_0)^2 - \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{\rho^2} \quad (2.29)$$

La démonstration de ce résultat est donnée dans la suite en retrait du texte.

Les $\alpha_n(t)$ sont calculés à partir de l'équation (2.3). Commençons par la seconde partie $\langle n | \hat{H}(t) | n \rangle$. Exprimons $\hat{H}(t)$ en fonction de \hat{a} et \hat{a}^\dagger . Tout d'abord, les opérateurs d'échelle en fonction des opérateurs \hat{z} et \hat{p} sont :

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m}{2\hbar}} \left[\left(\frac{1}{\rho} - j\rho \right) \hat{z} + j\frac{\rho}{m} \hat{p} - \frac{z^{cm}}{\rho} - j\rho \dot{z}^{cm} + j\rho \dot{z}^{cm} \right] \quad (2.30)$$

$$\hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m}{2\hbar}} \left[\left(\frac{1}{\rho} + j\rho \right) \hat{z} - j\frac{\rho}{m} \hat{p} - \frac{z^{cm}}{\rho} + j\rho \dot{z}^{cm} - j\rho \dot{z}^{cm} \right] \quad (2.31)$$

Nous inversons les deux relations précédentes pour obtenir \hat{z} et \hat{p} en fonction des opérateurs d'échelles :

$$\hat{z} = z^{cm} + \sqrt{\frac{\hbar}{2m}} \rho (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.32)$$

$$\hat{p} = m\dot{z}^{cm} - \frac{j}{\rho} \sqrt{\frac{m\hbar}{2}} [\hat{a} - \hat{a}^\dagger + j\rho \dot{z}^{cm} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)] \quad (2.33)$$

2. Si nous posons $\varphi(t) = a + \varpi(t)$ avec a une constante un terme $-\dot{\varpi}$ apparaît dans le membre de droite de l'équation (2.29) sur $d\alpha_n(t)/dt$ et $\varpi(t)$ s'éliminera du résultat final. Nous pouvons donc poser φ constante.

3. Nous retrouvons une forme lagrangienne.

Nous obtenons $\langle n | \hat{H}(t) | n \rangle$ en remplaçant dans $\hat{H}(t)$ les opérateurs impulsion et position par leurs expressions en fonction des opérateurs d'échelles :

$$\begin{aligned} \langle n | \hat{H}(t) | n \rangle &= \frac{m (\dot{z}^{cm})^2}{2} + \frac{1}{2} m \omega^2(t) (z^{cm} - z_0(t))^2 \\ &\quad + \frac{\hbar}{2} \left[\rho^2 \omega^2(t) + \frac{1}{\rho^2} + \dot{\rho}^2 \right] \left(n + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Poursuivons avec le calcul de la première partie de l'équation sur les $\alpha_n(t)$. La démonstration présentée ici est fortement inspirée de [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969] où seule la fréquence de l'oscillateur harmonique dépend du temps. En utilisant $\hat{a}^\dagger |n-1\rangle = \sqrt{n} |n\rangle$ puis $\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$:

$$\langle n | \frac{\partial}{\partial t} | n \rangle = n^{-1/2} \langle n | \frac{\partial \hat{a}^\dagger}{\partial t} | n-1 \rangle + n^{-1/2} \langle n | \hat{a}^\dagger \frac{\partial}{\partial t} | n-1 \rangle \quad (2.35)$$

$$= n^{-1/2} \langle n | \frac{\partial \hat{a}^\dagger}{\partial t} | n-1 \rangle + \langle n-1 | \frac{\partial}{\partial t} | n-1 \rangle \quad (2.36)$$

$$= \sum_{k=1}^n k^{-1/2} \langle k | \frac{\partial \hat{a}^\dagger}{\partial t} | k-1 \rangle + \langle 0 | \frac{\partial}{\partial t} | 0 \rangle \quad (2.37)$$

Pour le premier terme du second membre, nous calculons la dérivée partielle par rapport à t de l'équation (2.31) puis nous remplaçons les opérateurs position et impulsion par leurs expressions en fonction des opérateurs d'échelle (2.32) et (2.33). Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{a}^\dagger}{\partial t} &= \frac{1}{2} \left\{ \hat{a} \left(-\frac{2\dot{\rho}}{\rho} + j\ddot{\rho}\rho - j\dot{\rho}^2 \right) + \hat{a}^\dagger (j\ddot{\rho}\rho - j\dot{\rho}^2) \right\} \\ &\quad - \sqrt{\frac{m}{2\hbar}} \left\{ j\dot{\rho}\dot{z}^{cm} + \frac{\dot{z}^{cm}}{\rho} - j\rho\dot{z}^{cm} \right\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

d'où :

$$k^{-1/2} \langle k | \frac{\partial \hat{a}^\dagger}{\partial t} | k-1 \rangle = \frac{i}{2} (\ddot{\rho}\rho - \dot{\rho}^2) \quad (2.39)$$

Pour le second terme du second membre, nous dérivons (2.23) pour $n=0$ et nous calculons l'intégrale :

$$\langle 0 | \frac{\partial}{\partial t} | 0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \Psi_0^*(\xi, t) \frac{\partial \Psi_0}{\partial t}(\xi, t) \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi e^{-\xi^2} \left[-\xi\xi + j\frac{\dot{\rho}^2}{2}\xi^2 + j\frac{\ddot{\rho}\rho}{2}\xi^2 + j\rho\dot{\rho}\xi\xi \right. \\ &\quad \left. + j\sqrt{\frac{m}{\hbar}} \left(\dot{\rho}\dot{z}^{cm}\xi + \rho\dot{z}^{cm}\xi + \rho\dot{z}^{cm}\xi \right) - \frac{\dot{\rho}}{2\rho} \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$= \frac{j}{4} (\rho\ddot{\rho} - \dot{\rho}^2) - j\frac{m}{\hbar} (\dot{z}^{cm})^2 \quad (2.42)$$

Le passage de l'avant-dernière à la dernière ligne se fait en utilisant l'expression de la dérivée temporelle de ξ exprimée en fonction de ξ : $\dot{\xi} = -(\sqrt{m/\hbar})\dot{z}^{cm}/\rho - \xi\dot{\rho}/\rho$. Dans le cas de l'oscillateur sans translation (i.e. $\dot{z}^{cm} = 0$), nous retrouvons le résultat donné dans [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969]. Nous aboutissons à :

$$\langle n | \frac{\partial}{\partial t} | n \rangle = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{j}{2} (\ddot{\rho} - \dot{\rho}^2) - j \frac{m}{\hbar} (\dot{z}^{cm})^2 \quad (2.43)$$

Nous injectons (2.34) et (2.43) dans l'équation sur les phases $\alpha_n(t)$. Nous obtenons ainsi l'équation différentielle (2.29) régissant l'évolution temporelle des phases $\alpha_n(t)$.

2.1.2.3 Une base de solution

Dans ce paragraphe, nous donnons une base orthonormée de fonctions d'onde solutions de l'équation de Schrödinger avec l'hamiltonien (2.1). C'est l'ensemble des fonctions $\exp[j\alpha_n(t)] \langle z | n \rangle$. Elles s'écrivent sous la forme :

$$\exp[j\alpha_n(t)] \langle z | n \rangle = \left(\frac{m}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{e^{j\Phi_n}}{\sqrt{2^n n!}} \exp \left[-\frac{m}{2\hbar} \left(\frac{z - z^{cm}}{\rho} \right)^2 \right] H_n \left(\sqrt{\frac{m}{\hbar}} \frac{z - z^{cm}}{\rho} \right) \quad (2.44)$$

avec $n \in \mathbb{N}$. La phase de ces fonctions est donnée par :

$$\begin{aligned} \Phi_n = & \frac{m}{\hbar} \left[\frac{\dot{\rho}}{2\rho} z^2 - \frac{1}{\rho} (\dot{\rho} z^{cm} - \dot{z}^{cm} \rho) z \right] - \int_0^t \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{\rho^2} dt' \\ & - \frac{m}{\hbar} \int_0^t \left[\frac{1}{2\rho^2} (\dot{\rho} z^{cm} - \rho \dot{z}^{cm})^2 + \frac{\omega^2}{2} z_0^2 - \frac{(z^{cm})^2}{2\rho^4} \right] dt' \end{aligned} \quad (2.45)$$

Sur ces deux dernières équations, la signification des fonctions z^{cm} et ρ apparaît clairement. La fonction z^{cm} est le centre de masse de la fonction d'onde et est régie par l'équation de la dynamique d'un oscillateur classique (2.20). La fonction ρ donne l'étalement de la fonction d'onde et est régie par l'équation d'Ermakov (2.19).

Démontrons le résultat précédent. Dans les fonctions $\exp[j\alpha_n(t)] \langle z | n \rangle$, reprenons tous les termes de phase en explicitant les variables t et z et en notant $\Phi_n = \arg(\exp[j\alpha_n(t)] \langle z | n \rangle)$:

$$\begin{aligned} \Phi_n = & \varphi + \frac{m}{\hbar} \frac{\dot{\rho}}{2\rho} (z - z^{cm})^2 + \frac{m}{\hbar} \dot{z}^{cm} (z - z^{cm}) \\ & + \frac{m}{2\hbar} \int_0^t \left[(\dot{z}^{cm})^2 - \omega^2 (z^{cm} - z_0)^2 \right] dt' \\ & - \int_0^t \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{\rho^2} dt' \end{aligned} \quad (2.46)$$

Nous avons posé la phase φ indépendante du temps, plus précisément pour écrire tous les termes indépendant de z sous la forme d'une intégrale, nous la posons égale à :

$$\varphi = -\frac{m}{\hbar} \left[\frac{\dot{\rho}(0)}{2\rho(0)} (z^{cm}(0))^2 - \dot{z}^{cm}(0) z^{cm}(0) \right] \quad (2.47)$$

Nous arrivons à :

$$\begin{aligned} \Phi_n = & \frac{m}{\hbar} \left[\frac{\dot{\rho}}{2\rho} z^2 - \frac{1}{\rho} (\dot{\rho} z^{cm} - \dot{z}^{cm} \rho) z \right] + \frac{m}{\hbar} \int_0^t \frac{d}{dt'} \left[\frac{\dot{\rho}}{2\rho} (z^{cm})^2 - \dot{z}^{cm} z^{cm} \right] dt' \\ & + \frac{m}{2\hbar} \int_0^t \left[(\dot{z}^{cm})^2 - \omega^2 (z^{cm} - z_0)^2 \right] dt' - \int_0^t \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{\rho^2} dt' \end{aligned} \quad (2.48)$$

Nous réarrangeons les termes en utilisant les équations différentielles sur ρ et z^{cm} (cf équations (2.19) et (2.20)) pour obtenir l'équation (2.45). Nous avons donc l'ensemble des fonctions (2.44) qui forment une base orthonormée et vérifient l'équation de Schrödinger pour $\hat{H}(t)$ grâce au choix des phases $\alpha_n(t)$. Nous pouvons retrouver le même résultat avec une résolution directe de l'équation de Schrödinger dans les articles de Popov et Perelomov [Popov et Perelomov, 1969, Popov et Perelomov, 1970, Perelomov et Popov, 1970] ainsi que dans un article de Husimi [Husimi, 1953]⁴. L'article [Schaff et al., 2011a] suggère une autre démonstration pour arriver au même résultat.

2.2 Contraste et différence de phase d'un interféromètre à double puits

Cette partie est consacrée aux calculs de l'effet de la dynamique et des potentiels de piégeage sur le déphasage mesuré par notre interféromètre ainsi que sur la décroissance temporelle de son contraste. Avant de commencer, définissons une fois pour toute la séquence d'interférométrie utilisée.

Fixons les choses en considérant qu'avant le début de la séquence d'interférométrie, tous les atomes sont préparés dans l'état interne $|a\rangle$. Les interférences ont lieu entre les deux états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$, et nous sommes capables de créer deux potentiels $V_a(\hat{z}, t)$ et $V_b(\hat{z}, t)$, chacun étant vu uniquement par un des deux états internes. En dehors des impulsions $\pi/2$, le système est décrit par l'hamiltonien suivant :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V_a(\hat{z}, t) |a\rangle \langle a| + [V_b(\hat{z}, t) + \epsilon_{ab}] |b\rangle \langle b| \quad (2.49)$$

4. Husimi ne donne que le fondamental.

où \hat{p} est l'opérateur impulsion, \hat{z} est l'opérateur position et ϵ_{ab} est la différence d'énergie interne entre les deux états internes. La séquence d'interférométrie est la suivante :

- i) Une première impulsion $\pi/2$ met les atomes dans une superposition des deux états internes.
- ii) Cette première impulsion est suivie d'une séparation spatiale des deux états internes puis d'une recombinaison spatiale. La recombinaison se fait en parcourant à l'envers la trajectoire de séparation. Entre ces deux déplacements des états internes, une phase d'interrogation a lieu au cours de laquelle les deux potentiels sont maintenus séparés. Cette séparation permet aux deux états internes de ressentir deux énergies potentielles d'accélération différentes.
- iii) Une seconde impulsion $\pi/2$ permet de traduire en une différence de population, la différence de phase entre l'oscillateur local et celle accumulée entre les deux états internes.

Nous supposons de plus que V_a et V_b coïncident pendant les deux impulsions $\pi/2$.

Nous calculerons d'abord l'évolution temporelle des populations des deux états internes lors d'une séquence du type décrite précédemment en résolvant l'équation de Schrödinger pour un hamiltonien incluant un champ excitateur (celui des impulsions $\pi/2$). Nous formaliserons ce résultat en terme de matrice densité. De l'expression de la matrice densité en fin de séquence d'interférométrie, nous déduirons l'expression du contraste et du signal de notre interféromètre en utilisant les résultats de la partie précédente.

Dans toute la suite, nous notons g la projection de l'accélération exercée sur l'axe sensible du capteur. L'axe sensible du capteur est l'axe de séparation des deux états internes pendant la phase d'interrogation. Nous avons choisi g car dans la suite, nous prenons pour exemple d'accélération celle de la pesanteur. Mais il est important de souligner que le principe décrit ici peut être appliqué à toute autre accélération s'exerçant sur le capteur et ayant une projection non nulle sur son axe sensible.

2.2.1 Calcul de l'évolution des populations

Pour calculer l'évolution temporelle des populations, nous rappelons un extrait du cours de Claude Fabre [Fabre, 2011] donnant l'évolution des populations d'un système à deux niveaux sous l'effet d'une impulsion d'un champ de la forme $B \cos(\omega t - \phi)$. B est la projection du champ magnétique sur la direction de dipôle magnétique atomique μ , ω la pulsation de ce champ et ϕ sa phase à l'instant initial⁵. Considérons un atome à deux niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ séparés d'une énergie $\hbar\omega_0 = \epsilon_{ab}$ en interaction avec le champ $B \cos(\omega t - \phi)$. L'hamiltonien⁶ du système est [Fabre, 2011] :

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 |b\rangle \langle b| - \mu B \cos(\omega t - \phi) [|b\rangle \langle a| + |a\rangle \langle b|] \quad (2.50)$$

et l'état atomique est décrit par $|\psi(t)\rangle = c_a(t) |a\rangle + c_b(t) |b\rangle$. En utilisant l'approximation de l'onde tournante et en se plaçant en représentation d'interaction, l'hamiltonien du système est

5. Nous avons écrit ici un champ magnétique, car en pratique la transition utilisée est magnétique.

6. L'origine des énergies est celle de l'état interne $|a\rangle$.

[Fabre, 2011] :

$$\hat{H}_{int} = \frac{\hbar\Omega_R}{2} \left(e^{j(\delta t - \phi)} |a\rangle \langle b| + e^{-j(\delta t - \phi)} |b\rangle \langle a| \right) \quad (2.51)$$

avec la pulsation de Rabi : $\Omega_R = -\mu B/2$ et le désaccord : $\delta = \omega - \omega_0$. L'état atomique est décrit, en représentation d'interaction, par $|\psi_{int}(t)\rangle = c_{a,int}(t) |a\rangle + c_{b,int}(t) |b\rangle$, avec $c_{a,int}(t) = c_a(t)$ et $c_{b,int}(t) = c_b(t)e^{j\omega_0 t}$. La résolution de l'équation de Schrödinger pour le système à deux niveaux d'hamiltonien (2.51) donne, toujours en représentation d'interaction [Fabre, 2011] :

$$c_{a,int}(t) = e^{j\frac{\delta t}{2}} \left[\left(\cos \frac{\Omega t}{2} - j\frac{\delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \right) c_a(0) - j\frac{\Omega_R}{\Omega} e^{-j\phi} \sin \frac{\Omega t}{2} c_b(0) \right] \quad (2.52)$$

$$c_{b,int}(t) = e^{-j\frac{\delta t}{2}} \left[-j\frac{\Omega_R}{\Omega} e^{j\phi} \sin \frac{\Omega t}{2} c_a(0) + \left(\cos \frac{\Omega t}{2} + j\frac{\delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \right) c_b(0) \right] \quad (2.53)$$

avec la pulsation de Rabi généralisée : $\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2}$. Une généralisation de ces deux dernières équations au cas où Ω_R et δ dépendent du temps est présentée dans l'annexe D.

2.2.1.1 Application du résultat précédent au cas de notre interféromètre

Dans ce paragraphe, nous présentons la manière d'utiliser les résultats précédents pour calculer les populations atomiques en sortie de l'interféromètre.

A $t = 0$, tous les atomes sont préparés dans l'état interne $|a\rangle$. Ainsi $c_a(0) = 1$ et $c_b(0) = 0$. Cela donne en représentation d'interaction : $c_{a,int}(0) = 1$ et $c_{b,int}(0) = 0$. A partir de (2.52) et (2.53), nous pouvons calculer $c_{a,int}(\tau)$ et $c_{b,int}(\tau)$, où τ est la durée de l'impulsion. Nous obtenons alors $c_a(\tau) = c_{a,int}(\tau)$ et $c_b(\tau) = c_{b,int}(\tau)e^{-j\omega_0\tau}$. Entre les deux impulsions, nous faisons évoluer le système. Pour cela, nous supposons que toute la phase est accumulée par l'état $|b\rangle$ et nous la notons sous la forme $\omega_0 T + \int_0^T \omega_g(t)dt$ où T est le temps écoulé entre les deux impulsions. La première partie $\omega_0 T$ est due à la différence entre les énergies des états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$. La seconde partie $\int_0^T \omega_g(t)dt$ est due à la séparation spatiale des états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$ et aux potentiels différents auxquelles ils sont soumis, i.e. elle contient⁷ tous les termes de phase autres que celui dû à la différence entre les énergies des états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$. Nous obtenons alors :

$$c_a(\tau + T) = c_a(\tau) = c_{a,int}(\tau) \quad \text{et} \quad c_b(\tau + T) = c_b(\tau)e^{-j\omega_0(\tau+T)}e^{-j\int_0^T \omega_g(t)dt} \quad (2.54)$$

Avant d'appliquer la seconde impulsion, nous repassons en représentation d'interaction : $c_{a,int}(\tau + T) = c_a(\tau + T)$ et $c_{b,int}(\tau + T) = c_b(\tau + T)$ (car dans les équations (2.52) et (2.53), l'origine des temps est prise au début de l'impulsion, d'où $c_{b,int}(\tau + T) = c_b(\tau + T)e^{i\omega_0 0}$). Enfin, nous ré-utilisons (2.52) et (2.53) pour obtenir $c_{a,int}(2\tau + T)$ et $c_{b,int}(2\tau + T)$.

Pour ne pas oublier de terme dans la phase accumulée par les deux états de l'interféromètre, il est important de faire attention au changement de représentation (interaction et Schrödinger).

7. Dans le cadre de l'approximation adiabatique, ce terme de phase contient la phase dynamique et la phase géométrique [Berry, 1984].

En effet, les impulsions sont décrites en représentation d'interaction alors que nous décrivons les phases de séparation, interrogation et recombinaison en représentation de Schrödinger.

Dans toute la suite, nous prendrons δ , Ω_R , Ω et τ identiques pour les deux impulsions. ϕ_1 est la phase du champ au début de la première impulsion, i.e. à $t = 0$, ϕ_2 est la phase du champ au début de la seconde impulsion, i.e. à $t = \tau + T$.

2.2.1.2 Calcul du réseau de franges

Pour avoir une première intuition du signal que nous pouvons observer, nous cherchons à calculer le réseau de franges, sans tenir compte d'une éventuelle enveloppe, i.e. à l'ordre le plus bas en δ/Ω_R . Tous calculs faits nous obtenons :

$$p_a = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left((\omega - \omega_0)T - \int_0^T \omega_g(t) dt \right) \right] \quad (2.55)$$

A T fixé et $\delta = \omega - \omega_0$ variable, $\int_0^T \omega_g(t) dt$ est un *offset* sur la phase. C'est le terme qui nous intéresse pour mesurer des accélérations. Nous pouvons voir ce terme comme un déplacement en fréquence des franges d'une horloge atomique. L'équation précédente permet d'interpréter l'interféromètre de Ramsey comme la comparaison de la phase de deux oscillateurs : i) celle accumulée par le champ exciteur ωT qui sert d'oscillateur local et ii) celle accumulée par les atomes pendant l'interrogation $\omega_0 T + \int_0^T \omega_g(t) dt$.

Pour démontrer le résultat précédent, ré-écrivons les équations (2.52) et (2.53) à l'ordre 1 en δ/Ω_R . En supposant que nous réalisons une impulsion $\pi/2$, i.e. $\Omega\tau = \pi/2$:

$$c_{a,int}(t) = \frac{e^{j\delta t/2}}{\sqrt{2}} \left[\left(1 - j\frac{\delta}{\Omega} \right) c_a(0) - j e^{-j\phi} c_b(0) \right] \quad (2.56)$$

$$c_{b,int}(t) = \frac{e^{-j\delta t/2}}{\sqrt{2}} \left[-j e^{j\phi} c_a(0) + \left(1 + j\frac{\delta}{\Omega} \right) c_b(0) \right] \quad (2.57)$$

L'application de la première impulsion donne :

$$c_a(\tau) = \frac{e^{j\delta\tau/2}}{\sqrt{2}} \left(1 - j\frac{\delta}{\Omega} \right) \quad c_b(\tau) = -j \frac{e^{-j\delta\tau/2}}{\sqrt{2}} e^{j\phi_1} e^{-j\omega_0\tau} \quad (2.58)$$

nous faisons évoluer le tout pendant le temps d'interrogation T :

$$\begin{aligned} c_a(\tau + T) &= \frac{e^{j\delta\tau/2}}{\sqrt{2}} \left(1 - j\frac{\delta}{\Omega} \right) \\ c_b(\tau + T) &= -j \frac{e^{-j\delta\tau/2}}{\sqrt{2}} e^{j\phi_1} e^{-j\omega_0(\tau+T)} e^{-j \int_0^T \omega_g(t) dt} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Nous repassons en représentation d'interaction et appliquons la seconde impulsion. Nous obtenons alors pour l'état $|a\rangle$:

$$c_{a,int}(\tau + T + \tau) = \frac{e^{j\delta\tau/2}}{2} \left[\left(1 - 2j\frac{\delta}{\Omega} \right) e^{j\delta\tau/2} - e^{-j\delta\tau/2} e^{j(\phi_1 - \phi_2)} e^{-j\omega_0(\tau+T)} e^{-j\int_0^T \omega_g(t)dt} \right] \quad (2.60)$$

En utilisant les définitions de ϕ_1 et ϕ_2 et en supposant que la phase du champ est préservée entre les deux impulsions, nous avons la relation suivante : $\phi_1 - \phi_2 = \omega(\tau + T)$. Nous en déduisons la population dans l'état $|a\rangle$ à la fin de la séquence d'interférométrie, cf équation (2.55).

2.2.1.3 Calcul de l'enveloppe

Le calcul complet de la population dans l'état $|a\rangle$ sans faire l'approximation précédente, c'est-à-dire en gardant les équations (2.52) et (2.53), permet d'obtenir l'enveloppe du réseau de franges. Ce calcul se déroule de la même manière. Tous calculs faits, nous aboutissons à la population dans l'état $|a\rangle$ à la fin de la séquence d'interférométrie :

$$p_a = \left| 1 - \sin^2 \frac{\Omega\tau}{2} \left(1 + \frac{\delta^2}{\Omega^2} + \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} e^{j(\omega T - \varphi)} \right) - 2j\frac{\delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega\tau}{2} \cos \frac{\Omega\tau}{2} \right|^2 \quad (2.61)$$

avec :

$$\varphi = \omega_0 T + \int_0^T \omega_g(t)dt \quad (2.62)$$

φ est la phase accumulée par les atomes pendant l'interrogation et $\omega T - \varphi$ sa comparaison à l'oscillateur local. Pour $\varphi_g(T) = \int_0^T \omega_g(t)dt$ nulle nous retrouvons le réseau de franges d'une horloge, $(\omega - \omega_0)T$ est donc la partie « horloge » de la comparaison des phases. Si en plus le désaccord est nul ($\delta = 0$), nous avons bien $p_a = 0$ et $p_b = 1$. Quand $\int_0^T \omega_g(t)dt$ est non nul, cela déplace les franges à l'intérieur de l'enveloppe.

2.2.1.4 Protocole de mesure de $\varphi_g(T)$

Pour fixer des ordres de grandeur, considérons un cas simplifié : la séparation et la recombinaison spatiale sont instantanées et seule la différence d'altitude Δz entre les deux pièges influe sur la phase $\varphi_g(T) = \int_0^T \omega_g(t)dt$ accumulée pendant le temps d'interrogation T . La phase se réduit alors à :

$$\varphi_g(T) = \frac{mg\Delta z T}{\hbar} \quad (2.63)$$

Un déphasage de π , provoquant le remplacement d'une frange sombre par une frange brillante, provient d'un changement de g de $\Delta_g^\pi = \pi\hbar/(m\Delta z T)$. En prenant pour paramètres typiques $\Delta z = 100 \mu\text{m}$ et $T = 10 \text{ ms}$ cela donne un changement de l'accélération g de $\Delta_g^\pi = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$. Pour mesurer les variations de $g = k\Delta_g^\pi + \delta g$ (avec $k \in \mathbb{Z}$), il faut à la fois mesurer k et δg .

Pour mesurer δg , nous nous plaçons à un désaccord δ_0 tel que $dp_a(\delta_0)/d\delta$ soit maximum et les variations de $p_a(\delta_0)$ nous donnent celle de δg . Pour connaître la valeur de k , nous devons rajouter un autre capteur avec une précision d'environ 10^{-3} m.s^{-2} qui nous renseignera sur le défilement des franges et donc sur la valeur de k .

2.2.2 Description de l'ensemble des populations des différents niveaux vibrationnels en termes d'opérateur densité

Nous allons reprendre les calculs de la partie précédente, et inclure les différents niveaux vibrationnels peuplés par le gaz thermique.

Dans toute la suite, pour ne pas mélanger T le temps d'interrogation et T la température, nous noterons t_f le temps d'interrogation et T la température. Nous reprenons l'équation (2.61) ainsi que les précédentes pour y introduire le niveau vibrationnel n de l'atome. L'équation (2.61) devient donc :

$$p_a^n = \left| 1 - \sin^2 \frac{\Omega\tau}{2} \left(1 + \frac{\delta^2}{\Omega^2} + \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} e^{j(\omega t_f - \varphi_n)} \right) - 2j \frac{\delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega\tau}{2} \cos \frac{\Omega\tau}{2} \right|^2 \quad (2.64)$$

avec :

$$\varphi_n = \omega_0 t_f + \int_0^{t_f} \omega_g^n(t) dt \quad (2.65)$$

où seul l'*offset* sur la phase dépend de l'état vibrationnel. Pour établir ce résultat, nous avons supposé que l'impulsion $\pi/2$ change uniquement l'état interne de l'atome et pas son état vibrationnel. En effet, l'impulsion du photon micro-onde correspond à 0,2 Hz, ce qui n'est pas suffisant pour effectuer une transition entre deux niveaux vibrationnels, car ils sont espacés de la fréquence de piège qui est, comme nous le verrons dans le chapitre 3, de l'ordre de 100 Hz.

A l'instant initial, avant la première impulsion $\pi/2$, nous avons préparé un gaz à l'équilibre thermique dans l'état interne $|a\rangle$. Il est décrit par un opérateur densité $\hat{\rho}$:

$$\hat{\rho} = \sum_n p_n |n_a, a\rangle \langle n_a, a| \quad (2.66)$$

où $p_n = \exp(-E_n^a/kT)/Z$ avec E_n^a l'énergie du niveau $|n_a\rangle$ du potentiel vue par l'état interne $|a\rangle$, T la température du gaz, k la constante de Boltzmann et Z la fonction de partition canonique⁸. Dans cette écriture, la somme inclut déjà les dégénérescences possibles des énergies propres E_n^a . Nous supposons qu'il n'y a pas de re-thermalisation du gaz pendant l'interrogation, autrement dit qu'il n'y a pas de termes d'amortissement dans l'équation de Liouville :

$$\dot{\hat{\rho}} = \frac{j}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}] + \underbrace{0}_{\text{pas d'amortissement}} \quad (2.67)$$

8. Cette écriture est équivalente à avoir négligé la fugacité du gaz $x = \exp(\mu/k_b T)$. En effet, elle tend vers zéro car pour un nuage d'atomes thermiques $\mu/(kT) \rightarrow -\infty$. Une étude plus approfondie pour prendre en compte une fugacité non nulle est en cours.

Appliquons la première impulsion, en utilisant l'hypothèse $V_a(\hat{z}, 0) = V_b(\hat{z}, 0)$:

$$\hat{\rho} = \sum_n p_n \{c_a^n(\tau) |n_a, a\rangle + c_b^n(\tau) |n_b, b\rangle\} \{c_a^{n*}(\tau) \langle n_a, a| + c_b^{n*}(\tau) \langle n_b, b|\} \quad (2.68)$$

L'opérateur densité évolue de la manière suivante entre les deux impulsions :

$$\hat{\rho} = \sum_n p_n \{c_a^n(\tau + t_f) |n_a, a\rangle + c_b^n(\tau + t_f) |n_b, b\rangle\} \{c_a^{n*}(\tau + t_f) \langle n_a, a| + c_b^{n*}(\tau + t_f) \langle n_b, b|\} \quad (2.69)$$

Il est aisé de remplacer l'expression précédente dans l'équation de Liouville pour vérifier qu'elle est bien solution de cette dernière equation. Enfin nous appliquons la seconde impulsion, en utilisant l'hypothèse $V_a(\hat{z}, t_f) = V_b(\hat{z}, t_f)$:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} = & \sum_n p_n \{c_a^n(\tau + t_f + \tau) |n_a, a\rangle + c_b^n(\tau + t_f + \tau) |n_b, b\rangle\} \\ & \times \{c_a^{n*}(\tau + t_f + \tau) \langle n_a, a| + c_b^{n*}(\tau + t_f + \tau) \langle n_b, b|\} \end{aligned} \quad (2.70)$$

A la fin de la séquence, la population totale des atomes dans l'état interne $|a\rangle$ est :

$$p_a(t_f) = \text{Tr}(\hat{\rho} |a\rangle \langle a|) = \sum_n p_n |c_a^n(\tau + t_f + \tau)|^2 \quad (2.71)$$

Dans le cas d'une impulsion $\pi/2$ parfaite à désaccord proche de zéro, i.e. $\delta \ll \Omega_R$, les populations dans les deux états de l'interféromètre sont :

$$p_a(t_f) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sum_n p_n \cos[\omega t_f - \varphi_n(t_f)] \right\} \quad (2.72)$$

et

$$p_b(t_f) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sum_n p_n \cos[\omega t_f - \varphi_n(t_f)] \right\} \quad (2.73)$$

avec :

$$\varphi_n(t_f) = \omega_0 t_f + \int_0^{t_f} \omega_g^n(t) dt \quad (2.74)$$

Le contraste et le déphasage de notre interféromètre se définissent à partir des deux équations précédentes. Nous définissons alors le contraste comme :

$$C(t) = |A(t)| \quad \text{avec :} \quad A(t) = \sum_n p_n \exp\{j[\omega t_f - \varphi_n(t)]\} \quad (2.75)$$

et le signal comme :

$$S(t) = \arg(A(t)) \quad (2.76)$$

qui est la comparaison des phases des deux oscillateurs. Cela permet d'écrire les populations sous la forme :

$$p_a(t_f) = \frac{1}{2} \{1 - C(t_f) \cos[S(t_f)]\} \quad \text{et} \quad p_b(t_f) = \frac{1}{2} \{1 + C(t_f) \cos[S(t_f)]\} \quad (2.77)$$

2.2.3 Le déphasage $S(t_f)$

Pour calculer le déphasage $S(t_f)$, nous devons calculer les $\varphi_n(t_f)$. Pour cela, nous modélisons l'évolution de l'état externe des atomes par l'hamiltonien (2.49). Pour rappel :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V_a(\hat{z}, t) |a\rangle \langle a| + [V_b(\hat{z}, t) + \epsilon_{ab}] |b\rangle \langle b| \quad (2.78)$$

Ce travail est fait en deux temps. Un premier cas simple 2.2.3.1, indépendant du temps, permet d'obtenir une intuition des différents termes du déphasage. Un second cas 2.2.3.2, dépendant du temps, permet d'obtenir une formule plus générale tenant compte de la séparation et de la recombinaison. Dans les deux cas, les potentiels considérés sont harmoniques.

2.2.3.1 Un premier cas simple

Pour nous ramener à un problème indépendant du temps, nous supposons vérifiées les deux hypothèses suivantes :

i) Un suivi adiabatique des niveaux vibrationnels est réalisé lors du changement de position et de fréquence du piège. Ces deux conditions de suivi adiabatique s'écrivent : $|\dot{\omega}| \ll \omega^2/n$ et $|\dot{z}_0| \ll \sqrt{\hbar\omega/(mn)}$ (cf annexe E).

ii) Nous ne considérons pas les phases de séparation et de recombinaison. Ce cas a seulement un but pédagogique pour comprendre le déphase et le contraste de l'interféromètre. Un cas comprenant les effets de la séparation et de la recombinaison sera considéré dans la suite.

La conception de l'interféromètre (cf section 2.2) permet des trajectoires de recombinaison et de séparation identiques, mais parcourues dans des sens opposés. Ainsi la phase géométrique est nulle [Berry, 1984]. Nous avons donc seulement à calculer la phase dynamique. Pour l'atome dans l'état interne $|i\rangle$, considérons le potentiel suivant, incluant le piège et un éventuel champ d'accélération :

$$V_i(\hat{z}) = \frac{m\omega_i^2}{2} (\hat{z} - z_i)^2 + mg\hat{z} = \frac{m\omega_i^2}{2} (\hat{z} - z_i^{cm})^2 + \frac{mg^2}{2\omega_i^2} + mgz_i^{cm} \quad (2.79)$$

avec m la masse atomique, ω_i la fréquence du piège et z_i la position du piège. La fonction $z_i^{cm} = z_i - g/\omega_i^2$ représente le centre de masse du nuage. De l'hamiltonien (2.78) et du potentiel (2.79), il vient immédiatement que la phase accumulée par le bras i de l'interféromètre pendant le temps d'interrogation t_f pour l'état externe $|n\rangle$ est :

$$\varphi_n^i = \left(mgz_i^{cm} + \frac{mg^2}{2\omega_i^2} \right) \frac{t_f}{\hbar} + \frac{\omega_i}{2} t_f + n\omega_i t_f + \delta_{ib}\omega_0 t_f \quad (2.80)$$

où δ_{ib} est le symbole de Kronecker ($\delta_{ab} = 0$ et $\delta_{bb} = 1$). La différence de phase entre les deux bras est donc :

$$\begin{aligned} \varphi_n(t_f) = \varphi_n^b - \varphi_n^a = mg(z_b^{cm} - z_a^{cm}) \frac{t_f}{\hbar} + \frac{mg^2}{2} \left(\frac{1}{\omega_b^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \right) \frac{t_f}{\hbar} + \frac{\omega_b - \omega_a}{2} t_f \\ + n(\omega_b - \omega_a)t_f + \omega_0 t_f \end{aligned} \quad (2.81)$$

Le premier terme est la différence d'énergie potentielle d'accélération. Le troisième est la différence d'énergie de point zéro des deux oscillateurs. Quant au deuxième terme, il provient du déplacement des énergies du terme harmonique dû à l'ajout du terme linéaire.

Nous pouvons remonter au signal :

$$S(t_f) = \arg \left\{ \sum_n p_n \exp [j(\omega t_f - \varphi_n(t_f))] \right\} = \phi_0 + \arg \left\{ \sum_n p_n \exp [jn(\omega_b - \omega_a)t_f] \right\} \quad (2.82)$$

où ϕ_0 regroupe tous les termes indépendants de n . La somme se calcule aisément. En effet, dans le cas d'un oscillateur harmonique, les p_n sont de la forme suivante : $p_n = (1 - \exp(-\hbar\omega_a/kT)) \exp(-n\hbar\omega_a/kT)$. Nous aboutissons au signal :

$$S(t_f) = (\omega - \omega_0) t_f - \Delta\varphi^0(t_f) \quad (2.83)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi^0(t_f) = mg(z_b^{cm} - z_a^{cm}) \frac{t_f}{\hbar} + \frac{mg^2}{2} \left(\frac{1}{\omega_b^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \right) \frac{t_f}{\hbar} + \frac{\omega_b - \omega_a}{2} t_f \\ + \arctan \left\{ \frac{\sin [(\omega_b - \omega_a)t_f] e^{-\hbar\omega_a/kT}}{1 - \cos [(\omega_b - \omega_a)t_f] e^{-\hbar\omega_a/kT}} \right\} \end{aligned} \quad (2.84)$$

Terminons par deux remarques sur le dernier terme dépendant de la température. Ce terme est bien nul dans le cas d'un interféromètre symétrique, i.e. $\omega_a = \omega_b$, ainsi que dans le cas où la température est nulle, i.e. $T = 0$. Pour $\hbar\omega_a/(kT) \ll 1$ et $|\omega_a - \omega_b|t_f \ll 1$, il est équivalent à $(kT/\hbar\omega_a)(\omega_b - \omega_a)t_f$. Nous verrons dans le chapitre 3 que cette dépendance en température de la phase implique une stabilité de la température du nuage atomique pour assurer un niveau de sensibilité donnée aux accélérations.

2.2.3.2 Un cas plus complexe avec séparation et re-combinaison

Calculons maintenant le signal en prenant en compte les phases de séparation et de re-combinaison. Pour rendre compte du mouvement des pièges, $z_i(t)$ doit dépendre du temps. Nous prenons aussi en compte une dépendance temporelle des fréquences de piégeage⁹ $\omega_i(t)$. Le lecteur peut passer le calcul qui suit pour aller directement au résultat du signal de l'interféromètre.

9. Dans la réalisation expérimentale les fréquences de piégeage dépendent du temps.

Pour les atomes dans les deux internes i , considérons les potentiels suivants :

$$V_i(\hat{z}, t) = \frac{1}{2}m\omega_i^2(t)(\hat{z} - z_i(t))^2 + mg\hat{z} \quad (2.85)$$

Pour se ramener aux calculs de la section 2.1, nous factorisons l'hamiltonien $\hat{H}|i\rangle\langle i|$ (cf équation (2.78)) sous la forme $\hat{H}'_i(t) + \gamma_i(t)$ avec :

$$\begin{aligned} \hat{H}'_i(t) &= \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_i^2(t)\left(\hat{z} - z_i(t) + \frac{g}{\omega_i^2(t)}\right)^2 + \delta_{ib}\hbar\omega_0 \\ \text{et} \quad \gamma_i(t) &= -\frac{mg^2}{2\omega_i^2(t)} + mgz_i(t) \end{aligned} \quad (2.86)$$

Les solutions de l'équation de Schrödinger pour $\hat{H}|i\rangle\langle i|(t)$ et $\hat{H}'_i(t)$, respectivement $\Psi_{H|i\rangle\langle i|}(t)$ et $\Psi_{H'_i}(t)$, sont reliées par le changement de jauge $\Psi_{H|i\rangle\langle i|}(t) = \Psi_{H'_i}(t) \exp(-j\Gamma(t)/\hbar)$ avec :

$$\Gamma_i(t) = \frac{m}{2} \int_0^t \left[2gz_i(t') - \frac{g^2}{\omega_i^2(t')} \right] dt' \quad (2.87)$$

Le déphasage, entre les deux bras, se déduit en réutilisant le dernier résultat de la section 2.1 (cf équation : (2.45)). Tout d'abord la différence de phase $\varphi_n(t_f) = \varphi_n^b - \varphi_n^a$ pour le niveau n est :

$$\begin{aligned} \varphi_n(t_f) &= \phi_0 - n \int_0^{t_f} \left(\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right) dt \\ &+ \frac{m}{\hbar} \left[\left(\frac{\dot{\rho}_a}{2\rho_a} - \frac{\dot{\rho}_b}{2\rho_b} \right) z^2 + \left(\frac{\dot{z}_a^{cm} \rho_a - z_a^{cm} \dot{\rho}_a}{\rho_a} - \frac{\dot{z}_b^{cm} \rho_b - z_b^{cm} \dot{\rho}_b}{\rho_b} \right) z \right] \\ &+ \omega_0 t_f \end{aligned} \quad (2.88)$$

Pour écrire les φ_n^i , nous avons tenu compte des $\Gamma_i(t)$, cf équation (2.87), et des $\Phi_n(t_f)$, cf équation (2.45). Nous supposons que les fonctions ρ_i et z_i^{cm} vérifient les conditions de raccourci à l'adiabaticité¹⁰, ainsi les termes en z^2 et z de la différence de phase sont nuls. Dans l'équation précédente nous avons posé :

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{(z_a^{cm})^2}{\rho_a^4} - \frac{(z_b^{cm})^2}{\rho_b^4} \right] dt - \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right] dt \\ &+ \frac{mg}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[2(z_b - z_a) - g \left(\frac{1}{\omega_b^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \right) \right] dt \\ &+ \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_b^2} (\dot{z}_b^{cm} \rho_b - z_b^{cm} \dot{\rho}_b)^2 - \frac{1}{\rho_a^2} (\dot{z}_a^{cm} \rho_a - z_a^{cm} \dot{\rho}_a)^2 \right] dt \\ &+ \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\omega_b^2 \left(z_b - \frac{g}{\omega_b^2} \right)^2 - \omega_a^2 \left(z_a - \frac{g}{\omega_a^2} \right)^2 \right] dt \end{aligned} \quad (2.89)$$

10. La notion de raccourci à l'adiabaticité sera introduite dans la section 2.3. Pour le moment le lecteur à seulement besoin de savoir qu'elle implique qu'à $t_p = 0$ et t_f : $\rho_i(t_p) = 1/\sqrt{\omega_i(t_p)}$, $\dot{\rho}_i(t_p) = 0$, $\ddot{\rho}_i(t_p) = 0$, $z_i^{cm}(t_p) = z_i(t_p) - g/\omega_i^2(t_p)$, $\dot{z}_i^{cm}(t_p) = 0$ et $\ddot{z}_i^{cm}(t_p) = 0$

Utilisons l'équation (2.20) : $z_i = z_i^{cm} + \ddot{z}_i^{cm}/\omega_i^2 + g/\omega_i^2$ pour éliminer z_a et z_b des deux dernières lignes :

$$\begin{aligned}\phi_0 = & \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{(z_a^{cm})^2}{\rho_a^4} - \frac{(z_b^{cm})^2}{\rho_b^4} \right] dt - \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right] dt \\ & + \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_b^2} (\dot{z}_b^{cm} \rho_b - z_b^{cm} \dot{\rho}_b)^2 - \frac{1}{\rho_a^2} (\dot{z}_a^{cm} \rho_a - z_a^{cm} \dot{\rho}_a)^2 \right] dt \\ & + \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\omega_b^2 \left(\frac{\ddot{z}_b^{cm}}{\omega_b^2} + z_b^{cm} \right)^2 - \omega_a^2 \left(\frac{\ddot{z}_a^{cm}}{\omega_a^2} + z_a^{cm} \right)^2 \right] dt \\ & + \frac{mg}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[2(z_b^{cm} - z_a^{cm}) + \frac{g + 2\ddot{z}_b^{cm}}{\omega_b^2} - \frac{g + 2\ddot{z}_a^{cm}}{\omega_a^2} \right] dt\end{aligned}\quad (2.90)$$

Nous développons le troisième terme et dans la première ligne on remplace les $1/\rho_i^4$ par $1/\rho_i^4 = \ddot{\rho}_i/\rho_i + \omega_i^2$ (équation (2.19)). Il apparaît alors des termes en $\omega_i^2(z_i^{cm})^2$ qui s'éliminent mutuellement, et ϕ_0 se réécrit :

$$\begin{aligned}\phi_0 = & \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_b^2} (z_b^{cm} \rho_b - z_b^{cm} \dot{\rho}_b)^2 - \frac{1}{\rho_a^2} (z_a^{cm} \rho_a - z_a^{cm} \dot{\rho}_a)^2 \right] dt \\ & + \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{\ddot{\rho}_a}{\rho_a} (z_a^{cm})^2 - \frac{\ddot{\rho}_b}{\rho_b} (z_b^{cm})^2 \right] dt + \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\left(\frac{\ddot{z}_b^{cm}}{\omega_b} \right)^2 - \left(\frac{\ddot{z}_a^{cm}}{\omega_a} \right)^2 \right] dt \\ & + \frac{m}{\hbar} \int_0^{t_f} [z_b^{cm} \ddot{z}_b^{cm} - z_a^{cm} \ddot{z}_a^{cm}] dt + \frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{\ddot{z}_b^{cm}}{\omega_b} - \frac{\ddot{z}_a^{cm}}{\omega_a} \right] dt \\ & + \frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} [z_b^{cm} - z_a^{cm}] dt + \frac{mg^2}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\omega_b^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \right] dt \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right] dt\end{aligned}\quad (2.91)$$

Nous regroupons les termes d'accélération en factorisant les termes 3, 5 et 7 de l'équation précédente :

$$\begin{aligned}\phi_0 = & \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_b^2} - \frac{1}{\rho_a^2} \right] dt + \frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} [z_b^{cm} - z_a^{cm}] dt \\ & + \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\left(\frac{\ddot{z}_b^{cm} + g}{\omega_b} \right)^2 - \left(\frac{\ddot{z}_a^{cm} + g}{\omega_a} \right)^2 \right] dt \\ & + \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\frac{(\dot{z}_b^{cm} \rho_b - z_b^{cm} \dot{\rho}_b)^2}{\rho_b^2} - \frac{\ddot{\rho}_b}{\rho_b} (z_b^{cm})^2 - \frac{(\dot{z}_a^{cm} \rho_a - z_a^{cm} \dot{\rho}_a)^2}{\rho_a^2} + \frac{\ddot{\rho}_a}{\rho_a} (z_a^{cm})^2 \right] dt \\ & + \frac{m}{\hbar} \int_0^{t_f} [z_b^{cm} \ddot{z}_b^{cm} - z_a^{cm} \ddot{z}_a^{cm}] dt\end{aligned}\quad (2.92)$$

Les deux dernières lignes peuvent se réécrire comme un terme de différence d'énergie cinétique. La dernière ligne de l'équation précédente s'intègre par parties. En utilisant les conditions de raccourci à l'adiabaticité elle vaut : $-(m/\hbar) \int_0^{t_f} [(\dot{z}_b^{cm})^2 - (\dot{z}_a^{cm})^2] dt$. Dans la troisième ligne, remarquons que le terme $(\dot{z}_b^{cm} \rho_b - z_b^{cm} \dot{\rho}_b)^2/\rho_b^2 - \ddot{\rho}_b(z_b^{cm})^2/\rho_b$ peut se réécrire sous la forme : $(\dot{z}_b^{cm})^2 - \frac{d}{dt} [\dot{\rho}_b(z_b^{cm})^2/\rho_b]$. Toujours en utilisant les conditions de raccourci à l'adiabaticité, la troisième ligne vaut : $(m/2\hbar) \int_0^{t_f} [(\dot{z}_b^{cm})^2 - (\dot{z}_a^{cm})^2] dt$. Nous aboutissons à l'expression finale pour ϕ_0 donnée par l'équation (2.95).

Remontons maintenant au signal. En utilisant l'équation (2.88) ainsi que la définition du signal, nous avons :

$$S(t_f) = (\omega - \omega_0) t_f - \phi_0 - \arg \left\{ \sum_n p_n \exp [-jn f(t_f)] \right\}$$

$$\text{avec : } f(t_f) = \int_0^{t_f} \left(\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right) dt \quad (2.93)$$

La somme se calcule aisément. En effet, nous supposons qu'avant le début de la séquence d'interférométrie, le gaz est à l'équilibre thermique dans l'état interne $|a\rangle$ et qu'il n'y a pas de rethermalisation pendant la séquence d'interférométrie. En utilisant les mêmes facteurs de Boltzman que pour le calcul du déphasage dans le cas indépendant du temps (cf équation (2.84)), nous obtenons l'équation (2.94).

Tous calculs faits, en prenant en compte la dynamique de la séparation et de la recombinaison, nous montrons que le signal de notre interféromètre peut s'écrire de la manière suivante :

$$S(t_f) = (\omega - \omega_0) t_f - \phi_0 + \arctan \left\{ \frac{\sin [f(t_f)] e^{-\hbar\omega_a/kT}}{1 - \cos [f(t_f)] e^{-\hbar\omega_a/kT}} \right\} \quad (2.94)$$

où ϕ_0 est donné par l'équation :

$$\begin{aligned} \phi_0 = & \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[(\dot{z}_a^{cm})^2 - (\dot{z}_b^{cm})^2 \right] dt - \frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} [z_a^{cm} - z_b^{cm}] dt \\ & - \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\left(\frac{\ddot{z}_a^{cm} + g}{\omega_a} \right)^2 - \left(\frac{\ddot{z}_b^{cm} + g}{\omega_b} \right)^2 \right] dt - \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right] dt \end{aligned} \quad (2.95)$$

Le premier terme est la différence d'énergie cinétique. Le second terme est la différence d'énergie potentielle d'accélération. Le troisième terme provient du déplacement des niveaux d'énergie du potentiel harmonique en présence du champ total d'accélération $\ddot{z}_i^{cm} + g$, c'est-à-dire l'accélération à mesurer g plus celle provenant du déplacement des atomes \ddot{z}_i^{cm} . Le dernier terme s'interprète comme la différence d'énergie de point zéro des deux oscillateurs (nous remarquons que dans le cas ω_i indépendant du temps nous avons $1/\rho_i^2 = \omega_i$).

Nous retrouvons le même terme en arc-tangente dépendant de la température T du gaz déjà rencontré dans le cas statique (2.84). Ce terme est toujours nul à température nulle, ainsi que pour un interféromètre symétrique ($\omega_a = \omega_b$).

2.2.4 Le contraste $C(t_f)$

Nous avons défini le contraste à la section 2.2.2 par la formule suivante :

$$C(t) = \left| \sum_n p_n \exp \{j[\omega t - \varphi_n(t)]\} \right| \quad (2.96)$$

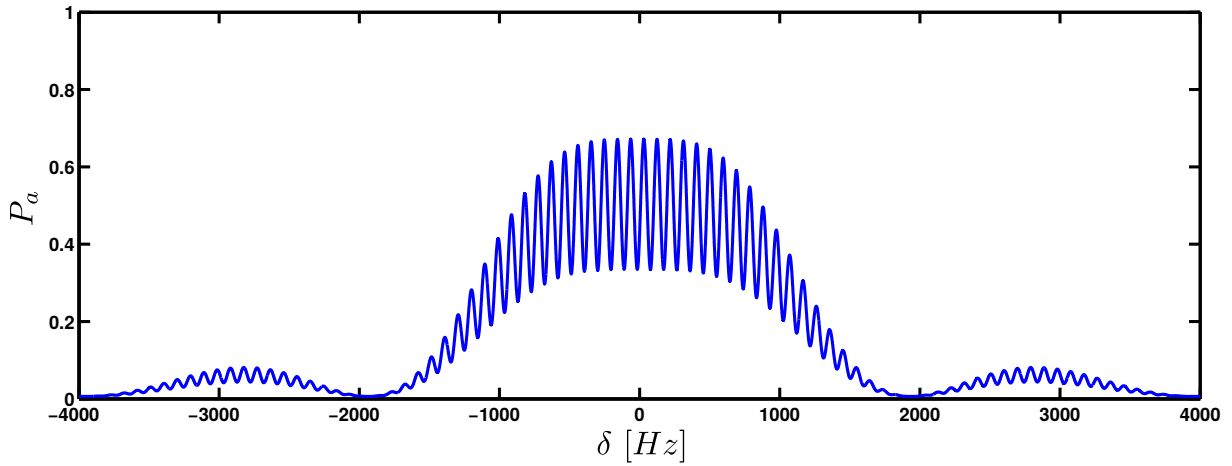


FIGURE 2.1 – Calcul numérique des franges de Ramsey. Nous avons tracé l'évolution de la population atomique dans l'état $|a\rangle$ en fonction du désaccord δ des impulsions $\pi/2$. $p_a(t_f)$ est calculée à partir de l'équation (2.71) en utilisant l'équation (2.64) pour les $p_a^n = |c_a^n(\tau + T + \tau)|^2$. Les phases $\varphi_n(t_f)$ sont données par les équations (2.88) et (2.89). Pour la dynamique de la séparation et de la recombinaison, nous avons utilisé des rampes de STA (cf partie 2.3). Les paramètres numériques utilisés sont les suivants : temps de séparation : 2 ms, temps de recombinaison : 2 ms, temps d'attente dans les pièges séparés : 6 ms, $\Omega_R = 2\pi \cdot 500$ Hz, $g = 10$ m.s⁻² et $T = 500$ nK. Les paramètres des rampes de STA utilisées pour la séparation et la recombinaison seront donnés dans la partie 2.3. Le contraste n'est pas égal à 1 car nous avons rajouté une asymétrie entre les pièges, qui croît linéairement de 0 % à 1 % pendant la séparation, est stable à 1 % pendant l'interrogation et décroît jusqu'à 0 % lors de la recombinaison.

Dans le cas où les deux potentiels $V_a(\hat{z}, t)$ et $V_b(\hat{z}, t)$ ont les mêmes niveaux d'énergie à une constante indépendante de n près, alors le contraste reste tout le temps égal à 1. Ce cas est, par exemple, réalisé si les deux potentiels diffèrent seulement par une translation ou une rotation.

Dans la suite, le temps de cohérence est défini comme le plus petit temps t_c positif tel que $C(t_c) = 1/2$.

Nous considérons d'abord un cas adiabatique 2.2.4.1, puis nous rajoutons la dépendance temporelle de la séparation et de la recombinaison 2.2.4.2. Enfin, nous étudions l'effet d'une anharmonicité des potentiels sur le contraste 2.2.4.3.

2.2.4.1 Cas adiabatique avec séparation instantanée

Dans le cadre des hypothèses de suivi adiabatique et de séparation instantanée du paragraphe 2.2.3.1 sur le calcul de la phase, $\varphi_n(t)$ prend la forme d'un terme indépendant de n plus un terme dépendant de n . Ce dernier terme est noté $\delta\omega_n t$. En oubliant tous les termes indépendants de n qui ne modifient pas le contraste, ce dernier s'écrit alors $C(t) = |\sum_n p_n \exp(j\delta\omega_n t)|$. Si nous effectuons un développement à l'ordre deux pour $\delta\omega_n t \ll 1$ nous obtenons : $C(t) = 1 - (t/t_c)^2/2$ où t_c est identifié au temps de cohérence. Il est approximé par :

$$t_c = \frac{1}{\left[\sum_n p_n \delta\omega_n^2 - (\sum_n p_n \delta\omega_n)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.97)$$

Cette expression¹¹ sort naturellement du développement de $C(t)$. Le taux de décohérence t_c^{-1} est donc proportionnel à l'écart-type des différences de fréquences propres des deux potentiels $\delta\omega_n$ pondérées par la distribution de Boltzman p_n .

Le calcul exact du contraste peut être mené dans le cas où les deux potentiels $V_a(\hat{z}, t)$ et $V_b(\hat{z}, t)$ sont harmoniques, respectivement de fréquences ω_a et ω_b . Tout calcul fait nous trouvons :

$$C(t) = \frac{1 - \lambda}{\sqrt{(1 - \lambda)^2 + 4\lambda \sin^2\left(\frac{\delta\omega t}{2}\right)}} \quad \text{avec :} \quad \lambda = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_m}{kT}\right) \quad (2.98)$$

où nous avons noté : $\omega_m = (\omega_a + \omega_b)/2$ et $\delta\omega = \omega_a - \omega_b$. Cette formule est analogue à celle de la transmission d'un interféromètre de Fabry-Perot de coefficient de réflexion λ . Dans le cas du gaz thermique, i.e. $\hbar\omega_m \ll kT$, et pour des petits temps de cohérence $\delta\omega t_c \ll 1$, nous obtenons : $t_c = \sqrt{3} \frac{\hbar\omega_m}{kT} \frac{1}{\delta\omega}$. Sous la même hypothèse de gaz thermique, nous aboutissons au même résultat (à un facteur $\sqrt{3}$ près) en partant directement de l'approximation pour le temps de cohérence¹² (2.97) :

$$t_c \sim \frac{1}{\delta\omega} \frac{\hbar\omega_m}{kT} \quad (2.99)$$

Nous remarquons que l'approximation $\delta\omega_n t \ll 1$ utilisée dans le calcul de (2.97) n'est pas complètement valide, car (2.99) peut s'écrire sous la forme : $1 \sim \delta\omega N_{th} t_c$, où $N_{th} = kT/\hbar\omega$ est l'ordre de grandeur du nombre de niveaux vibrationnels peuplés à la température T . L'approximation $\delta\omega_n t \ll 1$ n'est donc pas vraie pour tous les niveaux vibrationnels peuplés. Elle devient fausse quand n devient de l'ordre de N_{th} . Toutefois cette approximation permet d'obtenir une règle du pouce pour calculer le temps de cohérence. Pour un calcul exact, il faut repartir de la formule (2.96).

En prenant les paramètres du chapitre 3, c'est-à-dire une température de 370 nK et une asymétrie relative des deux potentiels de $\delta\omega/\omega_m \simeq 0,035\%$, nous trouvons un temps de cohérence de l'ordre 60 ms. Ce temps de cohérence relativement court ne permet pas d'utiliser de longues rampes adiabatiques pour le déplacement des pièges (ici long s'entend comme grand devant l'inverse des fréquences des pièges qui sont typiquement entre 100 Hz et 1 kHz pour des pièges en forme de *dimple* sur une puce atomique, cf annexe E). Une technique, appelée raccourci à l'adiabaticité, permettant de réaliser le déplacement des pièges en un temps de l'ordre de l'inverse des fréquences de piégeage, sera présentée dans la section 2.3. Deux autres possibilités peuvent aussi être envisagée : diminuer le temps nécessaire aux rampes adiabadiques en augmentant le confinement des pièges dans la direction de séparation, et diminuer plus la température du nuage. Pour garder un nuage thermique et satisfaire les deux contraintes précédentes, il faut alors utiliser un piège en forme de crêpe, autrement dit, un piège raide dans la direction de séparation et mou dans les deux autres directions de l'espace.

11. Dans la section 2.2.3.1, les potentiels sont harmoniques, mais nous pouvons toujours écrire en toute généralité $\varphi_n(t_f) = (E_n^b - E_n^a)t_f/\hbar$, où les E_n^i sont les énergies propres du potentiel i .

12. La thèse de Landry Huet [Huet, 2013] donne tout les éléments pour calculer les moments d'une distribution de Boltzman.

2.2.4.2 Cas dépendant du temps

Incluons maintenant la dépendance temporelle des potentiels de piégeage dans le calcul du contraste. Dans le cas où les fréquences¹³ ω_i et les positions des pièges z_i dépendent du temps le contraste est donné par :

$$C(t) = \left| \sum_n p_n \exp(jnf(t)) \right| \quad \text{avec :} \quad f(t) = \int_0^t \left(\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right) dt' \quad (2.100)$$

Il est intéressant de noter que dans cette formule exacte du contraste, seules les fonctions ρ_i interviennent. Cela rejoint la remarque faite au début de la section sur le contraste : une translation des pièges n'intervient pas dans le contraste, car elle ne change les énergies propres des pièges que d'une constante additive indépendante de n .

Dans le cas d'un nuage thermique (i.e. $\hbar\omega_a \ll kT$) et des temps courts $|f(t)| \ll 1$, le temps de cohérence t_c est donné par l'équation implicite suivante :

$$1 \simeq \frac{kT}{\hbar\omega} \left| \int_0^{t_c} \left(\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right) dt \right| \quad (2.101)$$

Pour illustrer les calculs précédents sur le signal et le contraste nous avons tracé sur la figure 2.1 le signal simulé de notre interféromètre en fonction de la fréquence de l'oscillateur local.

2.2.4.3 Effets combinés de g et d'un terme anharmonique sur le contraste

Dans ce paragraphe, nous montrons que le contraste peut dépendre de la valeur de l'accélération à mesurer. C'est typiquement le cas quand les deux pièges des deux bras de l'interféromètre sont légèrement anharmoniques. En effet, l'anharmonicité combinée à une accélération non nulle change la courbure du potentiel au voisinage du minimum du piège. Et même si les anharmonicités sont les mêmes (en valeurs absolues), l'accélération rompt la symétrie entre les potentiels. Cela fait chuter le contraste de l'interféromètre.

Pour les deux bras de l'interféromètre, considérons les deux potentiels suivants :

$$V_i(\hat{z}, t) = \frac{1}{2}m\omega_i^2(t)(\hat{z} - z_i(t))^2 + mg\hat{z} + \epsilon_i \frac{\hbar\omega_i}{a_i^3} (\hat{z} - z_i(t))^3 \quad (2.102)$$

où ϵ_i est un paramètre sans dimension caractérisant l'anharmonicité du potentiel. Il est tel que $|\epsilon_i| \ll 1$. $a_i = \sqrt{\hbar/(m\omega_i)}$ est la longueur de l'oscillateur harmonique. Il est aisé de montrer que le minimum de ce potentiel n'est pas changé par le terme anharmonique, i.e. il est donné par $z_i^{cm} = z_i - g/\omega_i^2$. Par contre le terme anharmonique change la courbure du potentiel au voisinage de ce minimum. Ainsi la fréquence du potentiel ω_i^{eff} au voisinage du minimum est :

$$\omega_i^{eff} = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} (z_i^{cm})} = \omega_i - 3\epsilon_i \frac{mga_i}{\hbar} \quad (2.103)$$

13. Nous nous limitons au cas des pièges harmoniques comme dans la partie sur le déphasage.

Plaçons nous dans le cas $\omega_a = \omega_b$ (et donc $a_{ho} = a_a = a_b$). Cela correspond typiquement à la réalisation de deux habillages parfaitement symétriques jusqu'à l'ordre 2 en z pour les deux états de l'interféromètre. La différence de fréquence entre les pièges est donc $\delta\omega = |\omega_b^{eff} - \omega_a^{eff}| = |\epsilon_b - \epsilon_a|3mga_{ho}/\hbar$. Le temps de décroissance du contraste à 50 %, fondé sur l'équation (2.99), est de l'ordre de :

$$t_c \sim \frac{\hbar\omega}{kT} \frac{\hbar}{3mga_{ho}|\epsilon_b - \epsilon_a|} \quad (2.104)$$

Considérons le cas où tout est fait pour avoir deux pièges parfaitement symétriques (i.e. égaux à une translation ou rotation près) en l'absence de l'accélération g à mesurer. Deux cas se présentent :

i) Dans le cas de la figure 2.2.a, les anharmonicités sont égales et de mêmes signes, i.e. $\epsilon_a = \epsilon_b$. La valeur de l'accélération à mesurer n'a alors pas d'influence sur le contraste.

ii) Dans le cas de la figure 2.2.b, les anharmonicités sont égales et de signes opposés, i.e. $\epsilon_a = -\epsilon_b$. L'accélération à mesurer fait alors chuter le contraste. En considérant la symétrie de l'implémentation expérimentale proposée dans le chapitre 3, c'est ce dernier cas qui est à considérer.

Pour limiter cet effet deux pistes sont possibles : i) augmenter le confinement du piège dans la direction de mesure de l'accélération, en effet, comme cela est visible sur l'équation précédente, le temps de cohérence augmente avec $\sqrt{\omega}$. ii) Utiliser un nuage le plus froid possible, pour qu'il reste confiné le plus près possible du minimum du piège et ainsi qu'il voit moins l'effet des termes anharmoniques.

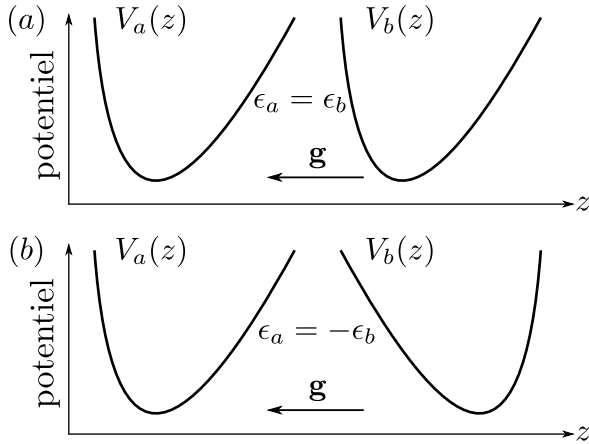


FIGURE 2.2 – Les deux cas de figures possibles pour les signes de l'anharmonicité des potentiels : (a) $\epsilon_a = \epsilon_b$ et (b) $\epsilon_a = -\epsilon_b$.

2.3 Shortcut to adiabaticity

Un *shortcut to adiabaticity* ou raccourci à l'adiabaticité [Torrontegui *et al.*, 2013a] consiste à faire évoluer un système plus rapidement que ne l'imposent les conditions de suivi adiabatique, tout en garantissant que l'état d'arrivée soit le même que pour une transformation adiabatique.

Pour réaliser une telle transformation plusieurs méthodes existent :

i) La méthode Rice-Demirplak-Berry ou *counteradiabatic protocol* ou encore *transitionless tracking algorithm* [Berry, 2009, Demirplak et Rice, 2003] consiste à trouver les solutions de l'évolution adiabatique pour l'hamiltonien qui nous intéresse. Ensuite nous construisons un hamiltonien dont les solutions adiabatiques précédentes sont des solutions exactes. Enfin, ce dernier hamiltonien est appliqué au système pour le faire évoluer vers la solution adiabatique désirée.

ii) La méthode de façonnage rapide par anticipation ou *fast-forward method* [Masuda et Nakamura, 2008, Masuda et Nakamura, 2010, Torrontegui *et al.*, 2012b]. Cette méthode a été proposée pour séparer des ondes de matière lors du passage d'un simple puits à un double puits de potentiel [Torrontegui *et al.*, 2012b]. Elle consiste à choisir une nouvelle échelle de temps (non-linéaire et accélérée par rapport à la précédente) permettant ainsi de définir un nouveau potentiel dépendant du temps V_{FF} à appliquer au système. Ce dernier potentiel V_{FF} est tel que, si nous l'appliquons au système, alors les états final et initial sont les mêmes que lors d'une évolution adiabatique.

iii) La méthode des invariants de Lewis-Reisenfeld [H. R. Lewis et Reisenfeld, 1969, Schaff *et al.*, 2011a] consiste à trouver un invariant dynamique de l'hamiltonien régissant le système. Puis à trouver les conditions assurant que les fonctions propres de l'hamiltonien et de son invariant dynamique coïncident au début et à la fin de la transformation. C'est cette dernière méthode de transformation que nous appliquerons à notre interféromètre.

Ces techniques peuvent être très utiles pour notre interféromètre. Nous avons vu dans les parties précédentes que des paramètres expérimentaux typiques nous donnent un temps de décroissance à 50 % du contraste qui est de l'ordre de 60 ms. Cela ne laisse pas beaucoup de temps pour déplacer les pièges et changer leurs fréquences en utilisant des rampes adiabatiques. De manière plus générale, une séparation et une recombinaison rapide permettraient d'augmenter la durée de la phase d'interrogation par rapport à celle de séparation et de recombinaison, augmentant ainsi la contribution du terme différence d'énergie potentielle $-(mg/\hbar) \int_0^{t_f} (z_a^{cm} - z_b^{cm}) dt$ par rapport aux autres termes dans la phase accumulée par les atomes (cf équation 2.95).

2.3.1 Raccourcis à l'adiabaticité : un bref état de l'art

Les techniques de raccourcis à l'adiabaticité [Torrontegui *et al.*, 2013a, Schaff *et al.*, 2011a] ont déjà été mises en œuvre sur des expériences d'atomes froids, avec des gaz thermiques ou des condensats, pour déplacer un piège ou changer sa raideur. Comme il est bien connu qu'une diminution adiabatique de la raideur d'un piège refroidit le gaz qu'il contient sans augmenter la densité dans l'espace des phases [Walraven, 2010], une des premières propositions faites, était de les utiliser pour accélérer le refroidissement d'un nuage atomique [Chen *et al.*, 2009, Chen *et al.*, 2010]. La décompression d'un piège contenant un gaz thermique [Schaff *et al.*, 2010, Schaff, 2011] ou un condensat [Schaff *et al.*, 2011b, Schaff, 2011] a été démontrée en utilisant la méthode des invariants de Lewis-Reisenfeld. Dans la référence [Schaff *et al.*, 2010], la raideur du piège est changée de 230 Hz à 18 Hz en 35 ms. L'utilisation de shortcut to adiabaticity permet alors de réduire

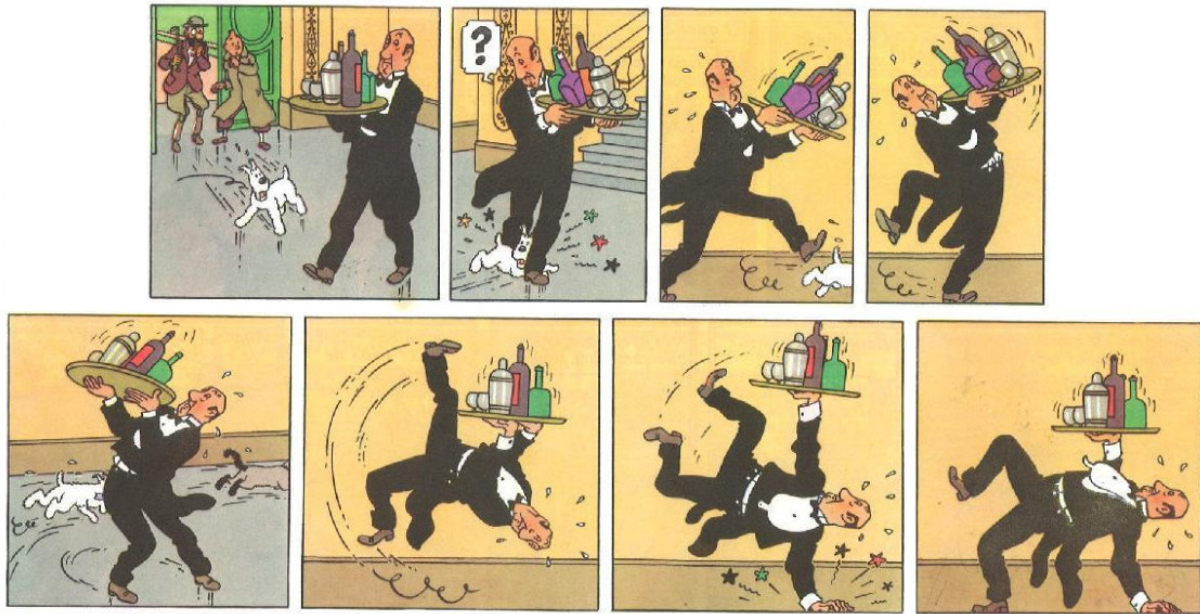


FIGURE 2.3 – Illustration d'un raccourci à l'adiabaticité donnée par David Guéry-Odelin lors d'un séminaire au Collège de France. Hergé, *Les aventures de Tintin, Les 7 boules de cristal*, 1948. Les atomes (ici les bouteilles) doivent être translatés d'un point A à un point B (la première et la dernière case) tout en assurant que les états initial et final soient identiques. Pour que la transformation soit rapide les atomes évoluent en suivant l'invariant dynamique (ici Nestor et son plateau).

d'un facteur environ 10 l'amplitude des oscillations de position et d'un facteur 3 les oscillations de la taille du nuage atomique par rapport à un changement linéaire de la fréquence d'une durée similaire. Pour le cas d'un condensat [Schaff *et al.*, 2011b], les oscillations de la taille et de la position du nuage sont aussi fortement réduites pour la partie condensée, mais pas pour la partie thermique. En effet, les conditions pour réaliser un raccourci à l'adiabaticité avec un gaz thermique ou avec un condensat ne sont pas les mêmes [Schaff *et al.*, 2011a] (cela est dû à la présence des interactions qui modifient l'invariant dynamique) et ne sont pas satisfaites en même temps. La référence [Torrontegui *et al.*, 2012a] propose d'utiliser des raccourcis à l'adiabaticité basés sur un invariant de Lewis-Riesenfeld pour décompresser un nuage d'atomes sans interaction dans un piège optique gaussien. La méthode Rice-Demirplak-Berry a aussi été proposée pour décompresser un piège contenant un nuage thermique ou un condensat [del Campo, 2013].

Depuis les essais de déplacement non-adiabatique de pinces optiques servant à translater des atomes d'un piège magnéto-optique vers une autre zone d'expérience [Couvert *et al.*, 2008], de nombreuses études ont été réalisées pour trouver des raccourcis à l'adiabaticité optimaux dans le cas de pièges harmoniques. Les références [Chen *et al.*, 2011b, Chen *et al.*, 2011a, Torrontegui *et al.*, 2011] utilisent la méthode des invariants de Lewis-Riesenfeld pour déplacer un piège contenant des atomes sans interaction. La référence [Chen *et al.*, 2011b] montre que le protocole le plus rapide est de type « bang-bang ». Il consiste à donner un « grand coup » au nuage vers l'endroit où nous voulons l'envoyer, puis à donner un second coup dans le sens contraire pour le freiner juste avant d'arriver à la position finale. L'article [Chen *et al.*, 2011a] fait le lien entre la

méthode des invariants et celle de Rice-Demirplak-Berry. La référence [Torrontegui *et al.*, 2011] présente une brève généralisation au cas des pièges non harmoniques.

Bien que ne nous concernant pas directement, car nous réalisons une séparatrice par habillage des états internes [Böhi *et al.*, 2009, Ammar *et al.*, 2015], il est intéressant de noter que la séparation d'un paquet d'ondes piégé, i.e. la croissance d'une barrière de potentiel, a été abordée dans les références [Torrontegui *et al.*, 2012b, Torrontegui *et al.*, 2013b, Martínez-Garaot *et al.*, 2013] en utilisant la méthode fast-forward.

Les méthodes des invariants de Lewis-Riesenfeld et de Rice-Demirplak-Berry ont été proposées pour réaliser une inversion de population dans un système à deux niveaux [Ruschhaupt *et al.*, 2012, Lu *et al.*, 2013]. L'utilisation de ces méthodes permet de trouver des rampes minimisant les fluctuations de l'efficacité de l'inversion de population en fonction des fluctuations des paramètres expérimentaux (fréquence de Rabi et désaccord du champ utilisé). De telles rampes pourraient être utiles pour réaliser des impulsions $\pi/2$ robustes pour notre interféromètre. La réalisation de raccourcis à l'adiabaticité a aussi été envisagée dans des systèmes à trois niveaux et appliquée à la croissance d'une barrière de potentiel [Martínez-Garaot *et al.*, 2014].

2.3.2 Rétro-ingénierie de l'hamiltonien : méthode des invariants de Lewis-Riesenfeld

2.3.2.1 Rappel et définition de la méthode

Avant de définir la méthode de rétro-ingénierie de l'hamiltonien par les invariants de Lewis-Riesenfeld, nous commençons par quelques rappels importants de la référence [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969]. Ces derniers auteurs donnent une forme générale pour la solution d'un hamiltonien dépendant du temps $\hat{H}(t)$:

$$|t\rangle = \sum_n c_n \exp(i\alpha_n(t)) |n, t\rangle \quad (2.105)$$

Les c_n sont des nombres complexes indépendants du temps et les $|n, t\rangle$ sont les états propres d'un invariant dynamique $\hat{I}(t)$ de $\hat{H}(t)$ qui ne doit pas contenir l'opérateur $\partial/\partial t$. Nous rappelons la définition d'un invariant dynamique :

$$\frac{\partial \hat{I}(t)}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} [\hat{I}(t), \hat{H}(t)] = 0 \quad \text{et} \quad \hat{I}^\dagger(t) = \hat{I}(t) \quad (2.106)$$

ainsi que la définition des phases $\alpha_n(t)$ accumulées par les états $|n, t\rangle$ sous l'effet de $\hat{I}(t)$:

$$\hbar \frac{d\alpha_n}{dt} = \langle n, t | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \hat{H}(t) | n, t \rangle \quad (2.107)$$

Réaliser un raccourci à l'adiabaticité sur l'intervalle de temps $[0, t_f]$ c'est imposer que les populations des états n de $\hat{H}(t_f)$ soient les mêmes que celles de $\hat{H}(0)$. Pour cela, la méthode des

invariants de Lewis-Riesenfeld impose :

$$\hat{H}(0) \propto \hat{I}(0) \quad \text{et} \quad \hat{H}(t_f) \propto \hat{I}(t_f) \quad (2.108)$$

Ainsi un état propre $|n\rangle$ de $\hat{H}(0)$ est aussi l'état propre $|n, 0\rangle$ de $\hat{I}(0)$. Sous l'effet de $\hat{I}(t)$, il a acquis, après un temps t_f , une phase $\alpha_n(t_f)$ et devient $\exp(i\alpha_n(t_f))|n, t_f\rangle$. La relation de commutation entre l'hamiltonien et son invariant à t_f implique que $\exp(i\alpha_n(t_f))|n, t_f\rangle$ soit aussi un état propre $\hat{H}(t_f)$. Comme les c_n de l'équation (2.105) ne dépendent pas du temps, la population de l'état $|n\rangle$ de $\hat{H}(0)$ est la même que celle de l'état $|n\rangle$ de $\hat{H}(t_f)$.

2.3.3 Application à notre interféromètre

Le design de notre interféromètre nous permet de considérer indépendamment le mouvement de chacun des deux potentiels. Pour chacun des puits, nous voulons réaliser un raccourci à l'adiabaticité pour la phase de séparation, puis attendre un certain temps sans bouger les puits, et enfin réaliser un second raccourci à l'adiabaticité pour la phase de recombinaison. Entre 0 et t_1 , nous avons la phase de séparation, entre t_1 et t_2 , c'est la phase statique, et entre t_2 et t_f , c'est la recombinaison. Dans la suite, nous cherchons de manière générale un raccourci à l'adiabaticité sur la position et la fréquence du piège entre deux temps génériques t_m et t_p .

Pour le bras piégeant les atomes dans l'état interne $|i\rangle$, $i = \{a, b\}$, nous avons l'hamiltonien suivant (cf équation (2.86) en omettant le terme d'énergie interne $\hbar\omega_0$ de l'état $|b\rangle$) :

$$\begin{aligned} \hat{H}'_i(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_i^2(t) \left(\hat{z} - z_i(t) + \frac{g}{\omega_i^2(t)} \right)^2 + \gamma_i(t) \\ \text{avec} \quad \gamma_i(t) = -\frac{mg^2}{2\omega_i^2(t)} + mgz_i(t) \end{aligned} \quad (2.109)$$

Modulo le changement de jauge $\Psi_{H_i}(t) = \Psi_{H'_i}(t) \exp(-j\Gamma_i(t)/\hbar)$ avec $\Gamma_i(t) = \int_0^t \gamma_i(t')dt'$, nous retrouvons l'hamiltonien :

$$\hat{H}_i(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_i^2(t) \left(\hat{z} - z_i(t) + \frac{g}{\omega_i^2(t)} \right)^2 \quad (2.110)$$

pour lequel nous avons déjà trouvé un invariant dynamique $\hat{I}(t)$ dans la section 2.1.1 (cf équation (2.21)) avec les fonctions ρ_i et z_i^{cm} obéissant aux équations suivantes :

$$\ddot{\rho}_i + \omega_i^2 \rho_i = \frac{1}{\rho_i^3} \quad (2.111)$$

$$\ddot{z}_i^{cm} + \omega_i^2 \left(z_i^{cm} - z_i + \frac{g}{\omega_i^2} \right) = 0 \quad (2.112)$$

Pour la réalisation d'un raccourci à l'adiabaticité entre t_m et t_p , il faut imposer les relations de commutations (2.108) entre l'hamiltonien et son invariant. Cela revient à imposer les conditions

suivantes sur ρ_i et z_i^{cm} en t_m et t_p :

$$\rho_i(t_{m,p}) = \frac{1}{\sqrt{\omega_i(t_{m,p})}} \quad z_i^{cm}(t_{m,p}) = z_i(t_{m,p}) - \frac{g}{\omega_i^2(t_{m,p})} \quad (2.113)$$

$$\dot{\rho}_i(t_{m,p}) = 0 \quad \dot{z}_i^{cm}(t_{m,p}) = 0 \quad (2.114)$$

où les constantes $\omega_i(t_{m,p})$ et $z_i(t_{m,p})$ sont fixées et reliées respectivement à la taille et à la position du nuage voulues avant et après le raccourci à l'adiabaticité. Deux conditions supplémentaires sont fournies par les équations (2.111) et (2.112) :

$$\ddot{\rho}_i(t_{m,p}) = 0 \quad \text{et} \quad \ddot{z}_i^{cm}(t_{m,p}) = 0 \quad (2.115)$$

Les équations (2.113), (2.114) et (2.115) forment les conditions de raccourci à l'adiabaticité à t_m et t_p .

Pour trouver les rampes à utiliser pour z_i et ω_i , nous devons résoudre (2.111) et (2.112) compte-tenu de (2.113), (2.114) et (2.115). Cela peut se faire en choisissant arbitrairement un *ansatz* polynomial d'ordre cinq pour ρ_i et z_i^{cm} . Le choix de cet *ansatz* est arbitraire et est fait ici pour illustrer le propos. En pratique, d'autres choix d'*ansatz* peuvent être faits pour tenir compte des particularités expérimentales du dispositif. Nous posons donc [Schaff *et al.*, 2011a, Torrontegui *et al.*, 2011, Chen *et al.*, 2010] :

$$\rho_i(t) = \sum_{k=0}^5 a_k t^k \quad z_i^{cm}(t) = \sum_{k=0}^5 b_k t^k \quad \text{avec} \quad t \in [t_m, t_p] \quad (2.116)$$

Nous pouvons trouver les coefficients des polynômes satisfaisant les conditions précédentes :

$$a_5 = \frac{6(B-A)}{(t_p - t_m)^5} \quad a_4 = -\frac{15(t_p + t_m)(B-A)}{(t_p - t_m)^5} \quad (2.117)$$

$$a_3 = \frac{10(t_p^2 + 4t_m t_p + t_m^2)(B-A)}{(t_p - t_m)^5} \quad (2.118)$$

$$a_2 = -\frac{30t_m t_p (t_p + t_m)(B-A)}{(t_p - t_m)^5} \quad a_1 = \frac{30t_m^2 t_p^2 (B-A)}{(t_p - t_m)^5} \quad (2.119)$$

$$a_0 = -\frac{10t_m^2 t_p^2 (t_m B - t_p A) - 5t_m t_p (t_m^3 B - t_p^3 A) + t_m^5 B - t_p^5 A}{(t_p - t_m)^5} \quad (2.120)$$

avec pour la fonction ρ_i , $A = 1/\sqrt{\omega_i(t_m)}$ et $B = 1/\sqrt{\omega_i(t_p)}$. Les coefficients de $z_i^{cm}(t)$ ont la même forme avec $A = z_i(t_m) - g/\omega_i^2(t_m)$ et $B = z_i(t_p) - g/\omega_i^2(t_p)$.

Nous disposons donc des rampes sur ρ_i et z_i^{cm} . Nous pouvons en déduire les rampes $\omega_i(t)$ et $z_i(t)$ à appliquer au système pour réaliser un raccourci à l'adiabaticité. Premièrement, connaissant

$\rho_i(t)$, nous déduisons $\omega_i(t)$ à l'aide de l'équation (2.111) :

$$\omega_i^2 = \frac{1}{\rho_i^4} - \frac{\ddot{\rho}_i}{\rho_i} \quad (2.121)$$

Deuxièmement, connaissant $z_i^{cm}(t)$ et $\omega_i(t)$, nous pouvons déduire $z_i(t)$ de l'équation (2.112) :

$$z_i(t) = \frac{\ddot{z}_i^{cm}}{\omega_i^2} + z_i^{cm} + \frac{g}{\omega_i^2} \quad (2.122)$$

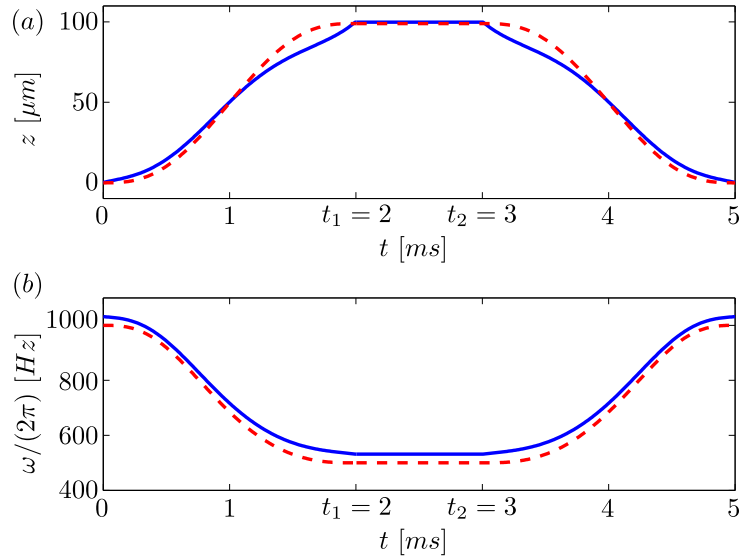


FIGURE 2.4 – (a) Représentation temporelle des rampes z_i (trait plein bleu) et z_i^{cm} (trait pointillé rouge). (b) Représentation temporelle des rampes ω_i (trait plein bleu) et $1/\rho_i^2$ (trait pointillé rouge). La courbe (a) en trait plein bleu, correspondant à ω_i , a été translatée de 30 Hz vers le haut pour une meilleure lecture. Entre $t = 0$ et $t = t_1$, nous séparons spatialement les deux états internes de 200 μm . Pendant cette phase, la fréquence des pièges ω_i décroît de 1 kHz à 500 Hz. Dans notre exemple numérique $t_1 = 2$ ms et nous satisfaisons les conditions de raccourci à l'adiabaticité en $t = 0$ et $t = t_1$. Entre t_1 et t_2 (période d'interrogation) les paramètres des pièges ω_i et z_i sont maintenus constant. Entre t_2 et t_f nous recombinaisons spatialement les deux états. Nous avons représenté seulement le mouvement du piège a. Pour le piège b nous supposons que le changement de fréquence est identique et que le déplacement est dans la direction opposée.

Avant de tracer de telles rampes, explicitons les conditions aux limites en 0, t_1 , t_2 et t_f utilisées pour notre interféromètre. Nous notons d la demi-distance de séparation pendant la phase statique, $\omega_r = \omega_i(0) = \omega_i(t_f)$ la fréquence du piège avant séparation et $\omega_s = \omega_i(t_1) = \omega_i(t_2)$ après séparation. Nous avons supposé que les rampes de fréquence choisies pour les deux pièges sont les mêmes. Pour le premier raccourci à l'adiabaticité correspondant à la séparation des pièges :

$$\rho_i(0) = \frac{1}{\sqrt{\omega_r}} \quad \rho_i(t_1) = \frac{1}{\sqrt{\omega_s}} \quad (2.123)$$

$$z_i^{cm}(0) = -\frac{g}{\omega_r^2} \quad z_a^{cm}(t_1) = d - \frac{g}{\omega_s^2} \quad z_b^{cm}(t_1) = -d - \frac{g}{\omega_s^2} \quad (2.124)$$

et les dérivées premières et secondes, en 0 et t_1 , sont toutes nulles. Nous avons supposé que le piège a se déplace d'une distance d vers les z positifs et b d'une distance d vers les z négatifs.

Pour le second raccourci à l'adiabaticité correspondant à la recombinaison, nous avons en t_2 et t_f :

$$\rho_i(t_2) = \frac{1}{\sqrt{\omega_s}} \quad \rho_i(t_f) = \frac{1}{\sqrt{\omega_r}} \quad (2.125)$$

$$z_a^{cm}(t_2) = d - \frac{g}{\omega_s^2} \quad z_b^{cm}(t_f) = -d - \frac{g}{\omega_s^2} \quad z_i^{cm}(t_1) = -\frac{g}{\omega_r^2} \quad (2.126)$$

A partir de ces conditions, nous avons représenté sur la figure 2.4 les rampes z_i et ω_i , ainsi que z_i^{cm} et $1/\rho_i^2$. La fonction $1/\rho_i^2$ est l'équivalent dynamique de ω_i . Les paramètres suivants sont utilisés : $d = 100 \text{ } \mu\text{m}$, $\omega_r = 2\pi \times 1 \text{ kHz}$, $\omega_s = 2\pi \times 500 \text{ Hz}$, $t_1 = 2 \text{ ms}$ et $t_f - t_2 = 2 \text{ ms}$. Pour une rampe avec des fréquences de piégeage supérieures à 500 Hz, nous n'avons pas trouvé, avec l'*ansatz* (2.116), de durée inférieure à 2 ms qui maintienne ω_i non nulle et réelle sur tout l'intervalle. Cela correspond à une durée minimale de l'ordre de $1/\min(\omega_i(t))$. Cette borne minimale est démontrée dans la référence [Salamon *et al.*, 2009].

2.3.3.1 Linéarité du capteur

Nous cherchons à montrer que, sous certaines hypothèses, le signal de notre interféromètre est linéaire avec l'accélération g (cf équations (2.93) et (2.95)) ce qui ne saute pas aux yeux à la lecture de l'équation (2.95). Mais toutefois, comme cela est visible sur l'équation (2.133) le signal $S(t_f)$ de notre capteur est une fonction affine de l'accélération g à mesurer.

Supposons, dans cette partie, $\rho_a = \rho_b$ (i.e. $\omega_a = \omega_b$) et définissons une fonction h_1 . Pour la phase de séparation, h_1 satisfait les conditions suivantes : $h_1(0) = 0$, $h_1(t_1) = 1$, $\dot{h}_1(0) = \dot{h}_1(t_1) = 0$ et $\ddot{h}_1(0) = \ddot{h}_1(t_1) = 0$ qui correspondent à (2.113), (2.114) et (2.115). Nous écrivons alors $z_i^{cm}(t)$ sous la forme :

$$z_a^{cm}(t) = \left(+d - \frac{g}{\omega_s^2} + \frac{g}{\omega_r^2} \right) h_1(t) - \frac{g}{\omega_r^2} \quad (2.127)$$

$$z_b^{cm}(t) = \left(-d - \frac{g}{\omega_s^2} + \frac{g}{\omega_r^2} \right) h_1(t) - \frac{g}{\omega_r^2} \quad (2.128)$$

*Pour la phase de re-combinaison, nous procédons pareillement en définissant une seconde fonction h_2 . De plus, nous pouvons poser $h_1(t) = -h_2(t_f - t)$ avec $t \in [0, t_1]$, cela revient à faire une re-combinaison symétrique de la séparation. De telles fonctions h_1 et h_2 peuvent être trouvées en utilisant l'*ansatz* (2.116). Une solution est :*

$$h_1(t) = 6 \frac{t^5}{t_1^5} - 15 \frac{t^4}{t_1^4} + 10 \frac{t^3}{t_1^3} \quad (2.129)$$

A l'aide de cette fonction h_1 nous pouvons réécrire (le calcul est laissé au lecteur) le signal de l'interféromètre sous la forme :

$$S(t_f) = (\omega - \omega_0) t_f - \phi_0 \quad (2.130)$$

avec :

$$\begin{aligned} \phi_0 = & -\frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} (z_a - z_b) dt - \frac{2mdg}{\hbar} \delta\varpi \left\{ \int_0^{t_1} \left[\left(\dot{h}_1 \right)^2 - \left(\frac{\ddot{h}_1}{\omega} \right)^2 \right] dt \right. \\ & \left. + \int_{t_2}^{t_f} \left[\left(\dot{h}_2 \right)^2 - \left(\frac{\ddot{h}_2}{\omega} \right)^2 \right] dt \right\} \end{aligned} \quad (2.131)$$

et $\delta\varpi = 1/\omega_s^2 - 1/\omega_r^2$. Les deux derniers termes sont les contributions de l'énergie cinétique et de l'accélération des atomes dues aux déplacements des pièges. L'effet de ces deux derniers termes peut-être annulé en choisissant les fréquences des pièges avant ω_r et après séparation ω_s tel que : $\omega_r = \omega_s$, ainsi $\delta\varpi = 0$.

Un dernier problème réside dans le fait que pour trouver les z_i il faut une connaissance a priori de l'accélération à mesurer g (cf équation (2.122)). En réalité, il ne faut pas chercher les rampes expérimentales pour z_a et z_b indépendamment, mais il faut chercher une rampe globale pour la distance de séparation $z_a - z_b$. Considérons la phase de séparation, sa fonction h_1 , ainsi que l'équation (2.122), nous avons alors :

$$z_a(t) - z_b(t) = \frac{1}{\omega^2(t)} 2d\ddot{h}_1(t) + 2dh_1(t) \quad (2.132)$$

Il en est de même pour la phase de recombinaison. La recherche des fonctions h_1 et h_2 étant indépendante de l'accélération g il en est de même pour la distance de séparation. Ainsi :

$$\begin{aligned} \phi_0 = & -\frac{2mgd}{\hbar} (t_2 - t_1) \\ & - \frac{2mdg}{\hbar} \delta\varpi \left\{ \int_0^{t_1} \left[\left(\dot{h}_1 \right)^2 - \left(\frac{\ddot{h}_1}{\omega} \right)^2 \right] dt + \int_0^{t_1} \left[\left(\dot{h}_2 \right)^2 - \left(\frac{\ddot{h}_2}{\omega} \right)^2 \right] dt \right\} \\ & - \frac{2mgd}{\hbar} \left[\int_0^{t_1} \left(\frac{\ddot{h}_1}{\omega^2} + h_1 \right) dt + \int_{t_2}^{t_f} \left(\frac{\ddot{h}_2}{\omega^2} + h_2 \right) dt \right] \end{aligned} \quad (2.133)$$

et le signal $S(t_f)$ du capteur est une fonction affine de l'accélération g .

2.3.3.2 Plan d'une séquence expérimentale

A l'aune des considérations précédentes, nous pouvons envisager de décomposer une séquence de mesure typique de la façon suivante :

i) La recherche des rampes $\rho_a = \rho_b$ est faite pour en déduire les paramètres expérimentaux $\omega_a = \omega_b$. Nous avons supposé les raideurs des pièges comme identiques pour maintenir le contraste et on suppose cette hypothèse vérifiée dans la suite du protocole.

ii) La recherche des fonctions h_1 et h_2 est faite, pour en déduire les variations expérimentales de $z_a - z_b$ à utiliser pour l'interféromètre. Le calcul de $z_a - z_b$ ne dépend pas de g , (cf équation (2.132)), ainsi le calcul des rampes expérimentales ne nécessite pas de connaissance *a priori* de l'accélération g .

iii) Nous mesurons ϕ_0 , puis g car les paramètres d , $h_1(t)$ et $h_2(t)$ sont connus.

2.3.3.3 Retrouver le cas adiabatique

Nous cherchons à retrouver la forme du signal dans le cas d'un déplacement et d'un changement de raideur adiabatique des pièges, i.e. sous l'hypothèse $\omega_i^2 \tau^2 \gg 1$ où τ est la durée de la phase de séparation ou de re-combinaison. Dans le cadre de cette hypothèse, nous retrouvons $z_i \simeq z_i^{cm}$ et $1/\rho_i^2 \simeq \omega_i$ avec les corrections au premier ordre en $1/(\omega_i^2 \tau^2)$: $\ddot{z}_i^{cm}/\omega_i^2$ pour z_i^{cm} et $\rho_i^4 \ddot{\rho}_i/4$ pour ρ_i . Sous cette hypothèse adiabatique nous retrouvons la formule intuitive pour le signal de notre interféromètre :

$$S(t_f) = (\omega - \omega_0) t_f + \frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} (z_a - z_b) dt \quad (2.134)$$

Ce signal se décompose en deux termes, le premier correspond à un terme d'horloge et le second à la différence d'énergie potentielle d'accélération ressentie par les deux états atomiques due à leurs positions différentes dans le champ d'accélération g .

2.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord trouvé une base de fonctions toutes solutions de l'équation de Schrödinger avec un hamiltonien dont la fréquence et la position dépendent du temps (section 2.1). Cette section, calculatoire, nous a servi d'outil pour calculer le contraste et le signal de notre interféromètre. Pour ce faire, nous avons décrit le gaz avec un formalisme de matrice densité. Nous avons vu que le temps de décroissance à 50 % du contraste t_c est de l'ordre de $t_c \sim \hbar \omega_m / (\delta \omega k T)$ où $\delta \omega$ est l'asymétrie entre les deux pièges, c'est-à-dire entre les deux bras de l'interféromètre (équation (2.99)). Pour des valeurs typiques des paramètres expérimentaux, t_c est de l'ordre de 60 ms. Nous avons aussi montré que le signal de l'interféromètre est le réseau de franges d'une horloge, mais décalé d'une certaine phase correspondant à l'accélération ressentie par le capteur.

Dans une dernière partie, nous avons appliqué la méthode des raccourcis à l'adiabaticité à notre interféromètre. Nous avons montré qu'il est possible de réaliser la séparation et la recombinaison dans un temps inférieur à t_c . Enfin nous avons explicité une méthode pour calculer les rampes de raideur des pièges ω_i et de distance de séparation entre les pièges $z_a - z_b$ à utiliser pour réaliser ce raccourci à l'adiabaticité ne nécessitant pas de connaissance à priori de l'accélération à mesurer.

Ces résultats théoriques semblent suffisamment prometteurs pour chercher une implémentation expérimentale du protocole de mesure décrit dans ce chapitre. C'est l'objet du chapitre suivant.

Contrast and phase-shift of a trapped atom interferometer using a thermal ensemble with internal state labelling

M. Dupont-Nivet^{1,2,‡}, C. I. Westbrook² and S. Schwartz¹

¹Thales Research and Technology France, Campus Polytechnique, 1 av. Augustin Fresnel, 91767 Palaiseau, France

²Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Campus Polytechnique, 2 av. Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau, France

Abstract. We report a theoretical study of a double-well Ramsey interferometer using internal state labelling. We consider the use of a thermal ensemble of cold atoms rather than a Bose-Einstein condensate to minimize the effects of atomic interactions. To maintain a satisfactory level of coherence in this case, a high degree of symmetry is required between the two arms of the interferometer. Assuming that the splitting and recombination processes are adiabatic, we theoretically derive the phase-shift and the contrast of such an interferometer in the presence of gravity or an acceleration field. We also consider using a "shortcut to adiabaticity" protocol to speed up the splitting process and discuss how such a procedure affects the phase shift and contrast. We find that the two procedures lead to phase-shifts of the same form.

Keywords: Atomic interferometry, Ultra-cold thermal atoms, Shortcut to adiabaticity

‡ Corresponding author: matthieu.dupontnivet@thalesgroup.com

1. Introduction

Inertial sensors based on interferometry [1] with freely falling atoms have demonstrated excellent performance in the measurement of gravity [2], gravity gradients [3] and rotations [4]. Atom interferometry with trapped atoms is much less well developed although it offers some advantages: interrogation times are not limited by the atoms' flight from the interaction region and one can hope to reduce the overall size of the device using technologies such as atom chips [5, 6, 7]. These advantages motivated our recent proposal for a trapped atom interferometer using thermal atoms [8], a situation closely analogous to white light interferometry in optics [9]. In it we discussed the importance of maintaining a high degree of symmetry in the two interferometer arms.

In that design we discussed use of internal state labeling of non-condensed ultra-cold atoms [6], essentially a Ramsey interferometer with an adiabatic spatial separation of the internal states. An adiabatic procedure however, has the disadvantage of severely limiting the speed of the splitting: the separation must be slow compared to the trap oscillation period. Here we will consider another approach inspired by recent work on "shortcuts to adiabaticity" (STA) [10, 11] which allows one to effect the separation more rapidly [10, 12, 13]. This technique is already used in some experiments to move the position [13] and change the frequencies [14] of a trap filled with a thermal gas or a Bose-Einstein condensate [15]. Although a STA protocol is rather complex, we find that the resulting phase shifts and interferometer contrast are of the same intuitive form as in the adiabatic case.

In this paper we consider a protocol similar to the one described in reference [6, 8], namely a Ramsey interferometer with spatial separation of the internal states. Such a configuration has the advantage of providing an independent control on the two arms of the interferometer [8], and allows the phase to be measured by atom counting rather than fringe fitting. We take into account the possible effect of gravity or acceleration, and describe the dynamics of the splitting and recombination process in two particular cases. In the first case, we assume that the splitting and recombination process is slow enough that adiabatic approximation holds [8]. In the second case, we assume purely harmonic trap and derive an optimal interferometric sequence based on the shortcut to adiabaticity (STA) technique [10, 12].

This paper is organized as follows: in section 2, we describe the basic principles of the interferometer protocol we consider. In section 3, we discuss the phase-shift and contrast in the case of adiabatic splitting and recombination. In section 4, we then consider the whole interferometric sequence as a dynamical problem, and show, in the case of harmonic potentials, that shortcuts to adiabaticity [10, 12, 13, 14] can be used to reduce the splitting and recombination time. We give an expression for the dynamical phase-shift of the interferometer, including the effects of the splitting and recombination ramps, the temperature and the asymmetry between the trapping potentials.

2. Interferometer protocol

In this section, we briefly recall the interferometer protocol described in reference [8], and that we will consider in the rest of this paper. Consider an ensemble of atoms with two levels $|a\rangle$ and $|b\rangle$. A typical interferometric sequence starts with a $\pi/2$ pulse to put the atoms in a coherent superposition of $|a\rangle$ and $|b\rangle$ with equal weights. Then the two internal states are spatially separated (the splitting period), held apart (the interrogation period) and recombined (the merging period) using state-dependent potentials $V_i(\hat{z}, t)$ which are only seen by atoms in internal state $|i\rangle$. We note \hat{z} the position operator, t the time and $i = a, b$. We suppose that the design of the interferometer [8] allows $V_a = V_b$ at the beginning and at the end of the sequence. Finally, another $\pi/2$ pulse closes the interferometer. Between the two $\pi/2$ pulses, the system can be described by the following Hamiltonian [8]:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V_a(\hat{z}, t) |a\rangle \langle a| + [V_b(\hat{z}, t) + \hbar\omega_{ab}] |b\rangle \langle b| , \quad (1)$$

where \hat{p} is the impulsion operator and $\hbar\omega_{ab}$ is the energy difference between the two internal states at the beginning and at the end of the interferometric sequence. Before the first $\pi/2$ pulse (labelled by $t = 0$), we assume that the state of the atomic cloud is the same as in [8] (i.e. in the internal state $|a\rangle$, at thermal equilibrium with temperature T in the trapping potential V_a). Thus we describe it by the same density matrix $\hat{\rho} = \sum_n p_n |n_a(0)\rangle |a\rangle \langle a| \langle n_a(0)|$. Here n_a labels the energies levels in the trap V_a , the $p_n = e^{-E_n^a/kT} / \sum_n e^{-E_n^a/kT}$ are the Boltzmann factors where E_n^a are the eigen-energies of $V_a(\hat{z}, 0)$ and $|n_a(t)\rangle |a\rangle$ are solutions of the Schrödinger equation with the Hamiltonian $\hat{H} |a\rangle \langle a| (t)$ and constitute an orthonormal basis (the same notation will be used for $\hat{H} |b\rangle \langle b| (t)$ later on in the paper). As in [8] we neglect the effect of collisions in the atomic cloud during the interferometric sequence (i.e. we don't have damping term in the Liouville equation for the evolution of the density operator), thus, due to the choice of the $|n_i(t)\rangle |i\rangle$, the p_n stay constant during the interferometric sequence. The effect of a $\pi/2$ pulse is modelled by:

$$|a\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle - ie^{-i\phi} |b\rangle) , \quad |b\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|b\rangle - ie^{+i\phi} |a\rangle) . \quad (2)$$

where we have neglected the finite duration of the pulse, ϕ is the phase of the electromagnetic field at the beginning of the pulse, and ω the frequency of the electromagnetic field. This model is valid in the case $|\delta/\Omega| \ll 1$, where $\delta = \omega - \omega_{ab}$ is the detuning from the atomic resonance, and Ω is the Rabi frequency.

Just after the second $\pi/2$ pulse (labelled by $t = t_f$, where t_f is the time between the two pulses), and using the hypothesis $V_a(\hat{z}, 0) = V_b(\hat{z}, 0)$ and $V_a(\hat{z}, t_f) = V_b(\hat{z}, t_f)$, the density matrix reads:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(t_f) = \sum_n p_n |n_a(t_f)\rangle \{ & p_n^a |a\rangle \langle a| + p_n^b |b\rangle \langle b| \\ & + p_n^{ab} |a\rangle \langle b| + p_n^{ba} |b\rangle \langle a| \} \langle n_a(t_f)| , \end{aligned} \quad (3)$$

with $p_n^a = [1 - \cos(\delta\phi - (\Omega_n^b - \Omega_n^a))] / 2$ and $p_n^b = [1 + \cos(\delta\phi - (\Omega_n^b - \Omega_n^a))] / 2$ and $\delta\phi = \omega t_f$. Where Ω_n^i includes the dynamic and geometrical phases accumulated by $|n_i(t)\rangle |i\rangle$ between the two $\pi/2$ pulses. In the above expressions, p_n^i is the population of $|n_i(t)\rangle$ in internal state $|i\rangle$, and p_n^{ab} and p_n^{ba} are the coherence terms between the two internal states in level $|n_a(t)\rangle$ and $|n_b(t)\rangle$. As in [8], the physical quantity measured in this interferometer is the total population in each internal state. We choose to write the total population in $|a\rangle$, leading, from equation (3), to:

$$p_a = \sum_n p_n p_n^a = \frac{1}{2} \{1 - C(t_f) \cos[\Delta\varphi(t_f)]\} , \quad (4)$$

where we introduce the contrast:

$$C(t) = |A(t)| , \quad (5)$$

and the phase-shift:

$$\Delta\varphi(t) = \arg[A(t)] , \quad (6)$$

with $A(t) = \sum_n p_n \exp(j\delta\phi - j\omega_{ab}t - j(\Omega_n^b - \Omega_n^a))$.

3. Phase-shift and contrast in the adiabatic case

In this section, we assume that the time variations of $V_a(\hat{z}, t)$ and $V_b(\hat{z}, t)$ are slow enough that the adiabatic approximation can be applied, as discussed in [8]. A more general non-adiabatic case will be considered in section 4. We furthermore assume that the path in parameter space describing the changes in $V_{a,b}(\hat{z}, t)$ retraces itself, such that the geometrical phase factors vanish [16] and thus $\Omega_n^i = \int_0^{t_f} E_n^i(t) dt / \hbar$ where $E_n^i(t)$ are the adiabatic eigen-energies of $\hat{H} |i\rangle \langle i| (t)$. Moreover, we assume for simplicity that the duration of the splitting and merging period are much smaller than the duration of the interrogation period, such that the effect of splitting and merging on the phase shift and contrast can be neglected (taking into account more realistic interferometric sequences, as described in [8], does not change the conclusions drawn in this section). We can thus write the phase accumulated by $|n_i(t)\rangle |i\rangle$ as $\Omega_n^i = E_n^i t_f / \hbar$ leading to $A(t) = \sum_n p_n \exp(j\omega t_f - j\omega_{ab}t_f - j\delta\omega_n t_f)$ where $\delta\omega_n = (E_n^b - E_n^a) / \hbar$ is difference between the eigen energies of the two traps for the same vibrational level.

3.1. Rule of thumb for the coherence time

A very convenient rule of thumb to infer the coherence time can be derived from equation (5) by considering the second order Taylor expansion of C under the assumption $|\delta\omega_n| t \ll 1$. This leads to $C(t) \simeq 1 - (t/t_c)^2 / 2$, where t_c is understood as the coherence time, with the following expression for t_c :

$$t_c \simeq \left[\sum_n p_n \delta\omega_n^2 - \left(\sum_n p_n \delta\omega_n \right)^2 \right]^{-1/2} . \quad (7)$$

In other words, the inferred decoherence rate t_c^{-1} is on the same order of magnitude as the standard deviation of the $\delta\omega_n$, weighted by the Boltzmann factors p_n .

If we furthermore assume that V_a and V_b correspond, during the interrogation period, to two harmonic trap with slightly different frequencies ω_a and ω_b , with $|\omega_a - \omega_b| \ll \omega_{a,b}$, equation (7) leads, in the case of a weakly degenerate gas $\hbar\omega_{a,b} \ll kT$, to:

$$t_c \simeq \frac{1}{\delta\omega} \frac{\hbar\omega}{kT}, \quad (8)$$

with $\omega = (\omega_a + \omega_b)/2$ and $\delta\omega = |\omega_a - \omega_b|$. It is obvious from equation (8) that t_c increases with symmetry and decreases with temperature, as expected intuitively. This result differs from the exact calculation, in case of two harmonic potentials [8], only by a factor $\sqrt{3}$. For a typical temperature of 500 nK, equation (8) gives a symmetry-limited coherence time on the order of 15 ms for a realistic value of the asymmetry $\delta\omega/\omega \lesssim 10^{-3}$ [17]. In the case of non-harmonic traps, equations (5) or (7) can still be used with perturbatively - or numerically - estimated values of the eigen-energies.

3.2. Phase-shift in the presence of a gravity or acceleration field

In the rest of this paper, we consider the case where $V_i(\hat{z})$ is the sum of a harmonic potential and an acceleration or gravity potential namely:

$$\begin{aligned} V_i(\hat{z}) &= \frac{m\omega_i^2}{2} (\hat{z} - z_i)^2 + mg\hat{z} \\ &= \frac{m\omega_i^2}{2} (\hat{z} - z_i^{cm})^2 + \frac{mg^2}{2\omega_i^2} + mgz_i^{cm} \end{aligned} \quad (9)$$

where m is the atomic mass, ω_i are the trap frequencies, g is the acceleration or gravity field, z_i is the trap center (minimum of the trapping part of the potential) and $z_i^{cm} = z_i - g/\omega_i^2$ is the center of mass position of the atoms. The phase difference $\Delta\varphi(t)$ (equation (6)) after an interrogation time t , stemming from Hamiltonian (1) and potential (9), is given in this case by:

$$\Delta\varphi(t) = (\omega - \omega_{ab})t - \Delta\varphi^0(t), \quad (10)$$

with:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi^0(t) &= \left[mg(z_b^{cm} - z_a^{cm}) + \frac{mg^2}{2} \left(\frac{1}{\omega_b^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \right) \right] \frac{t}{\hbar} \\ &\quad + \frac{\omega_b - \omega_a}{2} t + \phi_T(t) \end{aligned} \quad (11)$$

where :

$$\phi_T(t) = \arctan \left\{ \frac{\sin((\omega_b - \omega_a)t) e^{-\hbar\omega_a/(kT)}}{1 - \cos((\omega_b - \omega_a)t) e^{-\hbar\omega_a/(kT)}} \right\}. \quad (12)$$

In equation (10) $\Delta\varphi^0(t)$ arises from the spatial separation of the two internal states, and $(\omega - \omega_{ab})t$ describe the free evolution of the states. In equation (11), the first term is the classical difference in potential energy due to the presence of the acceleration or

gravity field. The second term is an energy shift resulting from the addition of the harmonic potential with the linear $mg\hat{z}$ term (see equation (9)). The third term is the difference of zero point energies of the two harmonic oscillators. The last term, which is temperature dependent, vanishes in two cases : i) a symmetric interferometer (i.e. $\omega_a = \omega_b$), ii) zero-temperature. Equation (12) shows that not only the contrast depends on temperature (as was predicted in [8]) but also the phase-shift. We also predict a direct link between the phase-shift and the relative asymmetry of the two traps, as was previously pointed out in [18].

4. Beyond the adiabatic case : shortcuts to adiabaticity (STA)

Let us now consider the dynamical problem of splitting and recombination. As illustrated by the numbers given previously for the coherence time, it is not always possible to perform adiabatic splitting and recombination (which have to be longer than the trap period [8]), because the inverse of the inferred coherence time ($\simeq 15$ ms) is on the same order of magnitude as usual trapping frequencies in atom chip experiments (typically between 10 Hz and 1 kHz [19]).

4.1. Shortcut to adiabaticity ramps

It has been demonstrated in [13, 12] that non-trivial temporal ramps can be used to move an atomic cloud while keeping the population of the different quantum levels unchanged at the ends of the ramp, on the time scale of the trapping period (hence much faster than an adiabatic ramp [8]). We propose, in the following, to apply this technique, known as shortcut to adiabaticity [10, 12, 14, 13] (STA), to the case of a trapped thermal atom interferometer. For simplicity, we only consider the case of a harmonic trap (for other potentials the reader is referred to [10] and references therein). We thus consider a trapping potential with a time-depend position and stiffness:

$$V_i(\hat{z}, t) = \frac{m\omega_i^2(t)}{2} [\hat{z} - z_i(t)]^2 + mg\hat{z}. \quad (13)$$

Similar to the case of equation (9), we can rewrite these potentials as:

$$V_i(\hat{z}, t) = \frac{m\omega_i^2(t)}{2} \left[\hat{z} - z_i(t) + \frac{g}{\omega_i^2(t)} \right]^2 + \gamma_i(t) \\ \text{with : } \gamma_i(t) = -\frac{mg^2}{2\omega_i^2(t)} + mgz_i(t). \quad (14)$$

To introduce the mathematical condition which must be fulfilled for the STA, we need to write a dynamical invariant $\hat{I}_i(t)$ of $\hat{H} |i\rangle \langle i| (t)$. \hat{K} is a dynamical invariant of an operator \hat{P} if [20]: i) $j\hbar\partial_t\hat{K} + [\hat{K}, \hat{P}] = 0$ and ii) \hat{K} is hermitian. Expressions for $\hat{I}_i(t)$ can be found in the literature [21, 22, 12]. After adapting them to include the presence of g , we obtain:

$$\hat{I}_i(t) = \frac{\omega_0}{2m} [\rho_i(\hat{p} - m\dot{z}_i^{cm}) - m\dot{\rho}_i(\hat{z} - z_i^{cm})]^2 + \frac{m\omega_0}{2} \frac{(\hat{z} - z_i^{cm})^2}{\rho_i^2}, \quad (15)$$

where ω_0 is an arbitrary angular frequency and ρ_i and z_i^{cm} are solutions of the following equations:

$$\ddot{\rho}_i + \omega_i^2(t)\rho_i = \frac{1}{\rho_i^3}, \quad (16)$$

$$\ddot{z}_i^{cm} + \omega_i^2(t) \left[z_i^{cm} - z_i(t) + \frac{g}{\omega_i^2(t)} \right] = 0. \quad (17)$$

Equation (16) is the Ermakov equation and equation (17) is the classical linear oscillator. Physically, z_i^{cm} is the center of mass of the atomic cloud obeying equation (17), and ρ_i is proportional to the cloud size [12]. For a given time $t = t_p$, the populations of the different quantum levels will be the same as for $t = t_m$ if $\hat{H} |i\rangle \langle i| (t_m) \propto \hat{I}_i(t_m)$ and $\hat{H} |i\rangle \langle i| (t_p) \propto \hat{I}_i(t_p)$ [12, 10]. This imposes in particular the following conditions on ρ_i and z_i^{cm} at $t_{m,p}$:

$$\begin{aligned} \rho_i(t_{m,p}) &= \frac{1}{\sqrt{\omega_i(t_{m,p})}}, & z_i^{cm}(t_{m,p}) &= z_i(t_{m,p}) - \frac{g}{\omega_i^2(t_{m,p})}, \\ \dot{\rho}_i(t_{m,p}) &= 0, & \dot{z}_i^{cm}(t_{m,p}) &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

where $\omega_i(t_{m,p})$ and $z_i(t_{m,p})$ are fixed parameters which are linked to the equilibrium position and cloud size at $t_{m,p}$. Two additional conditions: $\ddot{\rho}_i(t_{m,p}) = 0$ and $\ddot{z}_i^{cm}(t_{m,p}) = 0$ are provided by (16) and (17). Together with (18) they form the STA conditions at $t_{m,p}$.

In order to find a temporal ramp on ω_i and z_i for the splitting, we need to solve equations (16), (17) and (18). To do this, as we have six conditions on ρ_i and six on z_i^{cm} , we take a fifth-order polynomial ansatz for ρ_i and z_i^{cm} [12, 14, 13]. The frequency ramp is first found from ρ_i and (16) and the trap position z_i is then deduced from ω_i , z_i^{cm} and (17). To give a numerical example, the following parameters are taken (times are defined in figure 1): $t_1 = 2$ ms, $\omega_i(0)/2\pi = 1$ kHz, $\omega_i(t_1)/2\pi = 500$ Hz, g is the gravitational acceleration and the maximum separation distance between the two internal states is $200 \mu\text{m}$. This example is shown in figure 1, where we use the same ramp for recombination and splitting. Numerically we were not able to find t_1 significantly lower than 2 ms while preserving a smooth ramp for the frequency (without imaginary frequencies to keep the trapping behaviour of the potential) and for the trap position. This is in accordance with [23] where it is stated that the minimum time is on the order of $2\pi/\omega_i$.

4.2. Contrast and phase-shift with STA ramps

For purposes of interferometry, the contribution to the overall phase shift of the splitting and merging period has to be taken into account, all the more since their duration is not negligible compared to the typical value of the coherence time inferred previously. The framework of the dynamical invariant $\hat{I}_i(t)$ [20] provides a tool to compute this overall phase shift between $t = 0$ and $t = t_f$ (i.e. during the whole interferometric sequence). Reference [20] gives the following generic solution $|t\rangle |i\rangle$ of the Schrödinger equation with

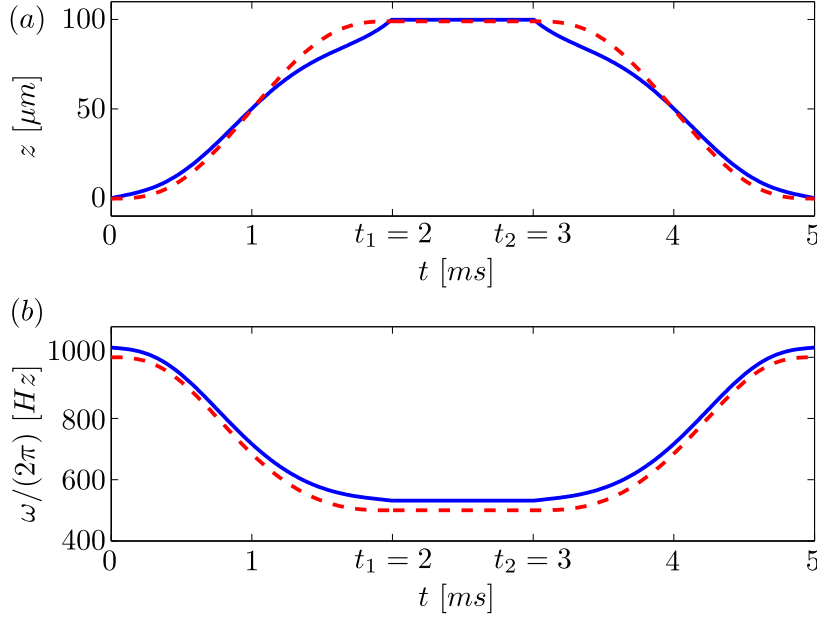


Figure 1. a) Representation of temporal ramps for z_i (blue solid line), z_i^{cm} (red dashed line). b) Representation of the temporal ramp for ω_i (blue solid line) and $1/\rho_i^2$ (red dashed line). The (a) blue solid line, corresponding to ω_i , has been translated 30 Hz upwards for readability. Between $t = 0$ and $t = t_1$, we spatially separate by 200 μm the two internal states $|a\rangle$ and $|b\rangle$ (splitting period). During this phase the trap frequency ω_i is decreased from 1 kHz to 500 Hz. In our numerical example $t_1 = 2$ ms, and we require STA conditions at $t = 0$ and $t = t_1$. Between t_1 and t_2 (interrogation period), the frequencies and trap positions are held constant. Between t_2 and t_f we spatially recombine the two states (merging period). For simplicity, we show the motion of one well only. For the other one, the frequency ramp is the same and the spatial motion is assumed to be in the opposite direction.

a time-dependent hamiltonian $\hat{H} |i\rangle \langle i| (t)$:

$$|t\rangle |i\rangle = \sum_n c_n^i \exp(j\alpha_n^i(t)) |n(t)\rangle |i\rangle, \quad (19)$$

where c_n^i are time-independent factors which depend on the initial conditions, $|n(t)\rangle |i\rangle$ are the eigen-states of $\hat{I}_i(t)$ and the $\alpha_n^i(t)$ are chosen such that $\exp(j\alpha_n^i(t)) |n(t)\rangle |i\rangle$ are solutions of the Schrödinger equation with the hamiltonian $\hat{H} |i\rangle \langle i| (t)$ [20]. Adapting the results of [12, 24, 25] to the case of the trapped interferometer considered in this paper, we obtain:

$$\arg(\exp(j\alpha_n^i(t)) |n(t)\rangle |i\rangle) = - \left(n + \frac{1}{2} \right) \int_0^t \frac{dt'}{\rho_i^2(t')} + \Psi_i(z, t) - \frac{F_i(t)}{\hbar} - \frac{\Gamma_i(t)}{\hbar}, \quad (20)$$

with the following expressions for Ψ_i , F_i and Γ_i :

$$\Psi_i(z, t) = \frac{m}{\hbar} \left[\frac{\dot{\rho}_i}{2\rho_i} z^2 + \frac{1}{\rho_i} (z_i^{cm} \rho_i - z_i^{cm} \dot{\rho}) z \right]$$

$$\begin{aligned}
F_i(t) &= \frac{m}{2} \int_0^t dt' \left[\frac{1}{\rho_i^2} (\dot{z}_i^{cm} \rho_i - z_i^{cm} \dot{\rho})^2 \right] \\
&+ \frac{m}{2} \int_0^t dt' \left[-\frac{(z_i^{cm})^2}{\rho_i^4} + \omega_i^2 \left(z_i - \frac{g}{\omega_i^2} \right)^2 \right] \\
\Gamma_i(t) &= \frac{m}{2} \int_0^t dt' \left[2gz_i - \frac{g^2}{\omega_i^2} \right].
\end{aligned} \tag{21}$$

As the $\exp(j\alpha_n^i(t)) |n(t)\rangle |i\rangle$ are all solutions of the Schrödinger equation with the Hamiltonian $\hat{H} |i\rangle \langle i| (t)$ and form a orthonormal basis of our Hilbert space [20, 12, 24, 25], we can easily extend equation (3) to account for time-dependent splitting and recombination. Thus from (20) and (21) we can compute the contrast and the phase-shift. In this case the term $\Omega_n^b - \Omega_n^a$ from the definition of $A(t)$ is equal to: $\arg(\exp(j\alpha_n^b(t)) |n(t)\rangle |b\rangle) - \arg(\exp(j\alpha_n^a(t)) |n(t)\rangle |a\rangle)$. Under the same hypothesis as in the adiabatic case (equation (8)), the coherence time t_c can be inferred by solving the following equation:

$$\sqrt{3} = \frac{kT}{\hbar\omega} \left| \int_0^{t_c} \left(\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right) dt \right|, \tag{22}$$

which is a dynamical version of equation (8) for time-dependent frequencies. It is interesting to notice that $z_i(t)$ has no role in this expression, which is consistent with the fact that a translation or a rotation of an Hamiltonian preserves its eigen-values, and thus it preserves the contrast as already pointed out in [8].

As regards the phase-shift $\Delta\varphi(t)$, only the splitting dependent part $\Delta\varphi^0(t)$ changes and it is given by: $\Delta\varphi^0(t) = \Psi_a(z, t) - \Psi_b(z, t) - F_a(t)/\hbar + F_b(t)/\hbar - \Gamma_a(t)/\hbar + \Gamma_b(t)/\hbar - \frac{1}{2}f(t) + \arg[\sum_n p_n \exp(-jnf(t))]$, with $f(t) = \int_0^t 1/\rho_a^2 dt' - \int_0^t 1/\rho_b^2 dt'$. Assuming that STA conditions are fulfilled at $t = 0$ and $t = t_f$ §, we obtain the following (more explicit) expression for the phase-shift : $\Delta\varphi(t_f) = (\omega - \omega_{ab})t_f - \Delta\varphi^0(t_f)$, with:

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi^0(t_f) &= \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} [(\dot{z}_a^{cm})^2 - (\dot{z}_b^{cm})^2] dt \\
&- \frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} (z_a^{cm} - z_b^{cm}) dt \\
&- \frac{m}{2\hbar} \int_0^{t_f} \left[\left(\frac{\ddot{z}_a^{cm} + g}{\omega_a} \right)^2 - \left(\frac{\ddot{z}_b^{cm} + g}{\omega_b} \right)^2 \right] dt \\
&- \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left(\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right) dt - \phi_T(t_f)
\end{aligned} \tag{23}$$

where :

$$\phi_T(t_f) = \arctan \left\{ \frac{\sin(f(t_f)) e^{-\hbar\omega_a/(kT)}}{1 - \cos(f(t_f)) e^{-\hbar\omega_a/(kT)}} \right\}. \tag{24}$$

In equation (23), the first term comes from kinetic energy. The second is the classical difference in potential gravitational energy. The third comes from the energy

§ Only the conditions $\dot{\rho}_{a,b}(0) = \dot{\rho}_{a,b}(t_f) = 0$ and $\dot{z}_{a,b}^{cm}(0) = \dot{z}_{a,b}^{cm}(t_f) = 0$ are needed.

shift of the harmonic oscillator levels in the presence of the overall acceleration field of the atomic cloud $g + \ddot{z}_i^{cm}$ (i.e. acceleration of the whole interferometer and acceleration of the trap). The fourth term comes from the difference in zero point energies of the two oscillators. To make the latter more explicit, we point out that in the case where ω_i is time-independent, then $1/\rho_i^2 = \omega_i$ and the fourth term of equation (23) becomes identical to the third term of equation (11). The last term includes the temperature dependence of the phase shift and it is the analogue of (12) for the time dependent case.

4.3. Towards an accelerometer ?

In a practical implementation of this interferometer [8], the experimental parameters are ω_i and z_i , and not ρ_i and z_i^{cm} . From the two STA ramps for ρ_i and z_i^{cm} , we need to compute the ramps for the two experimental parameters ω_i and z_i . In the general case, the computation of z_i requires the knowledge of g , which is the parameter we want to measure. This circle can be broken in the two following cases :

i) We choose the splitting time t_1 and the trap frequency ω_i such that $z_i^{cm} \simeq z_i$. If we call d the splitting distance, the latter choice and equation (17) imply that $t_1^2 \omega_i^2 \gg 1$ and $g/(\omega_i^2 d) \ll 1$, i.e. an adiabatic splitting and a strong trap confinement to make the acceleration shift of the trap position negligible. In this ideal adiabatic case, the phase-shift $\Delta\varphi^0(t_f)$ reduces to:

$$\Delta\varphi^0(t_f) = -\frac{mg}{\hbar} \int_0^{t_f} (z_a - z_b) dt, \quad (25)$$

making such a system an attractive candidate for acceleration measurements. Assuming a phase measurement limited by the quantum projection noise leads to an uncertainty on the measurement of g on the order of $\delta g/g \sim \hbar/m\Delta z t_c \sqrt{N}$ per shot. For example, with the following numerical values: $\Delta z \sim 100 \mu\text{m}$, $t_c \sim 10 \text{ ms}$, $N \sim 1000$ atoms and $m = 1.4 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ for ^{87}Rb we obtain $\delta g/g = 2 \cdot 10^{-6}$ per shot.

ii) If the adiabatic approximation is not valid for example because of a too short coherence time, it is still possible to use the previously described interferometer to measure an acceleration. In the case of identical time-dependent-stiffness for the two traps, i.e. $\rho_a = \rho_b$, we suppose that a time-dependent function h exists and satisfies the two following conditions: 1) $z_a^{cm} = (d - g/\omega_s^2 + g/\omega_r^2)h - g/\omega_r^2$ and $z_b^{cm} = (-d - g/\omega_s^2 + g/\omega_r^2)h - g/\omega_r^2$ where $\omega_r = \omega(0) = \omega(t_f)$, $\omega_s = \omega(t_1) = \omega(t_2)$ and $d = |z_a(t_1, t_2)| = |z_b(t_1, t_2)|$ and 2) the STA conditions are fulfilled for z_a^{cm} and z_b^{cm} . The important point is that finding such a function h does not imply the knowledge of the acceleration g . In this case, the time dependent-splitting distance is $z_a - z_b = 2d\ddot{h}/\omega^2 + 2dh$ and this last function can be used in the interferometer sequence to measure the acceleration g .

5. Conclusion

To summarize, we have given in this paper some quantitative elements to estimate the required degree of symmetry to implement an interferometer with trapped thermal atoms, and the associated phase shift taking into account the acceleration field g and the splitting dynamics. The inferred coherence time roughly scales with the inverse of the variance of the energy difference of the levels of the two traps, weighted by the Boltzmann distribution. Taking the example of two harmonic traps, we find that a coherence time of 15 ms could be achieved if the symmetry is controlled to better than 10^{-3} . Remarkably in the presence of a dynamic splitting the contrast retain approximatively the same form. We also derived expression for the phase shift and contrast in the dynamical case based on the STA formalism, showing that splitting and recombination could be achieved on time scale of the same order of magnitude as the trapping period.

One promising way to achieve the high degree of symmetry inferred in this paper is on-chip Ramsey interferometry with the clock states of the ^{87}Rb , as described in references [6, 8], because it provides a quasi-independent control on the potentials of the internal states, especially if two coplanar wave guides are used to address independently the two internal states [8]. This formalism could also be applied to interferometers using cold fermions [26], in which case atom interaction effects are negligible.

Acknowledgments

This work has been carried out within the OnACIS project ANR-13-ASTR-0031 funded by the French National Research Agency (ANR) in the frame of its 2013 Astrid program.

References

- [1] Mark Kasevich and Steven Chu. Atomic interferometry using stimulated raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 67:181–184, Jul 1991.
- [2] A. Peters, K. Chung, and S. Chu. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms. *Nature*, 400(6747):849–852, 1999.
- [3] J. McGuirk, G. Foster, J. Fixler, M. Snadden, and M. Kasevich. Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 65:033608, Feb 2002.
- [4] T. Gustavson, A. Landragin, and M. Kasevich. Rotation sensing with a dual atom-interferometer sagnac gyroscope. *Classical Quant. Grav.*, 17(12):2385, 2000.
- [5] T. Schumm, S. Hofferberth, L. M. Andersson, S. Wildermuth, S. Groth, I. Bar-Joseph, J. Schmiedmayer, and P. Krüger. Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip. *Nat. Phys.*, 1:57–62, 2005.
- [6] P. Böhi, M. Riedel, J. Hoffrogge, J. Reichel, T. Hansch, and P. Treutlein. Coherent manipulation of bose-einstein condensates with state-dependent microwave potentials on an atom chip. *Nat. Phys.*, 5:592–597, 2009.
- [7] József Fortágh and Claus Zimmermann. Magnetic microtraps for ultracold atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 79:235–289, Feb 2007.
- [8] M. Ammar, M. Dupont-Nivet, L. Huet, J.-P. Pocholle, P. Rosenbusch, I. Bouchoule, C. I. Westbrook, J. Estève, J. Reichel, C. Guerlin, and S. Schwartz. Symmetric microwave potentials for interferometry with thermal atoms on a chip. *Phys. Rev. A*, 91:053623, May 2015.

- [9] Herve C Lefevre. *The fiber-optic gyroscope*. Artech house, 2014.
- [10] Erik Torrontegui, Sara Ibez, Sofia Martnez-Garaot, Michele Modugno, Adolfo del Campo, David Gury-Odelin, Andreas Ruschhaupt, Xi Chen, and Juan Gonzalo Muga. Chapter 2 - shortcuts to adiabaticity. In *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, volume 62, pages 117 – 169. Academic Press, 2013.
- [11] Qi Zhang, JG Muga, D Guéry-Odelin, and Xi Chen. Optimal shortcuts for atomic transport in anharmonic traps. *arXiv preprint arXiv:1602.04643*, 2016.
- [12] Jean-François Schaff, Pablo Capuzzi, Guillaume Labeyrie, and Patrizia Vignolo. Shortcuts to adiabaticity for trapped ultracold gases. *New J. Phys.*, 13(11):113017, 2011.
- [13] E. Torrontegui, S. Ibáñez, Xi Chen, A. Ruschhaupt, D. Guéry-Odelin, and J. G. Muga. Fast atomic transport without vibrational heating. *Phys. Rev. A*, 83:013415, Jan 2011.
- [14] Xi Chen, A. Ruschhaupt, S. Schmidt, A. del Campo, D. Guéry-Odelin, and J. G. Muga. Fast optimal frictionless atom cooling in harmonic traps: Shortcut to adiabaticity. *Phys. Rev. Lett.*, 104:063002, Feb 2010.
- [15] J.-F. Schaff, X.-L. Song, P. Capuzzi, P. Vignolo, and G. Labeyrie. Shortcut to adiabaticity for an interacting bose-einstein condensate. *Europhys. Lett.*, 93(2):23001, 2011.
- [16] M. V. Berry. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 392(1802):45–57, 1984.
- [17] M. Dupont-Nivet. *Vers un accrometre atomique sur puce*. PhD thesis, Universit Paris Saclay, 2016.
- [18] A. I. Sidorov, B. J. Dalton, S. M. Whitlock, and F. Scharnberg. Asymmetric double-well potential for single-atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 74:023612, Aug 2006.
- [19] Jakob Reichel and Vladan Vuletic. *Atom Chips*. John Wiley & Sons, 2010.
- [20] Jr. H. R. Lewis and W. B. Riesenfeld. An exact quantum theory of the time-dependent harmonic oscillator and of a charged particle in a time-dependent electromagnetic field. *J. Math. Phys.*, 10(8):1458–1473, 1969.
- [21] H. Ralph Lewis and P. G. L. Leach. A direct approach to finding exact invariants for one-dimensional time-dependent classical hamiltonians. *J. Math. Phys.*, 23(12):2371–2374, 1982.
- [22] A K Dhara and S V Lawande. Feynman propagator for time-dependent lagrangians possessing an invariant quadratic in momentum. *J. Phys. A-Math. Gen.*, 17(12):2423, 1984.
- [23] Peter Salamon, Karl Heinz Hoffmann, Yair Rezek, and Ronnie Kosloff. Maximum work in minimum time from a conservative quantum system. *Phys. Chem. Chem. Phys.*, 11:1027–1032, 2009.
- [24] V. S. Popov and A. M. Perelomov. Parametric excitation of a quantum oscillator. *J. Exp. Theor. Phys.*, 29:738–745, 1969.
- [25] V. S. Popov and A. M. Perelomov. Parametric excitation of a quantum oscillator ii. *J. Exp. Theor. Phys.*, 30:910–913, 1970.
- [26] G. Roati, E. de Mirandes, F. Ferlaino, H. Ott, G. Modugno, and M. Inguscio. Atom interferometry with trapped fermi gases. *Phys. Rev. Lett.*, 92:230402, Jun 2004.

Proposition de réalisation d'un interféromètre avec habillage des états internes

Dans ce chapitre nous décrivons en détail notre proposition d'un interféromètre avec habillage des états internes. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, pour maintenir le plus longtemps possible le contraste tout au long de la séquence d'interférométrie, nous cherchons à obtenir la même forme pour les deux potentiels de piégeage. Pour créer ces potentiels, notre proposition utilise *deux* fréquences micro-onde créant *deux* pièges habillés [Dalibard, 2013, Dalibard et Cohen-Tannoudji, 1985] pour *deux* états internes du rubidium. Cette proposition est très fortement inspirée du travail réalisé par l'équipe du professeur Treutlein [Treutlein *et al.*, 2006, Treutlein, 2008, Böhi *et al.*, 2009, Böhi, 2010], où l'un des deux états est habillé par une fréquence micro-onde.

Nous choisissons d'utiliser les états $|a\rangle = |F=1, m_F=-1\rangle$ et $|b\rangle = |F=2, m_F=1\rangle$ du niveau fondamental $5^2S_{1/2}$ du rubidium 87. Ces deux états sont au premier ordre, au voisinage de 3,23 G, insensibles aux variations de champ magnétique [Harber *et al.*, 2002]. Dans le cadre d'une séquence d'interférométrie de type Ramsey, cela permet d'obtenir des temps de cohérence de plusieurs secondes [Treutlein *et al.*, 2004], ouvrant la voie à la réalisation d'horloges atomiques [Lacroûte *et al.*, 2010, Szmuk *et al.*, 2015] et de capteurs inertiels (accéléromètre et gyromètre) avec des atomes piégés.

Le paragraphe 3.1 décrit l'état de l'art de l'habillage micro-ondes d'atomes alcalins et plus particulièrement la réalisation de la référence [Böhi *et al.*, 2009]. Le paragraphe 3.2 est consacré à la description de notre proposition d'interféromètre à habillage d'états internes, à ses atouts en termes de symétrie des potentiels ainsi qu'aux phénomènes physiques pouvant limiter cette

symétrie. Le paragraphe 3.3 étudie, pour notre interféromètre, l'existence et la valeur d'un champ magnétique DC limitant les fluctuations de la fréquence de la transition atomique utilisée. Enfin le paragraphe 3.4 présente la configuration retenue pour la fabrication d'une puce atomique, ses performances potentielles, ainsi que ses limites.

3.1 État de l'art - habillage micro-onde d'un état interne

L'habillage par un champ micro-onde d'atomes neutres alcalins en vue de les piéger a été suggéré dans la référence [Agosta *et al.*, 1989] pour tirer partie du très faible taux d'émission spontanée des atomes alcalins dans le domaine micro-onde comparé au domaine optique. Cela permet d'utiliser des champs beaucoup plus proches de la résonance de la transition habillée que dans le domaine optique et ainsi, à gradients égaux, d'exercer des forces beaucoup plus importantes. La première démonstration expérimentale d'un tel piège [Spreeuw *et al.*, 1994] a été réalisée avec des atomes de césium piégés au centre d'un résonateur micro-onde macroscopique.

Ce principe d'habillage micro-onde pour créer des pièges pour des atomes alcalins a été réutilisé dans le groupe du professeur Treutlein pour réaliser un interféromètre atomique sensible à l'état interne [Treutlein, 2008, Böhi *et al.*, 2009]. Le principe de cet interféromètre est représenté schématiquement sur la figure 3.1. Les champs DC et micro-onde, nécessaires au piégeage, sont apportés aux atomes en utilisant une puce atomique. Cela permet d'utiliser le champ proche micro-onde et ainsi d'obtenir de forts gradients avec une puissance restant modeste, environ 100 mW [Böhi *et al.*, 2009], comparée à une centaine de watts en champ lointain [Spreeuw *et al.*, 1994]. L'utilisation du champ proche permet de réaliser des modulations spatiales du potentiel à une échelle inférieure à la longueur d'onde, qui est centimétrique dans le domaine micro-onde (4,4 cm à 6,8 GHz) ce qui pose problème pour réaliser des pièges ayant un fort confinement.

Considérons deux atomes, un dans l'état interne $|a\rangle$ l'autre dans l'état interne $|b\rangle$, et créons une distribution de champ magnétique DC en utilisant, par exemple, une configuration de courant de type *dimple* (cf figure 3.1 et annexe A.6). Les deux états internes considérés étant sensibles au champ magnétique, nous créons ainsi un piège magnétique commun pour nos deux atomes. Pour réaliser la séparation spatiale des deux états internes nécessaires à la réalisation de l'interféromètre du chapitre 2, la référence [Böhi *et al.*, 2009] utilise un champ micro-onde pour créer un déplacement lumineux pour l'état interne $|a\rangle$ (cf la flèche bleu de la figure 3.2). En utilisant un guide micro-onde à trois lignes¹ (cf figure 3.1, [Böhi *et al.*, 2009] et annexe B), il est possible d'utiliser le fort gradient du champ proche pour moduler spatialement le déplacement lumineux de l'atome dans l'état interne $|a\rangle$, ce qui a pour effet d'exercer une force sur ce dernier. En plaçant judicieusement le guide micro-onde par rapport au minimum du piège magnétique DC, il est possible de déplacer spatialement les atomes dans l'état interne $|a\rangle$.

1. Voir le paragraphe 3.4.8 de la référence [Wadell, 1991] pour la définition exacte d'un tel guide, ainsi que l'annexe B.

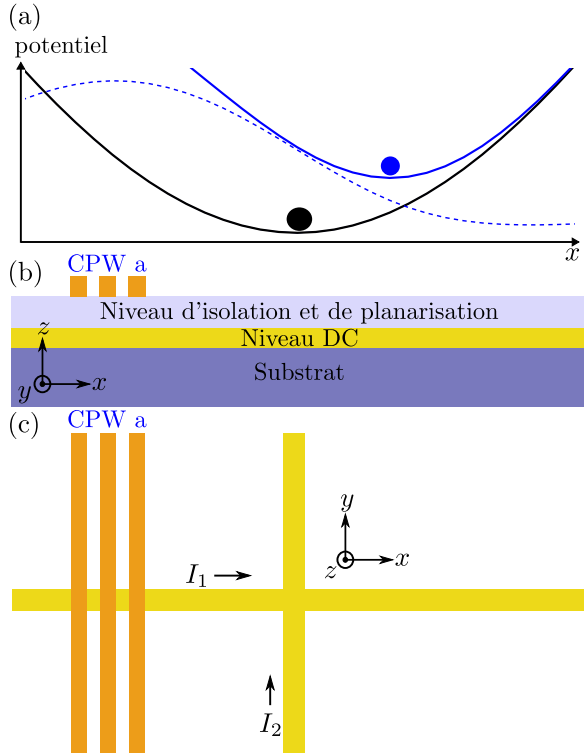


FIGURE 3.1 – Principe de base du piégeage sélectif de l'état interne avec un guide micro-onde et une seule fréquence [Treutlein, 2008, Böhi et al., 2009]. (a) Forme typique des potentiels. Le trait plein noir représente le piège magnétique DC commun aux deux états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$. La courbe bleu pointillée représente le module du champ micro-onde habillant les atomes d'état interne $|a\rangle$ qui dans le cas du schéma exerce une force répulsive sur les atomes d'état interne $|a\rangle$ ayant pour effet de les éloigner du centre du piège magnétique DC. Le trait plein bleu représente le potentiel résultant de la combinaison du piège DC et de l'habillage micro-onde. (b) Coupe de la puce atomique représentant le guide d'onde coplanaire (CPW a) ainsi que le niveau DC, avec entre les deux un niveau isolant électrique. (c) Vue du dessus de la puce atomique. Les deux fils du niveau DC transportent les courants I_0 et I_1 qui sont utilisés pour créer un piège magnétique DC au voisinage de la puce atomique. Le guide micro-onde est déposé d'un côté du fil central transportant le courant I_0 .

Supposons valides les cinq hypothèses suivantes : i) pour éviter les pertes de Majorana, le moment magnétique atomique suit de manière adiabatique le champ magnétique DC [Sukumar et Brink, 1997, Brink et Sukumar, 2006, Perrin, 2013], ii) nous considérons l'effet Zeeman comme linéaire², iii) le champ micro-onde est allumé de manière adiabatique vis à vis de la dynamique interne de l'atome (cette condition est écrite quantitativement dans la suite du chapitre), iv) le désaccord du champ micro-onde par rapport à la fréquence de transition atomique est supposé grand comparé au couplage micro-onde, v) le couplage et le désaccord micro-onde sont petits comparés à la fréquence de Larmor³ et vi) nous ne tenons pas compte des effets du champ micro-onde quand son désaccord est de l'ordre de ou supérieur à la fréquence de Larmor. Les potentiels de piégeage V_a et V_b pour les deux états internes s'écrivent alors :

$$V_a(\hat{\mathbf{r}}) \approx \frac{\mu_B}{2} |\mathbf{B}(\hat{\mathbf{r}})| + \frac{\hbar \Omega_R^2(\hat{\mathbf{r}})}{4\Delta(\hat{\mathbf{r}})} \quad (3.1)$$

$$V_b(\hat{\mathbf{r}}) \approx \frac{\mu_B}{2} |\mathbf{B}(\hat{\mathbf{r}})| \quad (3.2)$$

où μ_B est le magnéton de Bohr, $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ le champ magnétique DC, $\Omega_R(\mathbf{r})$ la fréquence de Rabi associé au champ micro-onde et $\Delta(\mathbf{r})$ le désaccord entre la fréquence micro-onde et la transition $|a\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=-1\rangle$ dans le cadre d'un champ polarisé pour exciter les transitions π , cf

2. Dans la suite nous tiendrons compte des ordres supérieurs.

3. Cette hypothèse permet aussi de valider l'approximation de l'onde tournante.

figure 3.2, (ou $|a\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=0\rangle$ pour une transition σ). Les transitions π et σ sont définies sur la figure 3.2, le calcul du terme de couplage $\Omega_R(\mathbf{r})$ sera fait dans la section 3.4.2.1.

Sur ce modèle très simplifié, nous remarquons qu'il est impossible de maintenir une forme identique pour les deux potentiels dès lors que le champ micro-onde est allumé. Comme expliqué dans le chapitre 2, c'est une source majeure de perte de contraste pour l'interférométrie avec des atomes thermiques. Pour donner la même forme à ces deux potentiels, nous pouvons avec une deuxième fréquence micro-onde habiller aussi l'état interne $|b\rangle$. Ce second champ est apporté aux atomes via un deuxième guide micro-onde symétrique du premier par rapport au minimum du piège magnétique. C'est l'objet de la partie suivante.

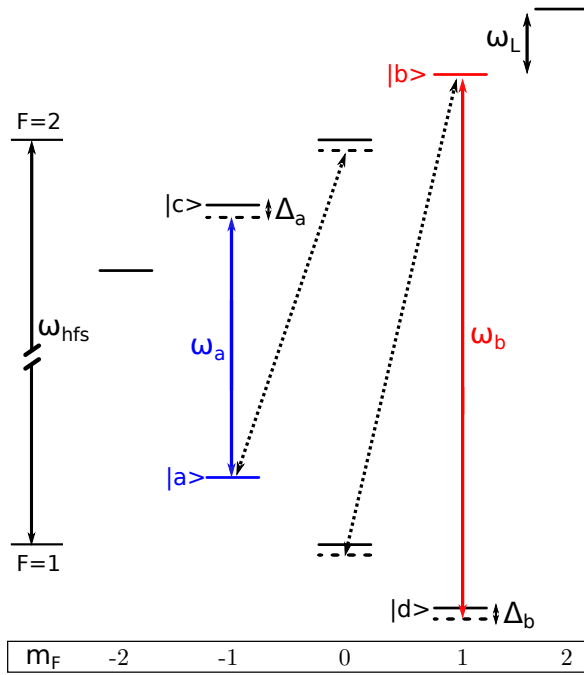


FIGURE 3.2 – Niveaux d'énergie de l'état fondamental $5^2S_{1/2}$ du rubidium 87 en présence d'un champ magnétique DC permettant de lever les dégénérescences Zeeman. Pour générer deux potentiels symétriques dépendant de l'état interne, deux champs micro-ondes sont utilisés pour coupler les deux états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ à deux états intermédiaires. Deux types de transitions sont possibles : en choisissant la fréquence des deux champs micro-ondes, nous pouvons sélectionner soit des transitions π (flèches rouge et bleu) soit des transitions σ (flèches pointillées noires). Les transitions π (respectivement σ) correspondent au cas où les champs magnétiques DC et micro-onde sont parallèles (respectivement perpendiculaires).

3.2 Habillage symétrique des deux états internes

3.2.1 Énergies habillées micro-ondes

Considérons le cas d'une transition à deux niveaux, où un état $|g\rangle$ est couplé à un état $|e\rangle$ par un champ micro-onde de fréquence ω qui est décrit par un formalisme semi-classique. Le couplage entre ces deux niveaux, induit par le champ micro-onde, est décrit par la fréquence de Rabi Ω . Les énergies des deux états habillés $|\pm\rangle$ du système atome et champ s'écrivent [Cohen-Tannoudji et Guéry-Odelin, 2011, Dalibard, 2013] :

$$E_{\pm} = \frac{E_g + E_e}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2} \quad (3.3)$$

où E_g (respectivement E_e) est l'énergie de l'état $|g\rangle$ (respectivement $|e\rangle$) en l'absence de champ micro-onde, et $\Delta = \omega - (E_e - E_g)/\hbar$ est le désaccord du champ micro-onde par rapport à la tran-

sition atomique. Dans cette dernière expression, un décalage constant en énergie correspondant à l'énergie du champ micro-onde a été omis.

Si l'allumage du couplage micro-onde Ω et les variations de son désaccord Δ sont suffisamment lents, i.e. s'ils vérifient la condition de suivi adiabatique suivantes [Perrin, 2013] :

$$|\dot{\Omega}\Delta - \dot{\Delta}\Omega| \ll \left(|\Omega|^2 + \Delta^2\right)^{3/2} \quad (3.4)$$

alors les atomes initialement dans l'état non couplé $|g\rangle$ sont transférés vers l'état $|+\rangle$ ou vers l'état $|-\rangle$. Il en est de même pour l'état non couplé $|e\rangle$ [Cohen-Tannoudji et Guéry-Odelin, 2011, Dalibard, 2013]. Si Δ est initialement positif alors l'état non couplé $|g\rangle$ est transféré vers l'état habillé $|+\rangle$ et l'état non couplé $|e\rangle$ vers l'état $|-\rangle$. Si Δ est initialement négatif alors l'état $|g\rangle$ est transféré vers $|-\rangle$ et l'état $|e\rangle$ vers $|+\rangle$.

Remarquons que cette condition adiabatique ne doit surtout pas être confondue avec celle utilisée dans le chapitre 2 pour décrire la dynamique de l'interféromètre qui est liée aux changements des potentiels V_a et V_b et porte sur la dynamique de l'état externe, alors que la condition de l'équation (3.4) porte sur la dynamique des états internes de l'atome.

Nous pouvons donc écrire les potentiels pour les deux états non couplés $|g\rangle$ et $|e\rangle$ sous la forme suivante :

$$V_g = \frac{E_g + E_e}{2} + S_\Delta \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2} - \frac{\hbar\omega}{2} \quad (3.5)$$

$$V_e = \frac{E_g + E_e}{2} - S_\Delta \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2} + \frac{\hbar\omega}{2} \quad (3.6)$$

où S_Δ est le signe initial du désaccord, i.e. au moment de l'allumage du champ micro-onde. Dans les deux équations précédentes, l'énergie moyenne du champ micro-onde, au sens semi-classique, est omise, nous avons seulement gardé un terme $-\hbar\omega/2$ (respectivement $+\hbar\omega/2$) pour faire coïncider V_g (respectivement V_e) avec E_g (respectivement E_e) quand le couplage micro-onde Ω est nul.

3.2.2 Deux potentiels micro-ondes symétriques pour notre interféromètre

Pour réaliser les deux pièges dont nous avons besoin, nous allons réutiliser les deux formules de potentiel (V_g et V_e) établies au paragraphe précédent dans le cas de deux fréquences micro-ondes (cf figure 3.2), chacune se propageant dans un seul des guides d'ondes de la figure 3.3, i.e. un champ à une fréquence ω_a dans le guide d'onde CPW a et un autre champ à une autre fréquence ω_b dans CPW b. En pratique, l'atome a plus de deux niveaux. Ainsi, quand nous allumons les deux champs micro-ondes nous couplons les trois niveaux Zeeman de $F = 1$ avec les cinq niveaux de $F = 2$. Pour utiliser le résultat du paragraphe précédent nous devons faire deux hypothèses nous permettant de nous ramener à deux problèmes à deux niveaux indépendants l'un de l'autre. Ces deux hypothèses sont : i) ω_a est principalement résonnant avec la transition entre $|a\rangle$ et $|F = 2, m_F = -1\rangle \equiv |c\rangle$ et ω_b est principalement résonnant avec la transition entre $|b\rangle$ et

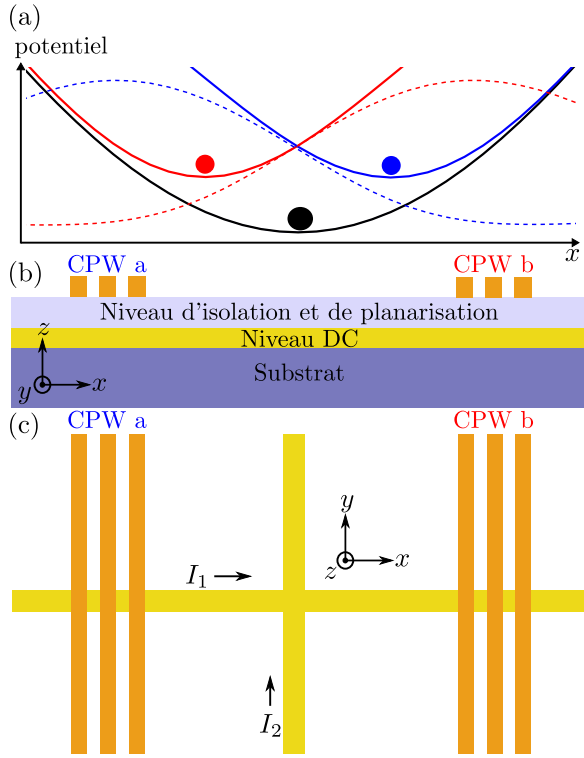


FIGURE 3.3 – Principe de base d'une séparation symétrique des états internes utilisant deux fréquences micro-ondes et deux guides d'ondes. (a) Forme typique des potentiels. Le trait plein noir représente le piège magnétique DC commun aux deux états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$. La courbe bleu pointillée représente le module du champ micro-onde habillant les atomes d'état interne $|a\rangle$ qui dans le cas du schéma exerce une force répulsive sur les atomes d'état interne $|a\rangle$ ayant pour effet de les éloigner du centre du piège magnétique DC. Le trait plein bleu représente le potentiel résultant de la combinaison du piège DC et de l'habillage micro-onde. La courbe rouge pointillée et le trait plein rouge représentent la même chose pour l'état interne $|b\rangle$. (b) Coupe de la puce atomique représentant deux guides d'ondes coplanaires (CPW a et CPW b) ainsi que le niveau DC, avec entre les deux un niveau isolant électrique. (c) Vue du dessus de la puce atomique. Les deux fils du niveau DC transportent les courants I_0 et I_1 qui sont utilisés pour créer un piège magnétique DC au voisinage de la puce atomique. Les deux guides micro-ondes sont déposés symétriquement de chaque côté du fil central transportant le courant I_0 .

$|F = 1, m_F = 1\rangle \equiv |d\rangle$, mathématiquement $|\omega_a - (E_c - E_a)/\hbar| \ll \omega_L$ et $|\omega_b - (E_b - E_d)/\hbar| \ll \omega_L$ où ω_L est la fréquence de Larmor, c'est-à-dire l'espacement typique entre deux niveaux Zeeman adjacents⁴. ii) La fréquence de Rabi Ω_a (respectivement Ω_b) du champ micro-onde de fréquence ω_a (respectivement ω_b) est très inférieure à la fréquence de Larmor ω_L . Nous pouvons alors utiliser les formules du paragraphe précédent et nous avons, pour des atomes initialement dans l'état interne $|a\rangle$:

$$V_a = \frac{E_a + E_c}{2} - \frac{\hbar\omega_a}{2} + S_{\Delta_a} \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega_a|^2 + \Delta_a^2} \quad (3.7)$$

où $\Delta_a = \omega_a - (E_c - E_a)/\hbar$, et pour des atomes initialement dans l'état interne $|b\rangle$:

$$V_b = \frac{E_b + E_d}{2} + \frac{\hbar\omega_b}{2} - S_{\Delta_b} \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega_b|^2 + \Delta_b^2} \quad (3.8)$$

où $\Delta_b = \omega_b - (E_b - E_d)/\hbar$.

Avant d'aller plus loin vérifions si nos potentiels sont bien symétriques⁵. Dans le cadre de l'approximation des énergies à l'ordre un en champ magnétique (effet Zeeman linéaire), celles des états non couplés $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$ et $|d\rangle$ sont : $E_a = \hbar\omega_L$, $E_b = \hbar\omega_{hf} + \hbar\omega_L$, $E_c = \hbar\omega_{hf} - \hbar\omega_L$

4. Nous avons écrit les conditions pour les transitions π de la figure 3.2, pour les transitions σ il suffit d'identifier le niveau $|c\rangle$ (respectivement $|d\rangle$) avec le niveau $|F = 2, m_F = 0\rangle$ (respectivement $|F = 1, m_F = 0\rangle$).

5. Nous le faisons dans le cas des transitions π , il en va de même pour les transitions σ de la figure 3.2.

et $E_d = -\hbar\omega_L$. Nous avons noté $\omega_{hfs} = 2\pi \times 6,834$ GHz la fréquence hyperfine de la transition $|F=1, m_F=0\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=2\rangle$ en l'absence de champ magnétique. Les deux potentiels se réécrivent :

$$V_a = \frac{\hbar}{2}(\omega_{hfs} - \omega_a) + S_{\Delta_a} \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega_a|^2 + \Delta_a^2} \quad (3.9)$$

$$V_b = \hbar\omega_{hfs} + \frac{\hbar}{2}(\omega_b - \omega_{hfs}) - S_{\Delta_b} \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega_b|^2 + \Delta_b^2} \quad (3.10)$$

Pour qu'ils soient égaux à une constante près ($\hbar\omega_{hfs}$) il suffit de choisir $|\Omega_a| = |\Omega_b|$ et $\Delta_a = -\Delta_b$. En posant $\Delta_0 = \omega_{hfs} - \omega_a$, ce qui est équivalent⁶ à $\Delta_0 = \omega_b - \omega_{hfs}$, et $S = S_{\Delta_a} = -S_{\Delta_b}$, le potentiel pour un atome initialement dans l'état non couplé $|a\rangle$ est :

$$V_a(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Delta_0}{2} + S \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega_a(\mathbf{r})|^2 + [2\omega_L(\mathbf{r}) - \Delta_0]^2} \quad (3.11)$$

et pour un atome initialement dans l'état non couplé $|b\rangle$ le potentiel est $V_b(\mathbf{r}) = \hbar\omega_{hfs} + \tilde{V}_b(\mathbf{r})$, où :

$$\tilde{V}_b(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Delta_0}{2} + S \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega_b(\mathbf{r})|^2 + [2\omega_L(\mathbf{r}) - \Delta_0]^2} \quad (3.12)$$

Sur ces deux équations, modulo les deux hypothèses suivantes : i) deux guides micro-ondes identiques sont utilisés et ii) les probabilités des deux transitions ($|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ et $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$) sont les mêmes, alors le choix $|\Omega_a| = |\Omega_b|$ et $\Delta_a = -\Delta_b$ permet d'assurer la symétrie des potentiels. Cette symétrie est très importante pour maintenir le contraste de l'interféromètre comme nous l'avons vu dans le chapitre 2. Ce sont aussi ces deux dernières équations qui sont utilisées dans les simulations numériques de dimensionnement des structures de la puce atomique, c'est-à-dire les tailles et les positions des guides d'ondes et des fils DC. Pour avoir une idée de l'asymétrie des pièges nous utilisons les équations (3.7) et (3.8) ainsi que les formules de Breit-Rabi [Steck, 2003b] pour les énergies des niveaux non-couplés. Cela sera décrit dans le paragraphe 3.4.

3.2.3 Potentiel attractif ou répulsif

Comme pour les potentiels habillés dans le domaine optique [Grimm *et al.*, 2000] ou micro-onde [Spreeuw *et al.*, 1994, Böhi *et al.*, 2009] déjà réalisés expérimentalement, nous pouvons créer des potentiels attractifs [Grimm *et al.*, 2000, Spreeuw *et al.*, 1994] ou répulsifs [Grimm *et al.*, 2000, Böhi *et al.*, 2009]. Dans un potentiel dit attractif les atomes sont attirés vers les maxima de l'enveloppe de l'onde les habillant. Dans un potentiel dit répulsif ils sont repoussés par les maxima de cette onde.

Le choix Δ_0 positif, c'est-à-dire Δ_a positif et Δ_b négatif, permet de créer des potentiels répulsifs car $V_a(\mathbf{r})$ et $V_b(\mathbf{r})$ augmentent avec $|\Omega_{a,b}(\mathbf{r})|^2$. Δ_0 négatif, c'est-à-dire Δ_a négatif et Δ_b positif, permet de créer des potentiels attractifs car $V_a(\mathbf{r})$ et $V_b(\mathbf{r})$ sont minimaux pour $|\Omega_{a,b}(\mathbf{r})|^2$ maximum.

6. Remarquons que $\omega_b - \omega_{hfs} = \omega_{hfs} - \omega_a$ car $\omega_b - \omega_{hfs} - 2\omega_L = \Delta_b = -\Delta_a = \omega_{hfs} - \omega_a - 2\omega_L$.

Deux remarques peuvent être faites dans le cas de la configuration attractive rendant la configuration attractive moins attractive que la configuration répulsive.

i) Dans cette configuration les courbures des potentiels des différents états et les signes des deux désaccords sont tels qu'il existe une région de l'espace où les désaccords Δ_a et Δ_b changent de signe, voir la figure 3.4. Un tel changement de signe n'est pas présent dans la configuration répulsive. C'est l'ensemble des points \mathbf{r}_{open} tel que $|\Delta_{a,b}| = \omega_L(\mathbf{r}_{\text{open}})$, ce qui est équivalent à $|\Delta_0| = 2\omega_L(\mathbf{r}_{\text{open}})$. Au niveau des points \mathbf{r}_{open} un anti-croisement est présent, provoquant l'ouverture des pièges. En effet, pour qu'un piège garde son caractère piégeant le potentiel doit augmenter en même temps que le champ magnétique⁷. Mathématiquement il doit satisfaire la condition $\partial V_{a,b}/\partial \omega_L > 0$. Il est facile de montrer à partir des équations (3.11) et (3.12) que $\partial V_{a,b}/\partial \omega_L$ change de signe en \mathbf{r}_{open} . Cela a pour effet de limiter la température du gaz piégeable dans cette configuration, en effet elle doit satisfaire $kT \ll \hbar|\Delta_{a,b}|$.

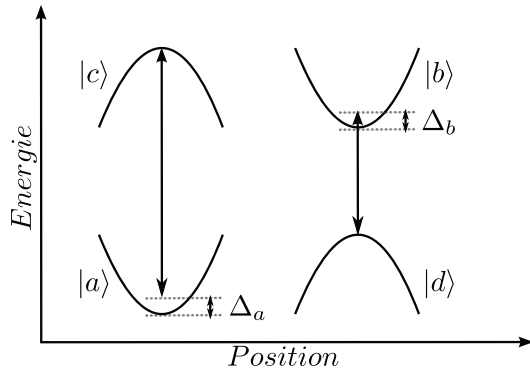


FIGURE 3.4 – Ouverture du piège dans le cas de la configuration attractive, i.e. $\Delta_a < 0$ et $\Delta_b > 0$. Variation des énergies des quatre niveaux en jeu en fonction de la position. Les états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont piégés et les états $|c\rangle$ et $|d\rangle$ sont au sommet d'une colline de potentiel.

ii) Dans la configuration attractive les atomes voient un champ micro-onde de puissance plus importante que dans la configuration répulsive. Cela augmente la contamination de l'état $|a\rangle$ (respectivement $|b\rangle$) par l'état $|c\rangle$ (respectivement $|d\rangle$). Nous verrons dans la section 3.3 qu'il est avantageux de minimiser la contamination pour retrouver un champ magnétique DC magique permettant de minimiser les fluctuations de la fréquence de la transition en fonction des fluctuations du champ magnétique DC.

3.2.4 Séparation transverse ou axiale

Avant d'introduire les notions de séparation transverse et axiale, nous discutons de l'orientation de l'axe de séparation des deux potentiels par rapport aux guides d'ondes et aux axes propres du piège magnétique DC. Nous montrons qu'il est important d'aligner la force exercée par les guides d'ondes avec les axes propres du piège. C'est important pour se ramener à une dynamique unidimensionnelle de séparation. En effet si ce n'est pas le cas, nous verrons sur les équations suivantes que dès le début de la séparation suivant la direction perpendiculaire aux guides une force non nulle s'exerce dans la direction parallèle aux guides.

7. En effet nous utilisons des états chercheurs de champ faible car seuls ces derniers états sont piégeable magnétiquement.

Pour choisir l'orientation du piège, exprimons la force exercée sur un atome lors de la séparation. Les deux guides d'ondes utilisés dans notre implémentation des pièges sont invariants par translation dans la direction y (cf figure 3.3). Ainsi les fréquences de Rabi générées par les deux guides ne dépendent que de x et z . La force $\mathbf{F}_a = -\mathbf{grad}V_a$ exercée par le potentiel $V_a(\mathbf{r})$ sur les atomes dans l'état interne $|a\rangle$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_a = & \frac{\hbar}{2} S \frac{\Omega_a \frac{\partial \Omega_a}{\partial x} + 2[2\omega_L - \Delta_0] \frac{\partial \omega_L}{\partial x}}{\sqrt{\Omega_a^2 + (2\omega_L - \Delta_0)^2}} \mathbf{e}_x \\ & + \frac{\hbar}{2} S \frac{2[2\omega_L - \Delta_0] \frac{\partial \omega_L}{\partial y}}{\sqrt{\Omega_a^2 + (2\omega_L - \Delta_0)^2}} \mathbf{e}_y \\ & + \frac{\hbar}{2} S \frac{\Omega_a \frac{\partial \Omega_a}{\partial z} + 2[2\omega_L - \Delta_0] \frac{\partial \omega_L}{\partial z}}{\sqrt{\Omega_a^2 + (2\omega_L - \Delta_0)^2}} \mathbf{e}_z\end{aligned}\quad (3.13)$$

et il en est de même pour la force $\mathbf{F}_b = -\mathbf{grad}V_b$ exercée par $V_b(\mathbf{r})$. Supposons disposer d'un piège magnétique DC (par exemple de type *dimple* cf annexe A.6) dont les axes propres u et v sont tournés d'un angle θ par rapport aux axes x et y . Ce piège est donc de la forme :

$$\begin{aligned}\omega_L(\mathbf{r}) = & \frac{m}{2\hbar} \{ (\omega_u^2 \cos^2 \theta + \omega_v^2 \sin^2 \theta) x^2 + (\omega_u^2 \sin^2 \theta + \omega_v^2 \cos^2 \theta) y^2 \\ & + 2 \cos \theta \sin \theta (\omega_u^2 - \omega_v^2) xy + \omega_z^2 z^2 \}\end{aligned}\quad (3.14)$$

La direction de séparation est définie par l'angle θ_{sp} qu'elle fait avec l'axe x , nous avons $\tan \theta_{sp} = \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{e}_y / \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{e}_x$. Pour que la séparation soit suivant l'axe x (i.e. perpendiculaire aux guides), il suffit que pour tout x et pour $y = 0$: $\mathbf{F}_a \cdot \mathbf{e}_y = 0$; soit, d'après l'équation (3.13), $\partial \omega_L / \partial y = 0$, ou encore, d'après l'équation (3.14), $y = -x \tan \theta (\alpha^2 + 1) / (\alpha^2 \tan^2 \theta + 1)$ où $\alpha = \omega_u / \omega_v$. Cette dernière condition n'est valide que si $\theta = 0$. Nous pouvons en conclure que pour se ramener à une dynamique unidimensionnelle et pour annuler la composante de la force parallèle aux guides, il faut qu'un des axes propres du piège soit perpendiculaire aux guides d'ondes.

Un premier cas particulier est celui du piège isotrope $\omega_u = \omega_v$. Ce piège n'est pas réalisable avec la configuration *dimple* choisie dans la suite pour le piège magnétique DC, cf annexe A.6. Un tel piège n'a pas d'axe privilégié et les considérations précédentes n'ont donc plus lieu d'être.

Un autre cas plus intéressant, appuyant la pertinence de la discussion précédente, est celui du piège en forme de cigare où l'axe long du cigare est à peu près parallèle à l'axe des guides, i.e. $\omega_u \gg \omega_v$ avec $\theta \approx 0$. Des simulations numériques de la position des pièges au cours de la séparation montrent que, si l'erreur sur θ est de quelques degrés, alors la séparation est majoritairement suivant l'axe parallèle aux guides d'ondes. Ainsi, si nous souhaitons séparer suivant la direction la plus raide du piège, il est important de tenir compte des considérations précédentes sur l'orientation du piège par rapport aux guides d'ondes.

Maintenant que nous savons comment orienter le piège par rapport aux guides d'ondes, nous pouvons donc définir les notions de séparation transverse et axiale. Considérons un piège en forme de cigare (par exemple le *dimple* de l'annexe A.6). Dans un tel piège deux des axes ont

une fréquence ω_{\perp} plus élevée que celle ω_{\parallel} du troisième axe. Si nous orientons un axe de fréquence élevée ω_{\perp} perpendiculairement aux guides d'ondes, nous parlons de séparatrice transverse. Si nous orientons un axe de fréquence faible ω_{\parallel} perpendiculairement aux guides d'ondes, nous parlons de séparatrice axiale. La séparatrice transverse permet de réaliser une séparation plus rapide que dans le cas axial, rapide s'entend en respectant les conditions adiabatiques sur l'état externe discutées dans le chapitre 2 et l'annexe E. Cette rapidité est un avantage compte tenu du court temps de cohérence disponible. Ce type de séparation, à géométrie de guides d'ondes fixées, requière plus de puissance micro-onde pour contrebalancer le gradient du piège magnétique DC, qui est plus élevé dans la direction transverse que dans la direction axiale. C'est un inconvénient car la dissipation thermique d'une puce atomique est limitée.

3.2.5 Asymétrie de V_a et V_b

Des déviations aux hypothèses utilisées pour établir les équations (3.11) et (3.12) existent et empêchent de réaliser deux puits de potentiels parfaitement identiques. Nous en avons identifiées de deux types : non-linéarité de l'effet Zeeman, ainsi que les limites des deux hypothèses utilisées pour établir les équations (3.7) et (3.8) permettant de considérer deux systèmes à deux niveaux indépendants.

3.2.5.1 Effet Zeeman non linéaire

La première des déviations ne dépend pas des fréquences choisies pour le couplage ni du désaccord micro-onde, mais de la non-linéarité de l'effet Zeeman. La modélisation de cette déviation requière la connaissance exacte des énergies des huit états non couplés du niveau $5^2S_{1/2}$ en présence d'un champ magnétique DC. Elles sont les valeurs propres de l'hamiltonien atomique suivant [Steck, 2003b] :

$$H_{at} = \frac{E_{hfs}}{2} \hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}} + \mu_B (g_J \hat{\mathbf{J}} + g_I \hat{\mathbf{I}}) \cdot \mathbf{B} \quad (3.15)$$

où \mathbf{B} est un champ magnétique DC levant la dégénérescence Zeeman. Dans notre cas, il s'agit du champ magnétique de la partie DC du piège. Les valeurs propres sont données par la formule de Breit-Rabi [Steck, 2003b] :

$$E_{F=2, m_F} = -\frac{E_{hfs}}{2(2I+1)} + \mu_B g_I m_F B + \frac{E_{hfs}}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F \xi}{2I+1} + \xi^2} \quad (3.16)$$

$$E_{F=1, m_F} = -\frac{E_{hfs}}{2(2I+1)} + \mu_B g_I m_F B - \frac{E_{hfs}}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F \xi}{2I+1} + \xi^2} \quad (3.17)$$

avec $\xi = \mu_B (g_J - g_I) B / E_{hfs}$. Nous avons noté $E_{hfs} = \hbar \omega_{hfs}$ l'écart énergétique entre les niveaux $|F=1, m_F=0\rangle$ et $|F=2, m_F=0\rangle$ en l'absence de champ magnétique, ainsi que $I = 3/2$ le spin nucléaire, $g_I = -9,95 \cdot 10^{-4}$ le facteur gyromagnétique nucléaire et $g_J = 2,002$ [Steck, 2003b] le facteur gyromagnétique électronique.

Comme nous le verrons lors de la simulation des potentiels dans la section 3.4, cet effet entraîne une dé-symétrisation des potentiels. L'ordre de grandeur de cet effet sera donné dans la même section.

3.2.5.2 Correction non résonnante

Pour établir les équations (3.7) et (3.8) nous avons supposé avoir deux systèmes à deux niveaux indépendants. En réalité nous avons un système à huit niveaux avec deux fréquences. Des asymétries des deux potentiels peuvent être engendrées par les deux phénomènes suivants :

i) Bien que le champ micro-onde de fréquence ω_b est moins résonnant que celui de fréquence ω_a sur la transition $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$, il va tout de même habiller (bien que plus légèrement) les atomes dans l'état interne $|a\rangle$. Il en va de même pour les atomes d'état interne $|b\rangle$ et du champ micro-onde de fréquence ω_a .

ii) De plus il n'y a pas seulement deux transitions atomiques en jeu mais neuf : trois transitions π et six transitions σ et les champs micro-ondes ne sont pas polarisés purement π ou σ .

Effet d'une seconde fréquence Pour mettre un ordre de grandeur sur le premier effet i considérons un atome à deux niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$ habillé par un champ de fréquence de Rabi Ω_1 désaccordé de δ_1 par rapport à la transition atomique. Considérons un second champ de fréquence de Rabi Ω_2 et de désaccord δ_2 , avec $\Omega_2 \sim \Omega_1$ et $\delta_2 \gg \delta_1, \Omega_1, \Omega_2$. Le nombre de photons du champ Ω_1 (respectivement Ω_2) est noté N_1 (respectivement N_2). La fréquence de Rabi des couplages micro-ondes étant très petite devant la fréquence hyperfine $\omega_{hfs}/(2 \times \pi) = 6,8$ GHz et le nombre de photon grand $N_1, N_2 \gg 1$, nous considérons seulement les quatre niveaux $|g, N_1, N_2 + 2\rangle, |g, N_1 + 1, N_2 + 1\rangle, |e, N_1, N_2 + 1\rangle, |e, N_1 + 1, N_2\rangle$. Le champ micro-onde 1 couple les niveaux $|g, N_1 + 1, N_2 + 1\rangle$ et $|e, N_1, N_2 + 1\rangle$. Le champ micro-onde 2 couple les niveaux $|g, N_1 + 1, N_2 + 1\rangle$ et $|e, N_1 + 1, N_2\rangle$ et les niveaux $|g, N_1, N_2 + 2\rangle$ et $|e, N_1, N_2\rangle$. L'hamiltonien de ce système peut s'écrire dans la base $\{|g, N_1, N_2 + 2\rangle, |g, N_1 + 1, N_2 + 1\rangle, |e, N_1, N_2 + 1\rangle, |e, N_1 + 1, N_2\rangle\}$:

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 2(\delta_2 - \delta_1) & 0 & \Omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_1 & \Omega_2 \\ \Omega_2 & \Omega_1 & -2\delta_1 & 0 \\ 0 & \Omega_2 & 0 & -2\delta_2 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Un développement à l'ordre 2 en δ_1/δ_2 , Ω_1/δ_2 et Ω_2/δ_2 des énergies propres de cet hamiltonien donne :

$$E_+ = \frac{\hbar}{2} \left[-\delta_1 + \sqrt{\delta_1^2 + \Omega_1^2} + \frac{\Omega_2^2}{4\delta_2} \frac{\delta_1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \delta_1^2}} \right] \quad (3.19)$$

$$E_- = \frac{\hbar}{2} \left[-\delta_1 - \sqrt{\delta_1^2 + \Omega_1^2} - \frac{\Omega_2^2}{4\delta_2} \frac{\delta_1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \delta_1^2}} \right] \quad (3.20)$$

$$E' = \frac{\hbar}{2} \left[2(\delta_2 - \delta_1) + \frac{\Omega_2^2}{2\delta_2} \right] \quad E'' = \frac{\hbar}{2} \left[-2\delta_2 - \frac{\Omega_2^2}{2\delta_2} \right] \quad (3.21)$$

Dans la limite où le couplage du champ 2 est nul, i.e. $\Omega_2 = 0$, nous retrouvons les énergies habillées des niveaux $|+\rangle$ et $|-\rangle$ d'un atome à deux niveaux (ce sont les deux premiers termes de E_+ et E_-). La correction des potentiels dû à cet effet est, dans la cas qui nous intéresse, i.e. $\delta_2 \gg \delta_1 \sim \Omega_1 \sim \Omega_2$, de l'ordre de Ω_2^2/δ_2 (le troisième terme de E_+ et E_- est de l'ordre de Ω_2^2/δ_2). En prenant des valeurs typiques $\Omega_2 \sim 2\pi \times 100$ kHz [Böhi *et al.*, 2009] et $\delta_2 \sim 2\pi \times 4\omega_L \sim 10$ MHz, nous trouvons une correction de l'ordre de 1 %.

Un effet similaire est considéré dans les références [Courteille *et al.*, 2006, Morgan *et al.*, 2014] où un peigne de fréquences radio et un gradient de champ magnétique sont utilisés pour créer un potentiel périodique. Les corrections aux énergies propres E_+ et E_- peuvent se retrouver en considérant que le champ le plus loin de la résonance Ω_2 déplace la fréquence de la transition atomique d'une quantité $\Omega_2^2/(2\delta_2)$.

Effet d'un troisième niveau Cherchons maintenant un ordre de grandeur pour le second effet ii. Considérons un atome à trois niveaux $|g\rangle$, $|e_1\rangle$ et $|e_2\rangle$ et un champ micro-onde de fréquence de Rabi Ω désaccordé de δ_1 (respectivement δ_2) par rapport à la transition $|g\rangle \leftrightarrow |e_1\rangle$ (respectivement $|g\rangle \leftrightarrow |e_2\rangle$). Nous avons les hypothèses : $\delta_2 \gg \Omega, \delta_1$. Dans la base $\{|e_1, N\rangle, |g, N+1\rangle, |e_2, N\rangle\}$, l'hamiltonien de ce système s'écrit :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -2\delta_1 & \Omega & 0 \\ \Omega & 0 & \Omega \\ 0 & \Omega & -2\delta_2 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Sous les mêmes hypothèses que dans le paragraphe précédent, nous trouvons les énergies propres :

$$E_+ = \frac{\hbar}{2} \left[-\delta_1 + \sqrt{\delta_1^2 + \Omega^2} + \frac{\Omega^2}{4\delta_2} \left(1 + \frac{\delta_1}{\sqrt{\Omega^2 + \delta_1^2}} \right) \right] \quad (3.23)$$

$$E_- = \frac{\hbar}{2} \left[-\delta_1 - \sqrt{\delta_1^2 + \Omega^2} + \frac{\Omega^2}{4\delta_2} \left(1 - \frac{\delta_1}{\sqrt{\Omega^2 + \delta_1^2}} \right) \right] \quad (3.24)$$

$$E_0 = \frac{\hbar}{2} \left[-2\delta_2 - \frac{\Omega^2}{2\delta_2} \right] \quad (3.25)$$

Comme dans le paragraphe précédent la correction des énergies propres est de Ω^2/δ_2 , ce qui est de l'ordre de 1% en prenant les mêmes valeurs numériques.

3.3 Existence et déplacement du champ magique

3.3.1 En l'absence de couplage micro-onde

La réalisation d'une horloge ou d'un capteur inertiel à atomes piégés magnétiquement, requiert que les niveaux atomiques utilisés pour l'interférométrie soient sensibles au champ magné-

tique. Mais, ce qui peut paraître contradictoire, cette réalisation requière aussi, pour maintenir la cohérence, une insensibilité de la fréquence de transition entre ces deux niveaux aux fluctuations de champ magnétique. L'effet Zeeman n'étant pas parfaitement linéaire, cf équations (3.16) et (3.17), la fréquence de la transition $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ reste sensible au champ magnétique. Toutefois, il existe une valeur du champ magnétique qui minimise les fluctuations de la fréquence atomique [Harber *et al.*, 2002]. Pour le voir, développons à l'ordre deux en $\mu_B B/E_{hfs}$ les équations (3.16) et (3.17) :

$$E_{1,m_F} = \frac{m_F \mu_B B}{4} (5g_I - g_J) - \frac{\mu_B^2 \alpha (g_J - g_I)^2 B^2}{4E_{hfs}} \quad (3.26)$$

$$E_{2,m_F} = E_{hfs} + \frac{m_F \mu_B B}{4} (3g_I + g_J) + \frac{\mu_B^2 \alpha (g_J - g_I)^2 B^2}{4E_{hfs}} \quad (3.27)$$

Nous avons noté $\alpha = 1 - m_F^2/4$. En l'absence de couplage micro-onde, nous pouvons retrouver le champ magique B_m^0 , c'est le champ magnétique minimisant l'énergie de la transition $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$:

$$B_m^0 = -\frac{8g_I E_{hfs}}{3\mu_B (g_J - g_I)^2} \simeq 3,23 \text{ G} \quad (3.28)$$

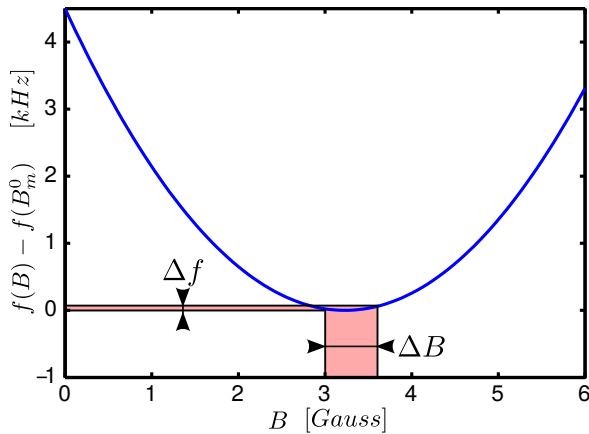


FIGURE 3.5 – Variation de la fréquence de transition entre les niveaux $|F=1, m_F=-1\rangle$ et $|F=2, m_F=1\rangle$, $f(B) - f(B_m^0)$ [kHz] en fonction du champ magnétique DC exercé sur l'atome B [Gauss]. Une fluctuation du champ magnétique ΔB au voisinage de B_m^0 provoque une fluctuation de la fréquence de transition Δf au voisinage de $f(B_m^0)$.

Typiquement, sur l'expérience décrite dans le chapitre 4 où nous n'avons pas de blindage magnétique, nous observons des fluctuations du champ magnétique DC d'écart-type de l'ordre de 2,5 mG, soit 15-20 mG pic à pic (cf chapitre 5). Cela conduit à des fluctuations de moins de 0,2 Hz de la fréquence de transition (cf figure 3.5).

Il se pose alors la question de l'existence, et quand il existe, de la valeur d'un nouveau champ magnétique DC magique permettant de minimiser les fluctuations de la fréquence de la transition atomique en présence de couplage micro-onde. C'est l'objet du paragraphe suivant.

3.3.2 En présence de couplage micro-onde

Tout d'abord, définissons les variables sans dimension :

$$\delta = \Delta_a^0/\omega_L^0 = -\Delta_b^0/\omega_L^0 \quad \text{et} \quad \kappa = \left| \frac{\Omega_a}{\Delta_a^0} \right| = \left| \frac{\Omega_b}{\Delta_b^0} \right| \quad (3.29)$$

où $\omega_L^0 = \mu_B B_m^0 / (2\hbar) = 2\pi \times 2,27$ MHz et Δ_a^0 et Δ_b^0 sont les désaccords entre les champs micro-ondes et les transitions qu'ils habillent, pour un champ magnétique B_m^0 . δ décrit le désaccord du champ micro-onde et κ le mélange entre les deux états non-couplés. La recherche de l'existence et de la valeur du champ magique se fait comme suit : pour chaque couple (δ, κ) nous traçons $V_b - V_a$ en fonction de B et cherchons le minimum de cette courbe. S'il existe, il définit le nouveau champ magique en présence du couplage micro-onde de paramètre : (δ, κ) .

Dans le calcul de $V_b - V_a$ nous garderons les corrections dues au moment cinétique de spin nucléaire dans le calcul des énergies des états non-couplés (cf équation (3.15)) mais pas dans le calcul du terme de couplage (cf équation (3.36)) car $B_{mw} \ll B$, typiquement $B_{mw} \sim 100$ kHz [Böhi *et al.*, 2009] et $B \sim 1$ MHz. Nous ne gardons pas non plus les corrections non-résonantes⁸ du paragraphe 3.2.5.2, nous vérifierons *a posteriori* qu'elles entraînent une correction de l'ordre de 1% de la valeur du champ magnétique magique.

Tout d'abord, nous nous donnons une échelle de fréquence en calculant ω_L^0 , nous permettant ainsi de définir $\Delta_a^0 = \delta\omega_L^0$ et nous choisissons $\Delta_b^0 = -\Delta_a^0$ pour maintenir la symétrie des pièges. J'attire l'attention du lecteur sur le fait que le choix précédent $\Delta_0 = \omega_{hfs} - \omega_a = \omega_b - \omega_{hfs}$ ne correspond plus à $\Delta_a = -\Delta_b$ car nous considérons les corrections à l'effet Zeeman linéaire, et par conséquent ce choix ne correspond plus à des pièges symétriques. Ensuite nous définissons les deux fréquences micro-ondes (pour les transitions π) :

$$\omega_a = \Delta_a^0 + \frac{E_{2,-1}(B_m^0) - E_{1,-1}(B_m^0)}{\hbar} \quad \omega_b = \Delta_b^0 + \frac{E_{2,1}(B_m^0) - E_{1,1}(B_m^0)}{\hbar} \quad (3.30)$$

Il en va de même pour les transitions σ . Il ne reste plus qu'à définir les couplages $|\Omega| = |\Omega_a| = |\Omega_b| = \kappa|\Delta_a|$. Nous pouvons enfin calculer $V_b - V_a$ en fonction du module du champ magnétique DC (pour les transitions π) :

$$V_a(B) = \frac{E_{1,-1}(B) + E_{2,-1}(B)}{2} - \frac{\hbar\omega_a}{2} + S_\delta \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_a^2 + (\omega_a + E_{1,-1}(B) - E_{2,-1}(B))^2} \quad (3.31)$$

$$V_b(B) = \frac{E_{1,1}(B) + E_{2,1}(B)}{2} + \frac{\hbar\omega_b}{2} + S_\delta \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_a^2 + (\omega_b + E_{1,1}(B) - E_{2,1}(B))^2} \quad (3.32)$$

Dans le cas des transitions σ des formules du même type peuvent être écrites.

Sur les figures 3.6 et 3.7 nous avons tracé, pour des configurations attractives ou répulsives et des transitions σ et π , l'évolution de la valeurs du champ magnétique DC minimisant les fluctuations de la fréquence de la transition atomique. Nous observons que, plus l'effet du champ micro-onde est important sur la transition atomique, c'est-à-dire plus κ est grand, plus le champ magique augmente. Les configurations attractives et répulsives présentent deux comportements différents. Pour les potentiels attractifs à chaque désaccord $|\delta|$ correspond une valeur maximale du paramètre de couplage κ au-delà duquel il n'existe plus de champ magique. Au contraire pour les

8. Ce pas complètement justifié car les corrections non-résonantes sont légèrement supérieures à celle dues à la non-linéarité de l'effet Zeeman. Pour une approche plus complète il faut diagonaliser l'hamiltonien du système comprenant les champs a et b ainsi que les huit niveaux fondamentaux du rubidium.

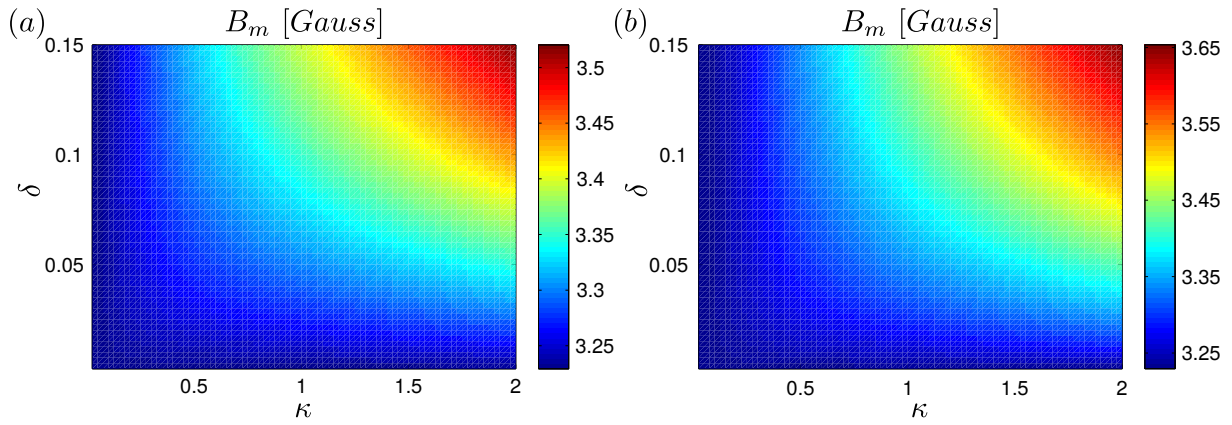


FIGURE 3.6 – Evolution de la valeur du champ magique B_m en Gauss pour un piège répulsif. Le tracé est fait en fonction du paramètre de mélange κ et du désaccord normalisé δ . (a) Cas des transitions π . (b) Cas des transitions σ .

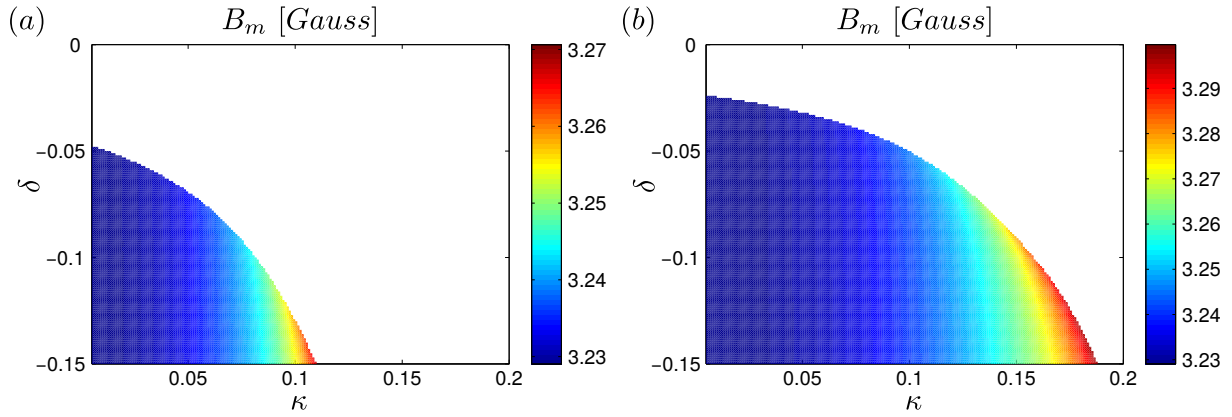


FIGURE 3.7 – Evolution de la valeur du champ magique B_m en Gauss pour un piège attractif. Le tracé est fait en fonction du paramètre de mélange κ et du désaccord normalisé δ . Pour les paramètres correspondants à la partie blanche du tracé nous ne trouvons plus de champ magique. (a) Cas des transitions π . (b) Cas des transitions σ .

configurations répulsives, dans le domaine $|\delta| < 0,15$ et $\kappa < 2$, nous trouvons toujours un champ magique. Les configurations répulsives semblent donc plus prometteuses pour la réalisation de l'interféromètre du chapitre 2.

Le cas nous intéressant le plus pour la suite, correspondant à la configuration simulée dans la paragraphe 3.4 de ce chapitre, est celui des forts couplages $\kappa \gg 1$ avec des transitions π répulsives. Nous pouvons alors montrer, en développant $V_b(B) - V_a(B)$ à l'ordre 2 en B et en gardant seulement le terme dominant en $|\Omega|$, que le nouveau champ magnétique DC magique est :

$$B_m = \frac{E_{hfs}}{\mu_B} \frac{16\hbar|\Omega|g_I + 2(g_J - g_I)(2E_{hfs} - \hbar(\omega_a + \omega_b))}{3(g_J - g_I)^2\hbar(\omega_b - \omega_a)} \quad (3.33)$$

$$= \frac{8}{3} \frac{E_{hfs}}{\mu_B} \frac{g_I}{(g_J - g_I)^2} \frac{\kappa\delta}{2 - \delta} \quad (3.34)$$

Sur cette formule nous retrouvons le comportement de la figure 3.6.a : i) à δ fixé pour $\kappa \gg 1$, B_m croît linéairement avec le couplage (cf figure 3.11), ii) à couplage fixé, B_m décroît avec le désaccord (notons que $\omega_b - \omega_a$ diminue quand δ diminue).

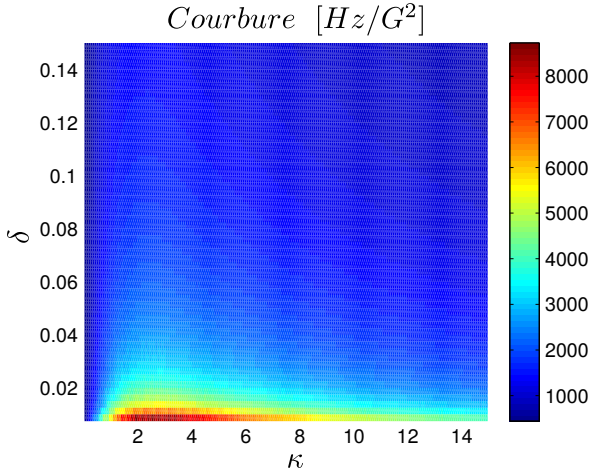


FIGURE 3.8 – *Courbure [Hz/G²] de la différence d'énergie $V_b(B) - V_a(B)$ au voisinage du champ magnétique DC magique en présence de couplage micro-onde B_m en fonction des paramètres sans dimension de désaccord δ et de mélange κ .*

Toujours dans le cas des transitions π répulsives, nous avons tracé sur la figure 3.8, la courbure de la différence $V_b(B) - V_a(B)$ au voisinage du champ magnétique DC magique B_m . Ce chiffre permet de connaître la sensibilité de la fréquence de transition entre $|a\rangle$ et $|b\rangle$ en fonction de la qualité du réglage du champ magnétique DC. Dans les zones où le couplage dû au champ micro-onde est faible, i.e. δ grand et κ petit, la courbure tend vers 431 Hz/G², qui est sa valeur en l'absence de couplage. Dans les zones de fort couplage, δ petit et κ grand, la courbure atteint quelques $4 \cdot 10^3$ Hz/G². Ainsi pour garder la même stabilité sur la fréquence de transition il faut améliorer d'un facteur $\sqrt{4 \cdot 10^3 / 431} \approx 3$ les fluctuations du champ magnétique DC en présence des couplages avec les champs micro-ondes.

Vérifions maintenant l'ordre de grandeur de la correction sur le champ magnétique magique engendrée par les corrections non-résonnantes du paragraphe 3.2.5.2. Dans ces corrections nous considérons l'effet Zeeman comme étant linéaire, en effet les formules de Breit-Rabi apportant une correction de l'ordre de 10^{-4} par rapport à cette linéarisation et les corrections non-résonnantes étant de l'ordre de 10^{-2} , il en résulterait une correction plus faible que celles considérées pour trouver la valeur du champ magnétique magique. Sous les hypothèses du paragraphe 3.2.5.2, les corrections non-résonnantes $F_{cor}(B)$ sont de l'ordre de $F_{cor}(B) = \Omega^2 / (4\mu_B B)$. Pour étudier leurs effets sur le déplacement de la valeur du champ magnétique magique en présence de champ micro-onde B_m , nous linéarisons F_{cor} au voisinage de B_m : $F_{cor}(B) = \Omega^2(2 - B/B_m) / (4\mu_B B)$. En modélisant $V_b(B) - V_a(B)$ au voisinage du champ magique par $2\pi C(B - B_m)^2$, où C est la courbure en Hz/G², nous pouvons montrer que le champ magique se déplace d'une quantité $\delta B_m / B_m = \Omega^2 / (16\pi C \mu_B B_m^3)$. En prenant les mêmes valeurs numériques que précédemment : $\Omega \sim 2\pi \times 100$ kHz, $C \sim 5$ kHz/G² et $B_m \sim 3$ G, nous trouvons que $\delta B_m / B_m$ est de l'ordre de 1% ce qui ne change pas les conclusions des paragraphes précédents sur le déplacement de la valeur du champ magnétique DC magique en présence de couplage micro-onde.

3.4 Choix d'une configuration

Dans cette partie nous présentons, au regard des paragraphes précédents, les choix effectués dans la conception de la puce atomique ainsi que les simulations utilisées pour calculer les potentiels habillés. Nous donnons aussi une rapide analyse de la sensibilité pouvant être obtenue avec notre conception.

3.4.1 Choix généraux

Au regard des conclusions sur le champ magique, nous choisissons de préférence une configuration répulsive. Pour permettre la réalisation de séparatrices transverses et axiales nous choisissons d'utiliser un piège magnétique DC de type *dimple* car il permet, en inversant les courants I_0 et I_1 et les deux champs de biais A_0 et A_1 , de faire tourner le piège de 90° (cf figure 3.3, annexe A.6 et [Reichel *et al.*, 2001]). Si nous choisissons un *dimple* en forme de cigare nous avons alors accès à des séparatrices transverses et axiales en tournant le piège de 90° . Un piège de type *dimple* ne peut pas avoir ses axes propres colinéaires aux fils transportant les courants I_0 et I_1 . Ainsi pour définir proprement l'axe de séparation, nous devons tourner légèrement les guides d'ondes, ils forment un angle de 6° avec le fil transportant le courant I_0 (cf figure 3.9). Nous pouvons ainsi choisir un piège dont un des axes propres, de fréquence forte ou faible, est perpendiculaire aux guides d'ondes. De plus, comparé aux références [Ammar, 2014, Böhi *et al.*, 2009] nous choisissons des guides d'ondes relativement larges dans le but d'injecter beaucoup de puissance micro-onde. Cela permet : i) à distance de séparation constante, d'avoir un piège plus confiné dans la direction de séparation, c'est important pour séparer rapidement, ii) à confinement constant, d'obtenir des distances de séparation plus grandes. La géométrie de ces guides est calculée pour avoir une impédance de 50Ω à l'aide des formules de l'annexe B. Les valeurs numériques des différents paramètres géométriques de la puce atomique sont définies et résumées sur la figure 3.9 et dans la table 3.1.

w_1	w_2	w_g	w_s	s	u	α	ep_1	ep_2	ep_3
100 μm	100 μm	17 μm	15 μm	5,5 μm	40 μm	6°	4 μm	10 μm	1 μm

TABLE 3.1 – Paramètres numériques de la géométrie de la puce atomique pour la réalisation des deux pièges habillés micro-ondes.

3.4.2 Simulation de la configuration

Dans les quatre paragraphes suivants, après un rappel de la méthode de calcul des termes de couplage, nous décrivons brièvement la méthode utilisée pour simuler les potentiels habillés. Enfin nous donnerons une simulation complète ainsi que les performances de la configuration retenue.

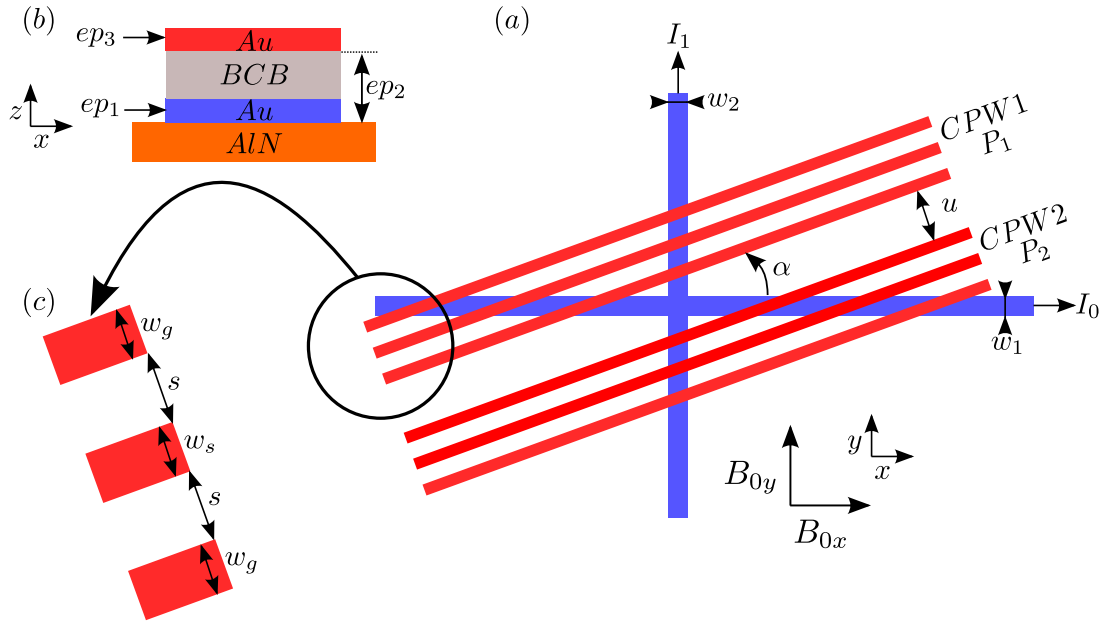


FIGURE 3.9 – Géométrie retenue pour la puce atomique permettant de réaliser deux pièges habillés. (a) vue du dessus. (b) vue de coupe de la puce atomique montrant les différentes épaisseurs de métallisation et d'isolant. (c) zoom sur un guide d'onde montrant les notations utilisées pour la géométrie du guide.

3.4.2.1 Termes de couplage $\Omega_i(\mathbf{r})$

Avant d'expliciter comment calculer les termes de couplage micro-onde à partir de la distribution de champ magnétique des guides d'ondes, nous donnons la définition formelle de ces couplages. Dans le cadre d'un formalisme semi-classique, ils sont définis entre deux niveaux hyperfins $|F = 1, m_F\rangle$ et $|F = 2, m_F\rangle$ par [Treutlein, 2008] :

$$\frac{1}{2}\hbar\Omega_{1,m_1}^{2,m_2} = \langle 2, m_2 | \hat{H}_{AtMw} | 1, m_1 \rangle \quad (3.35)$$

avec \hat{H}_{AtMw} l'hamiltonien de couplage entre l'atome et le champ micro-onde :

$$\hat{H}_{AtMw} = \mu_B \left(g_J \hat{\mathbf{J}} + g_I \hat{\mathbf{I}} \right) \cdot \hat{\mathbf{B}}_{mw} \quad (3.36)$$

où $\hat{\mathbf{J}}$ et $\hat{\mathbf{I}}$ sont respectivement les moments angulaires électronique et nucléaire avec g_J et g_I les facteurs de Landé associés. $\hat{\mathbf{B}}_{mw}$ est le champ magnétique micro-onde de polarisation ϵ :

$$\hat{\mathbf{B}}_{mw} = \frac{B_{mw}}{2} (\epsilon e^{-i\omega_a, bt} + \epsilon^* e^{i\omega_a, bt}) \quad (3.37)$$

Le déplacement des énergies par le champ électrique micro-onde n'est pas considéré. En effet toutes les énergies des niveaux fondamentaux du rubidium se déplacent de la même quantité [Steck, 2003b]. De plus, dans nos conditions expérimentales, ce déplacement est négligeable.

La simulation des potentiels impose de calculer le terme de couplage à partir de la simulation des champs magnétiques micro-onde \mathbf{B}_{mw} et DC \mathbf{B}_{dc} . Dans ces simulations, comme dans le

calcul du déplacement du champ magique, le moment gyromagnétique nucléaire g_I est négligé uniquement dans le terme de couplage. Il est alors aisé décrire les termes de couplage à partir des distributions de ces deux champs. Pour les transitions π , cela donne :

$$|\Omega_\pi|^2 = \left[\frac{2\mu_B}{\hbar} \langle 1, m_1 | J_z | 2, m_2 \rangle \frac{\mathbf{B}_{dc} \cdot \mathbf{B}_{mw}}{B_{dc}} \right]^2 \quad (3.38)$$

et pour les transitions σ_\pm :

$$|\Omega_{\sigma_\pm}|^2 = \left[\frac{2\mu_B}{\hbar} \langle 1, m_1 | J_\pm | 2, m_2 \rangle \frac{1}{2} \left\| \mathbf{B}_{mw} - \frac{\mathbf{B}_{dc} \cdot \mathbf{B}_{mw} \mathbf{B}_{dc}}{B_{dc}^2} \right\| \right]^2 \quad (3.39)$$

où $J_\pm = J_x \pm iJ_y$, et J_x , J_y et J_z sont les composantes de \mathbf{J} et (x, y, z) sont des coordonnées telles que la direction z est en tout point de l'espace orientée suivant \mathbf{B}_{dc} . Pour les transitions π qui nous intéressent, nous avons [Treutlein, 2008] :

$$\langle 1, 1 | J_z | 2, 1 \rangle = -\sqrt{\frac{3}{16}} \quad \langle 1, -1 | J_z | 2, -1 \rangle = -\sqrt{\frac{3}{16}} \quad (3.40)$$

et pour les transitions σ_+ :

$$\langle 1, 0 | J_z | 2, 1 \rangle = \sqrt{\frac{3}{8}} \quad \langle 1, -1 | J_z | 2, 0 \rangle = \sqrt{\frac{1}{8}} \quad (3.41)$$

3.4.2.2 Champ magnétique micro-onde

Nous simulons le module du champ magnétique micro-onde en l'approximant par le champ magnétique statique créé par une distribution de courant ayant la même géométrie que le guide (trois fils de longueur et de section finies, cf formules de l'annexe A.5) et où les fils sont parcourus par les courants : $-I_{mw}/2$ pour les deux fils extérieurs du guide (cf figures 3.9.c et B.1) et I_{mw} pour le fils central. Le courant micro-onde est donné par $P_{mw} = |Z_0| I_{mw}^2 / 2$ avec $|Z_0| = 50 \, \Omega$ l'impédance du guide. Une telle approximation surévalue d'environ 15 % le module du champ magnétique micro-onde [Ammar, 2014] soit 2,5 % pour le terme de couplage $|\Omega_i(\mathbf{r})|^2$. Comme les deux fréquences micro-ondes utilisées ne diffèrent que de 0,1 %, nous supposons que ce facteur de surévaluation est le même pour les deux guides. Cela nous permet d'étudier les différences relatives de forme entre les deux pièges. Le couplage entre deux guides adjacents a été évalué à $-30 \, \text{dB}$ [Ammar, 2014], il est donc négligé dans la suite. D'éventuelles modifications de la géométrie du champ rayonné par les guides dues à la présence, à leur voisinage, de la métallisation des lignes DC, sont aussi négligées.

3.4.2.3 Champ magnétique DC

La simulation du champ magnétique DC est réalisée en utilisant les formules de l'annexe A.5. Nous ne tenons pas compte d'une éventuelle modification de la densité de courant au voisinage

du croisement de deux fils. Les champs de biais sont supposés sans dépendance spatiale, i.e. nous ne tenons pas compte de la géométrie des bobines (cf annexe A.2) utilisées pour leur génération.

3.4.2.4 Simulation

La simulation complète des potentiels habillés est faite à l'aide des équations (3.7) et (3.8) en utilisant les formules de Breit-Rabi (équations (3.16) et (3.17)) pour le calcul des énergies des états non couplés.

Nous présentons, sur les figures 3.12 et 3.13, la simulation d'une configuration répulsive, où l'habillage est fait avec des transitions π , avec les paramètres suivants : $I_0 = 70$ mA, $I_1 = -0,7$ A, $B_{0x} = 25$ G, $B_{0y} = 5,75$ G et un désaccord de la micro-onde de $\Delta_a = -\Delta_b = 23$ kHz. Le caractère répulsif de cette configuration peut être vu sur les figures 3.12.b et 3.12.c, le piège résultant de l'habillage micro-onde étant dans une région de faible couplage. La séparation est effectuée dans la direction axiale du piège (cf figures 3.12.a, 3.12.c et 3.12.e). Les deux pièges sont localisés à environ $30 \mu\text{m}$ de la surface de la puce (cf figure 3.13.g) ce qui est suffisamment loin pour éviter les pertes induites par la proximité de la surface de la puce [Treutlein, 2008, Henkel *et al.*, 1999, Henkel et Wilkens, 1999, Henkel *et al.*, 2003] et n'empêche pas d'obtenir un temps de cohérence (dans le cas d'une séquence de Ramsey de type horloge atomique) de l'ordre de la seconde [Treutlein *et al.*, 2004]. Cette géométrie permet une séparation peu gourmande en puissance, typiquement nous avons une séparation de $20 \mu\text{m}$ avec 50 mW (figure 3.13.h) de puissance micro-onde dans chacun des guides, pouvant être portée à un maximum de $37 \mu\text{m}$ de séparation avec 500 mW de puissance par guide. Cette séparation s'effectue bien dans la direction perpendiculaire aux guides d'ondes (cf figures 3.13.e et 3.13.f) car nous avons orienté l'axe mou du piège magnétique DC perpendiculairement aux guides d'ondes, c'est une séparatrice axiale (cf section 3.2.4). Le confinement moyen $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ des pièges change peu, il passe de 860 Hz à 900 Hz. Nous ne présentons pas de simulation d'une séparatrice transverse. Notre conception de puce atomique permet aussi de réaliser une séparatrice transverse, pour cela il faut inverser I_0 et I_1 ainsi que B_{0x} et B_{0y} . Pour la même puissance micro-onde que celle utilisée pour la séparatrice axiale, la distance de séparation est plus courte, car le confinement est plus fort dans la direction de séparation. Avantageusement cette augmentation du confinement permet de relâcher les conditions adiabatiques sur l'état externe des atomes (E.14) et (E.15) qui seront discutées dans la suite de cette section.

3.4.3 Sensibilité aux accélérations

Considérons un nuage d'environ $N = 1\,000$ atomes. C'est un bon compromis entre avoir un nombre d'atomes facilement mesurable par absorption et avoir une densité suffisamment faible pour ne pas condenser le nuage⁹ tout en le maintenant à une température faible. Dans le piège avant la séparation ($\bar{\omega} = 860$ Hz), cela donne une température de condensation d'environ

9. Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 1, nous voulons utiliser un nuage thermique.

$T_c = 370$ nK. Un gaz thermique aux environs de cette température est tout à fait piégeable dans la configuration proposée. En effet, sur les figures 3.12.a, 3.12.c et 3.12.e, la courbe de niveau entourant la région blanche correspond à une température de $1 \mu\text{K}$. Une vérification de la non-ouverture des deux pièges habillés est faite en traçant les surfaces iso-potentielles à $1 \mu\text{K}$ pour différentes valeurs de puissance micro-onde. Un exemple est présenté sur la figure 3.10.

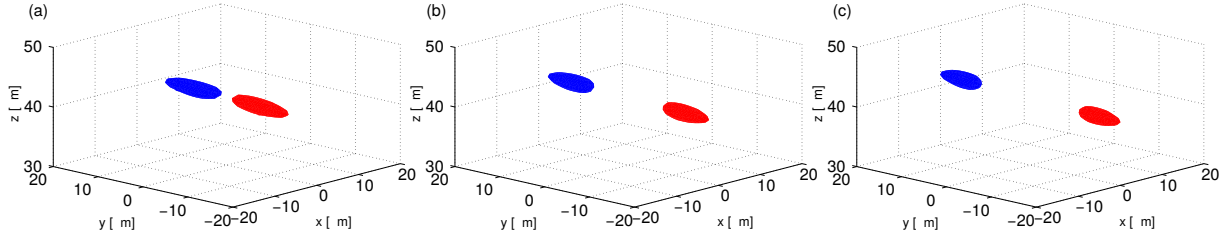


FIGURE 3.10 – Surface iso-potential à $1 \mu\text{K}$ pour les deux pièges habillés, en rouge et bleu, pour différentes puissances micro-onde P_{mw} . (a) $P_{mw} = 50 \text{ mW}$. (b) $P_{mw} = 206 \text{ mW}$. (c) $P_{mw} = 400 \text{ mW}$.

Nous cherchons à estimer la sensibilité de cette implémentation d'interféromètre dans le cas où elle est limitée par le bruit de projection quantique [Itano *et al.*, 1993]. Cette sensibilité à une mesure est donnée par :

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\hbar}{mg\Delta z t \sqrt{N}} \quad (3.42)$$

où t est le temps d'interrogation, Δz la distance de séparation et g l'accélération à mesurer. Nous interrogeons notre capteur au maximum du temps de cohérence disponible pour un nuage thermique $t_c = \hbar/(\alpha kT)$, où $\alpha = \delta\omega/\omega_m \sim 0,035\%$ est le paramètre d'asymétrie du piège (cf chapitre 2), et est tracé sur la figure 3.13.d, d'où la sensibilité après une mesure :

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\alpha kT}{mg\Delta z \sqrt{N}} \quad (3.43)$$

Comme il est visible sur l'équation précédente, nous avons tout intérêt à utiliser un gaz le plus froid possible pour maximiser la sensibilité. Toutefois nous devons rester au-dessus de la température de condensation pour utiliser un gaz thermique comme décrit dans le chapitre 1. Pour obtenir un ordre de grandeur de la sensibilité nous considérons la température de condensation dans un piège harmonique tridimensionnel [Walraven, 2010] $kT_c = \hbar\bar{\omega}(N/\zeta(3))^{1/3}$ avec $\zeta(3) \simeq 1,202 \sim 1$. Les variables T et N de l'équation précédente sont donc liées. Nous pouvons donc exprimer l'équation précédente soit en fonction du nombre d'atomes, soit de la température. La sensibilité à une mesure est donc :

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\alpha \hbar \bar{\omega}}{mg\Delta z N^{1/6}} \quad \text{ou} \quad \frac{\delta g}{g} = \frac{\alpha(\hbar\bar{\omega})^{3/2}}{mg\Delta z \sqrt{kT_c}} \quad (3.44)$$

En considérant nos 1 000 atomes à 370 nK avec $\Delta z = 38 \mu\text{m}$ (cf figure 3.13.h), $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ainsi que la réalisation d'une mesure par seconde, nous trouvons $\delta g/g = 1 \cdot 10^{-6}/\sqrt{\text{Hz}}$, en supposant que le capteur a un bruit blanc, après une heure d'intégration nous avons $\delta g/g = 2 \cdot 10^{-8}$.

Pour savoir si notre configuration est réaliste du point de vue des conditions de suivi adiabatique pour l'état interne (équation (3.4)) et pour l'état externe (équations (E.14) et (E.15)), il faut s'assurer que le temps d'interrogation du capteur : $t_c = 60$ ms est supérieur aux temps minima pour la réalisation des dites conditions de suivi adiabatique. Commençons par les conditions pour l'état externe. Posons $\dot{z}_0 = \Delta z/(2\tau)$ et $\dot{\omega} = \Delta\omega/\tau$ où τ est la durée de la rampe adiabatique, avec Δz (respectivement $\Delta\omega$) le changement de position (respectivement de fréquence). Ces conditions peuvent se ré-écrire : $(\Delta z/2)\sqrt{N_{th}m/(\hbar\omega)} \ll \tau$ et $N_{th}\Delta\omega/\omega^2 \ll \tau$ avec $N_{th} = kT/(\hbar\omega) \simeq 10$ l'état de plus haute énergie significativement peuplé. La plus restrictive des conditions, pour l'état externe, donne $\tau \gg 6$ ms et cela est compatible avec la condition de suivi adiabatique de l'état interne (calculée sur la figure 3.13.k). Le temps de cohérence estimé pour cette configuration ($t_c \simeq 60$ ms) permet donc d'envisager une séparatrice adiabatique dans la direction axiale du piège (cf paragraphe 3.2.4). Si tel n'est pas le cas, nous pouvons envisager de trouver des rampes pour les paramètres expérimentaux permettant d'utiliser la procédure de raccourcis à l'adiabaticité décrite dans la section 2.3.

La simulation précédente est toutefois à nuancer, car elle ne prend pas en compte l'effet des transitions non-résonnantes tel que discuté dans le paragraphe 3.2.5. Pour contrer cet effet il est possible de dé-symétriser les puissances injectées dans les deux guides en maximisant le temps de cohérence observé sur les atomes. Même dans le cas où nous ne tenons pas compte de ce dernier effet, cette maximisation devra être faite au niveau des atomes car il est impossible de prédire avec précision les pertes expérimentales lors de l'acheminement des deux champs micro-onde jusqu'aux atomes par deux voies physiquement distinctes.

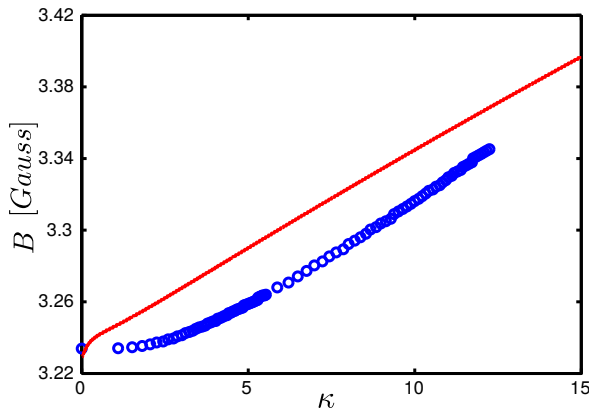


FIGURE 3.11 – Cercles bleus : évolution de la valeur du champ magnétique DC au fond des pièges habillés $|\mathbf{B}_{dc}(\mathbf{r}_0)|$ en [Gauss] en fonction du paramètre de couplage κ . Trait plein rouge : évolution de la valeur magique du champ magnétique DC en fonction du paramètre de couplage κ .

Le champ magnétique DC au fond des pièges habillés ne diffère que de 20 mG par rapport à la valeur qu'il devrait avoir pour minimiser les fluctuations de la transition atomique $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ (cf figure 3.11). Il est donc envisageable de rétro-agir légèrement sur les paramètres du piège DC : I_0 , I_1 , B_{0x} et B_{0y} pour se rapprocher du champ magique à tous les instants de la séparation.

Un dernier point reste à vérifier : l'erreur relative maximum sur les trois paramètres Δ_0 , $\Omega_{a,b}$ et ω_L (cf équations (3.11) et (3.12)) nécessaire pour assurer une erreur relative maximale de 10^{-6} sur la mesure. Cette erreur relative sur la mesure impose une stabilité de l'ordre de 10^{-6} sur les potentiels. En reprenant les équations (3.11) et (3.12), les fluctuations des paramètres

expérimentaux se traduisent en fluctuations du potentiel :

$$\frac{dV_{a,b}}{V_{a,b}} = c_{\Delta_0} \frac{d\Delta_0}{\Delta_0} + c_{\Omega_{a,b}} \frac{d\Omega_{a,b}}{\Omega_{a,b}} + c_{\omega_L} \frac{d\omega_L}{\omega_L} \quad (3.45)$$

avec :

$$c_{\Delta_0} = \left(1 - \frac{2\beta - 1}{f(\alpha, \beta)}\right) \frac{1}{1 + f(\alpha, \beta)} \quad c_{\Omega_{a,b}} = \frac{\alpha}{f(\alpha, \beta)} \frac{\alpha}{1 + f(\alpha, \beta)} \quad (3.46)$$

$$c_{\omega_L} = \frac{2(2\beta - 1)}{f(\alpha, \beta)} \frac{\beta}{1 + f(\alpha, \beta)} \quad f(\alpha, \beta) = \sqrt{\alpha^2 + (2\beta - 1)^2} \quad (3.47)$$

$$\alpha = \frac{\Omega_{a,b}}{\Delta_0} \quad \beta = \frac{\omega_L}{\Delta_0} \quad (3.48)$$

Pour la configuration décrite plus haut nous avons : $\Omega_{a,b}/(2\pi) \approx 500$ kHz, $\omega_L/(2\pi) \approx 2,27$ MHz, $\Delta_0/(2\pi) \approx (\Delta_{a,b} + 2\omega_L)/(2\pi) \approx 4,56$ MHz, soit une fois normalisé $\alpha \approx 0,110$ et $\beta \approx 0,498$. Nous aboutissons à $c_{\Delta_0} \approx 1$, $c_{\Omega_{a,b}} \approx 0,1$ et $c_{\omega_L} \approx 0,03$. Ainsi, en assurant au maximum les fluctuations suivantes : i) 10^{-6} sur Δ_0 soit environ 1 Hz sur les fréquences des deux champs micro-ondes, ii) 10^{-5} sur $\Omega_{a,b}$, soit la même chose sur l'amplitude des champs micro-ondes, et iii) 10^{-5} sur la fréquence de Larmor ω_L , soit le même ordre de grandeur sur le courant délivré par les alimentations DC, nous assurons une erreur relative de l'ordre de 10^{-6} sur les potentiels et donc du même ordre sur la mesure.

Citons qu'il est possible, moyennant une conception judicieuse non envisagée dans cette thèse, de diminuer l'effet des fluctuations de la puissance micro-onde sur la distance de séparation [Schwartz et Guerlin, 2013].

Dans le chapitre 2, nous avons montré que la phase de l'interféromètre contient un terme de la forme $kT\alpha t/\hbar$. Pour assurer une sensibilité aux accélérations de l'ordre de $\delta g = 10^{-5}$ m.s⁻², il faut que les fluctuations de phase dues à une fluctuation de température soient plus faibles que le changement de la phase due à un changement de l'accélération de δg . L'erreur sur la température du nuage atomique doit donc être inférieure à $(m\Delta z)/(k\alpha)\delta g = 10$ nK.

3.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, après un rappel de l'état de l'art des pièges à habillage micro-onde pour des atomes alcalins et une revue de l'expérience s'approchant le plus de notre proposition d'interféromètre [Böhi *et al.*, 2009], nous avons décrit comment réaliser deux pièges dépendant de l'état interne, permettant de réaliser l'interféromètre du chapitre 2. Cette proposition a fait l'objet d'une publication [Ammar *et al.*, 2015] qui est reproduite à la suite de ce chapitre.

Nous avons montré qu'avec *deux* fréquences micro-ondes, nous pouvons habiller indépendamment les *deux* états internes ($|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$) utilisés pour l'interféromètre. Après avoir dérivé, moyennant certaines approximations, les expressions analytiques pour les deux pièges habillés, nous avons montré qu'ils satisfont la condition de symétrie (dérivée

dans le chapitre 2) nécessaire pour obtenir un temps de cohérence suffisamment long dans le cas de l'utilisation d'une source atomique thermique. Ces expressions ont permis de définir quatre catégories de séparatrice, attractive ou répulsive vis-à-vis du champ micro-onde, et axiale ou transverse vis-à-vis de la fréquence, dans la direction de séparation, du piège magnétique DC commun aux deux états internes.

Après cela nous avons mis en lumière les effets pouvant dégrader cette symétrie des pièges. Ces effets sont : i) corrections à l'effet Zeeman linéaire, ii) présence d'autres niveaux atomiques que les quatre utilisés pour l'habillage, iii) second habillage de chacun des états internes par la fréquence non-résonnante.

L'étude de l'existence d'une valeur du champ magnétique DC permettant de minimiser les fluctuations de la fréquence de la transition atomique utilisée a montré qu'il était préférable d'utiliser des configurations de type répulsives. Nous avons donc choisi de réaliser une configuration répulsive où les guides d'ondes sont légèrement tournés par rapport aux fils du piège magnétique *dimple* pour aligner les axes propres du piège *dimple* avec l'axe des guides d'ondes. Comme nous l'avons vu, cette alignement est nécessaire si nous souhaitons réaliser une séparation suivant l'axe le plus confiné du piège.

Nous avons présenté une simulation de la configuration retenue, qui permet d'obtenir, en utilisant des transitions π , une distance de séparation de $38 \mu\text{m}$ et un temps de cohérence de 60 ms. Cela nous permet d'envisager une sensibilité relative, limitée par le bruit de projection quantique, de $1 \cdot 10^{-6} g/\sqrt{\text{Hz}}$. Une puce atomique avec cette configuration est actuellement en cours de réalisation.

Pour aller plus loin dans l'étude des potentiels, nous pourrions diagonaliser numériquement l'hamiltonien complet du système : atome à huit niveaux et deux champs micro-ondes couplant les cinq niveaux du haut avec les trois niveaux du bas, en prenant garde que dans les régions de très fort couplage, les fréquences de Rabi des champs micro-ondes sont de l'ordre de la fréquence de Larmor. Les simulations et les études présentées dans ce chapitre étant très prometteuses, nous avons décidé qu'il n'était pas nécessaire d'élaborer des modèles plus complexes pour prendre en compte des corrections des potentiels de l'ordre du 1 % avant de réaliser les premières expériences et de démontrer la cohérence de notre interféromètre. C'est pour cela que la suite de ce manuscrit est consacrée à la réalisation de l'expérience.

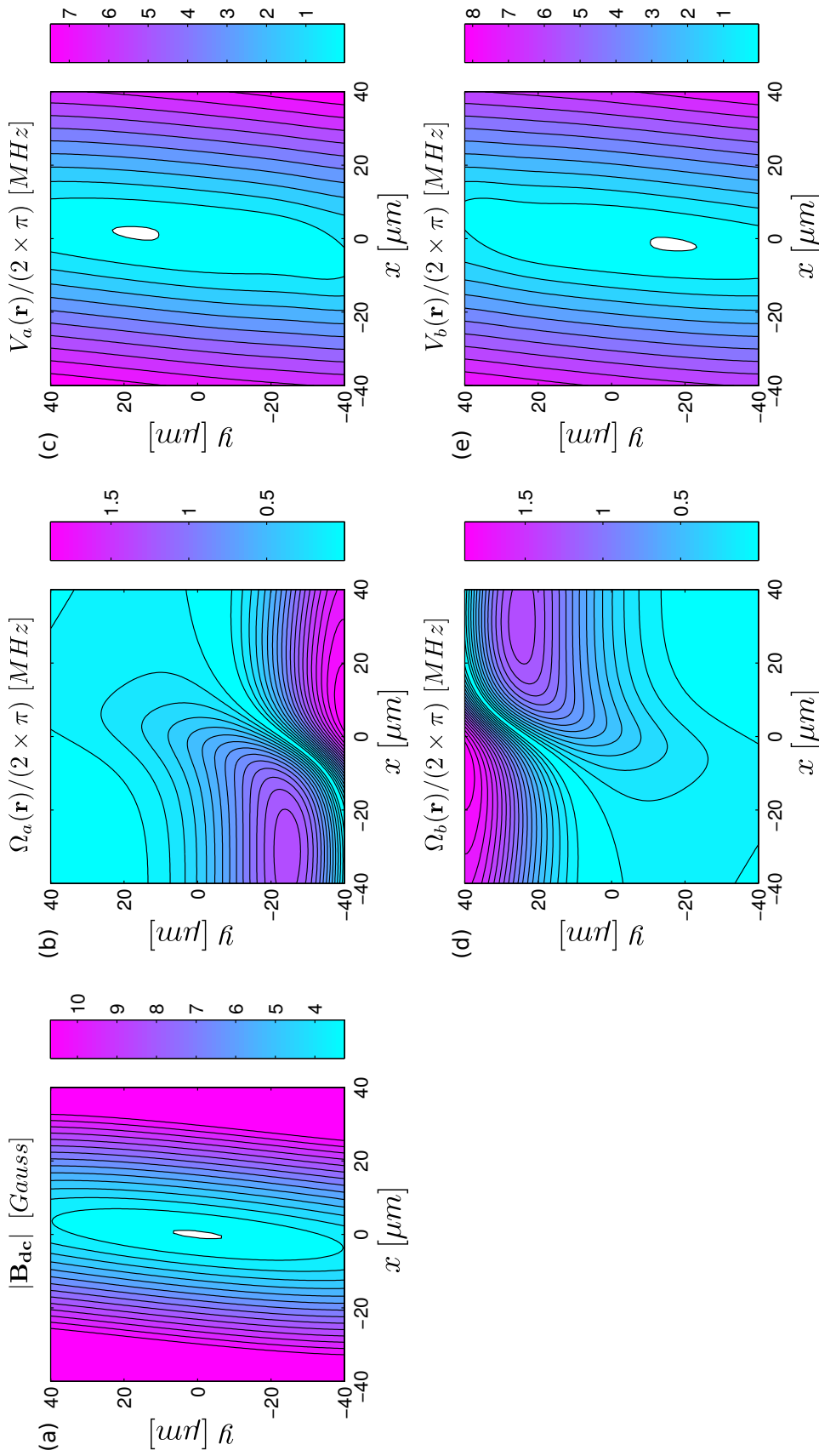


FIGURE 3.12 – Cas répulsif avec transition π . Simulation des deux pièges habillés pour une puissance micro-onde de 400 mW. Les courbes sont tracées dans le plan (x, y) à une altitude z_0 correspondant au minimum du piège. (a) module de la partie DC du champ magnétique $|B_{dc}(x, y, z_0)|$ [Gauss] c'est le piège en l'absence d'habillage micro-onde. (b) et (d) couplage micro-onde $\Omega_i(x, y, z_0)/(2 \times \pi)$ [MHz] dans le cas des transitions π . (c) et (e) pièges habillés $V_a(x, y, z_0)/(2 \times \pi)$ et $V_b(x, y, z_0)/(2 \times \pi)$ [MHz]. Nous avons tracé une configuration répulsive, ce qui implique que les minima des pièges habillés sont dans les régions de faible couplage. (a), (c) et (e) la première ligne de niveau (entourant la région blanche) correspond à une profondeur de piège de 1 μK .

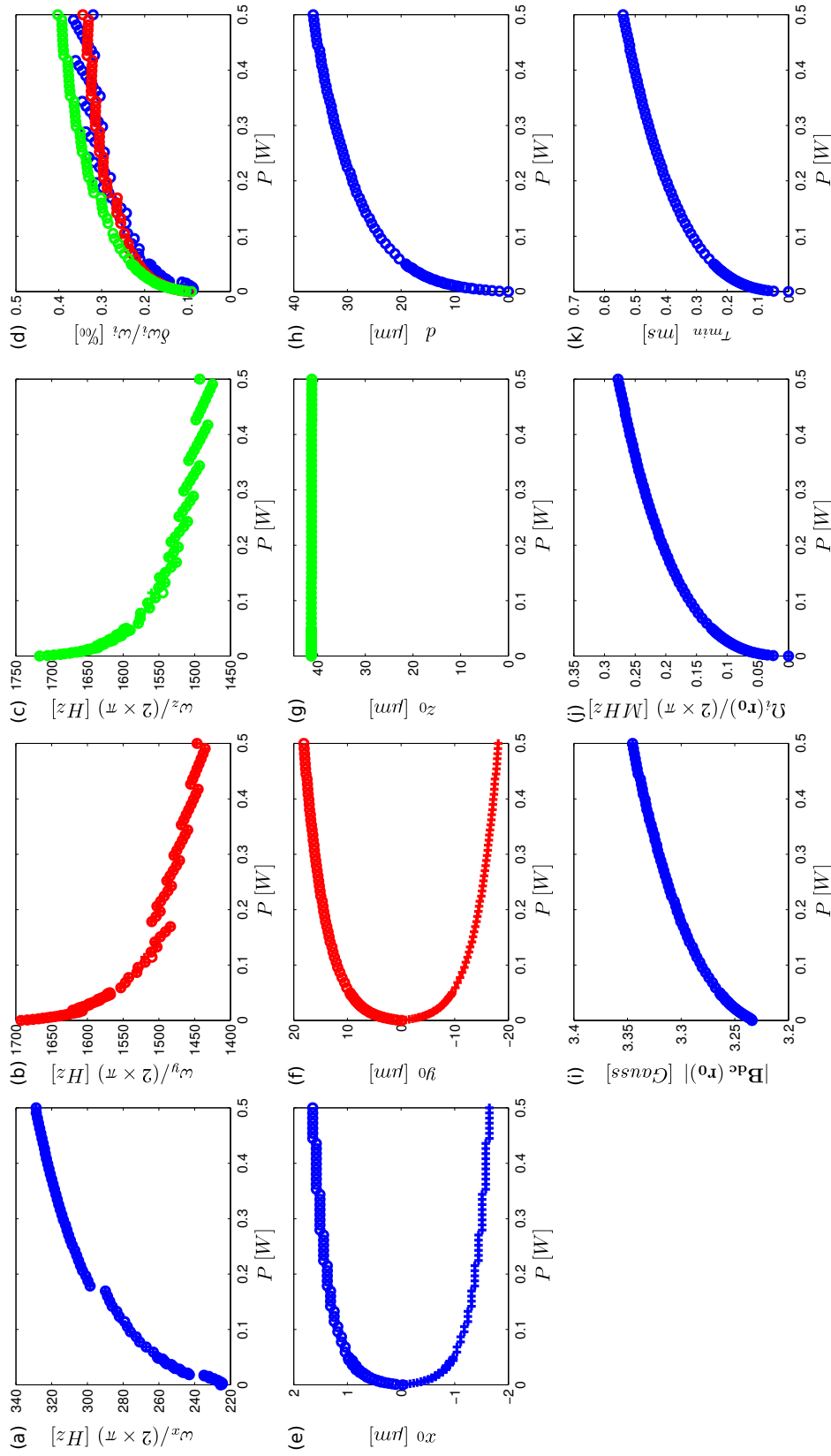


FIGURE 3.13 – Cas répulsif avec transition π . Evolution des paramètres des pièges lors de la séparation en fonction de la puissance micro-onde P [W] injectée dans les guides d'ondes. (a), (b) et (c) fréquences propres du piège [Hz]. (d) asymétrie entre les fréquences propres de V_a et V_b en pour-mille [%], les couleurs correspondent aux différentes fréquences propres des figures (a), (b) et (c). (e), (f) et (g) position [μm] des pièges V_a (cercles) et V_b (croix) suivant les trois coordonnées cartésiennes (attention l'altitude est référencée à partir du plan du substrat (cf figure 3.9)). (h) distance de séparation [μm] entre les deux minima des deux pièges. (i) champ magnétique $|\mathbf{B}_{dc}(\mathbf{r}_0)|$ [Gauss] à la position des minima de V_a et V_b . (j) fréquence de Rabi $\Omega_i(\mathbf{r}_0)/(2 \times \pi)$ [MHz] à la position des minima de V_a et V_b . (k) $\tau_{\min} = \Omega_i(\mathbf{r}_0)/\Delta_i^2$ [ms] durée minimale pour l'allumage du champ micro-onde permettant de réaliser un suivi adiabatique de l'état habillé.

Symmetric microwave potentials for interferometry with thermal atoms on a chip

M. Ammar,^{1,2} M. Dupont-Nivet,^{1,3} L. Huet,¹ J.-P. Pocholle,¹ P. Rosenbusch,⁴ I. Bouchoule,³ C. I. Westbrook,³ J. Estève,² J. Reichel,² C. Guerlin,² and S. Schwartz¹

¹Thales Research and Technology France, Campus Polytechnique, 1 av. Fresnel, 91767 Palaiseau, France

²Laboratoire Kastler-Brossel, ENS, CNRS, Université Pierre et Marie Curie-Paris 6, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France

³Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Campus Polytechnique, 2 av. Fresnel, 91127 Palaiseau, France

⁴LNE-SYRTE, Observatoire de Paris, UPMC, CNRS, 61 av de l'Observatoire, 75014 Paris, France

(Received 9 December 2014; revised manuscript received 2 April 2015; published 26 May 2015)

A trapped atom interferometer involving state-selective adiabatic potentials with two microwave frequencies on a chip is proposed. We show that this configuration provides a way to achieve a high degree of symmetry between the two arms of the interferometer, which is necessary for coherent splitting and recombination of thermal (i.e., noncondensed) atoms. The resulting interferometer holds promise to achieve high contrast and long coherence time, while avoiding the mean-field interaction issues of interferometers based on trapped Bose-Einstein condensates.

DOI: [10.1103/PhysRevA.91.053623](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.053623)

PACS number(s): 03.75.Dg, 37.10.Gh, 37.25.+k

I. INTRODUCTION

Atom interferometers [1] have proven very successful in precision measurements such as the determination of the fine structure constant [2,3], the determination of the Newtonian gravitational constant [4], and inertial sensing of gravity [5], gravity gradients [6], and rotation [7]. They also show great promise to perform general relativity tests [8], including the weak equivalence principle [9,10].

In parallel, atom chips [11–14] provide a robust and versatile tool to trap and manipulate ultracold atoms, and are now routinely used in a variety of setups, including free-falling experiments in a drop tower [15] and compact atomic clocks [16]. In this context, they are very promising candidates for next-generation compact atomic sensors, including on-board applications [17]. However, while a variety of integrated beam splitters and coherent manipulation techniques have been demonstrated [18–25], none of the chip-based atom interferometers developed so far has reached metrological performance.

One of the initial problems encountered by atom-chip interferometers, namely the difficulty to maintain stable trapping and a reasonable trap-surface distance during the coherent splitting process [18,26], has been overcome by the use of dressed state adiabatic potentials [19,27]. However, another issue remains unresolved: trapped-atom interferometers using Bose-Einstein condensates (BECs) are especially sensitive to atom-atom interactions which induce phase diffusion, limiting their coherence time [28–30] and putting a serious constraint on the achievable precision in the measurement of the relative phase between the two arms of the interferometer [19,24].

One possible way to reduce the interaction strength, which we investigate throughout this paper, is the use of a trapped but thermal (i.e., nondegenerate) atomic cloud whose density is sufficiently low that the effect of interactions is negligible. This choice is somewhat analogous to using incoherent light in an optical interferometer, as already pointed out in [31] for guided thermal atoms propagating through two combined Y-shaped beam splitters. As in a “white light interferometer”, the short coherence length of a thermal cloud (typically the thermal de Broglie wavelength [32]) requires that the interferometer be

kept sufficiently symmetric (in a sense that will be defined in Sec. II) in order to observe any interference.

With this aim in view, we propose a protocol for a symmetric atom interferometer suitable for thermal atoms, using internal state labeling and adiabatic dressed potentials based on the same principle as in [22]. In the work of Ref. [22], which involves BECs, only one of the two internal states is dressed, breaking the spatial symmetry of the interferometer because the microwave field renders the trapping frequencies different for the two interferometer paths. To restore the symmetry, we propose the use of *two* microwave frequencies on *two* separate planar waveguides, each one interacting (primarily) with one of the two internal states. Thus each interferometer path can be individually controlled and made nearly identical to the other.

This paper is organized as follows: we first describe the proposed interferometric sequence, which brings us to discuss and quantify the role of symmetry in terms of interferometer contrast; we then describe the basic principles of the proposed protocol, and show why it is well suited for achieving a symmetric configuration; we then compare attractive and repulsive microwave fields and show that the latter are much more favorable in this context; finally, taking into account how the atomic energy levels are affected by the presence of both static and microwave fields, we discuss the robustness of the design against external field fluctuations.

II. ROLE OF SYMMETRY IN THE INTERFEROMETER CONTRAST

To model a trapped atom interferometer, let us consider an ensemble of atoms with two internal states labeled $|a\rangle$ and $|b\rangle$. In the following we assume that $|a\rangle$ and $|b\rangle$ see two different time-dependent potentials V_a and V_b (a possible practical realization will be discussed in the next section). The evolution of such a system is ruled by the following Hamiltonian:

$$\hat{H} = \hat{p}^2/(2m) + V_a|a\rangle\langle a| + (V_b + \hbar\omega_{ab})|b\rangle\langle b|, \quad (1)$$

where \hat{p} is the momentum operator and $\hbar\omega_{ab}$ is the energy difference between $|a\rangle$ and $|b\rangle$ at the beginning of the interferometric sequence t_i , where $V_a(t_i) = V_b(t_i)$. The atoms

are supposed to be initially prepared in $|a\rangle$, at thermal equilibrium with temperature T in the trapping potential V_a . The temperature T is moreover assumed to be high enough that Boltzmann statistics applies (for bosons in a harmonic trap with a BEC transition temperature T_c , this means that T is at least on the order of a few T_c , so that the gas is only weakly degenerate [33]). The atomic cloud can thus be described by the density matrix $\hat{\rho}_{t_i} = \sum_n p_n |\psi_n(t_i)\rangle \langle \psi_n(t_i)|$, where $p_n = e^{-E_n^a(t_i)/(kT)}/Z$ are the Boltzmann factors, $Z = \sum_n e^{-E_n^a(t_i)/(kT)}$ is the partition function, $E_n^a(t)$ are the eigenenergies of $\hat{H}|a\rangle\langle a|$, $|\psi_n(t)\rangle = |n_a(t)\rangle|a\rangle$ are the associated eigenvectors, and t_i is the initial time of the interferometric sequence [we also introduce the similar notations $E_n^b(t)$ and $|n_b(t)\rangle|b\rangle$ for the eigenenergies and eigenvectors of $\hat{H}|b\rangle\langle b|$].

The atoms are then put into a coherent superposition of $|a\rangle$ and $|b\rangle$ with equal weight by applying a quasis resonant $\pi/2$ pulse, modeled by

$$|a\rangle \rightarrow \frac{|a\rangle - ie^{-i\phi}|b\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{and} \quad |b\rangle \rightarrow \frac{-ie^{i\phi}|a\rangle + |b\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2)$$

where $\phi = \phi_1$ is the phase of the electromagnetic field at the beginning of the $\pi/2$ pulse (for simplicity we have neglected the finite duration of the pulse). We also assume that $|a\rangle$ and $|b\rangle$ see identical trapping potentials before the beginning and after the end of the splitting process (for atoms trapped in dc magnetic fields this means that $|a\rangle$ and $|b\rangle$ have identical magnetic moments), resulting in $|n_a(t_i)\rangle = |n_b(t_i)\rangle$ and $|n_a(t_f)\rangle = |n_b(t_f)\rangle$. The density matrix after this first $\pi/2$ pulse then reads $\hat{\rho}_{t_i}^{(\pi/2)} = \sum_n p_n |\psi_n^{(\pi/2)}(t_i)\rangle \langle \psi_n^{(\pi/2)}(t_i)|$, with

$$|\psi_n^{(\pi/2)}(t_i)\rangle = \frac{|n_a(t_i)\rangle|a\rangle - ie^{-i\phi_1}|n_b(t_i)\rangle|b\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (3)$$

The two internal states are then split and recombined by the time-dependent potentials $V_a(\hat{z}, t)$ and $V_b(\hat{z}, t)$ between t_i and t_f [with $V_a(t_i) = V_b(t_i)$ and $V_a(t_f) = V_b(t_f)$]. To describe the evolution of the system during this period, we assume that the time variations of the potentials $V_a(\hat{z}, t)$ and $V_b(\hat{z}, t)$ are slow enough that the adiabatic approximation can be applied (we will come back to this hypothesis in the case of time-dependent harmonic potentials later on in this section). We also neglect the effects of collisions and assume in particular that the atomic ensemble does not have time to re-thermalize between t_i and t_f . Under these approximations, the density matrix at t_f becomes $\hat{\rho}_{t_f}^{(\pi/2)} = \sum_n p_n |\psi_n^{(\pi/2)}(t_f)\rangle \langle \psi_n^{(\pi/2)}(t_f)|$, with

$$|\psi_n^{(\pi/2)}(t_f)\rangle = \frac{e^{-i\phi_n^a}|n_a(t_f)\rangle|a\rangle - ie^{-i(\phi_n^b + \phi_1)}|n_b(t_f)\rangle|b\rangle}{\sqrt{2}},$$

where we have introduced the adiabatic phase factors $\phi_n^a = \int_{t_i}^{t_f} E_n^a(t)dt/\hbar + \gamma_n^a$ and $\phi_n^b = \int_{t_i}^{t_f} [E_n^b(t)/\hbar + \omega_{ab}]dt + \gamma_n^b$. In the latter expressions, $\gamma_n^{a,b}$ are the geometrical phase factors, or Berry phases [34]. In the following we make the additional hypothesis that the circuit in parameter space describing the changes in the potentials $V_a(\hat{z}, t)$ and $V_b(\hat{z}, t)$ retraces itself during the interferometer sequence, such that these geometrical phase factors vanish [34]. This is for example the case when the interferometric sequence has the additional temporal symmetry $V_{a,b}(\hat{z}, t_i + t) = V_{a,b}(\hat{z}, t_f - t)$ for all t

between t_i and t_f , which we shall assume in the rest of this paper.

To close the interferometer, another $\pi/2$ pulse must be applied, modeled by (2) with $\phi = \phi_2$ the phase of the electromagnetic field at the beginning of this second $\pi/2$ pulse. This results in a final density matrix $\hat{\rho}_f$, which can be used to compute the final population in $|a\rangle$ and $|b\rangle$, which are experimentally measurable by spectroscopy. For example, the population in $|a\rangle$ reads $p_a = \text{Tr}(\hat{\rho}_f|a\rangle\langle a|)$. All calculations done, this leads to

$$p_a = (1/2)\{1 - \text{Re}[A(t_f)]\}, \quad (4)$$

with $A(t_f) = \sum_n p_n \exp[i(\phi_n^b - \phi_n^a + \phi_1 - \phi_2)]$. At this stage it is useful to introduce the frequency $\omega_{\pi/2}$ of the electromagnetic field driving the $\pi/2$ pulses, and the detuning $\Delta_{\pi/2} = \omega_{\pi/2} - \omega_{ab}$. This leads to the following expression for $A(t_f)$:

$$A(t_f) = e^{-i\Delta_{\pi/2}(t_f - t_i)} \sum_n p_n \exp\left\{\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} [E_n^b(t) - E_n^a(t)]dt\right\}.$$

In Eq. (4) we identify the contrast as $C = |A|$ and the phase as $S = \arg(A)$ such that the measured signal reads $p_a = (1/2)[1 - C \cos(S)]$. In particular, the contrast can be written as

$$C = \left| \sum_n p_n \exp\left\{\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} [E_n^b(t) - E_n^a(t)]dt\right\} \right|. \quad (5)$$

As can be seen in Eq. (5), the contrast is equal to unity if the eigenvalues of $\hat{H}|a\rangle\langle a|$ and $\hat{H}|b\rangle\langle b|$ are the same, which corresponds to the ideal case of a perfectly symmetric atom interferometer. In such a case, $S = \Delta_{\pi/2}(t_f - t_i)$ in the absence of any additional phase shift between the two arms of the interferometer, corresponding to the classical Ramsey signal.

To gain more physical insight from this model in the asymmetric case, it is instructive to consider the situation where the two potentials correspond to harmonic (one-dimensional) traps. We write the trapping potentials as

$$V_{a,b}(x, t) = \frac{1}{2}m\omega_{a,b}^2(t)[x - x_{a,b}(t)]^2, \quad (6)$$

where m is the atomic mass and $\omega_{a,b}$ and $x_{a,b}$ are, respectively, the frequency and the position of the harmonic trap created by $V_{a,b}$. In a typical interferometer sequence, $x_b - x_a$ will increase from zero to the maximum splitting distance x_0 between t_i and $t_i + \tau$ (splitting period), then the two traps will be held separate during a time T_h (holding period) and then $x_b - x_a$ will decrease from x_0 to zero in a time τ (recombination period), with $t_f - t_i = T_h + 2\tau$. Ideally, according to Eq. (5), this should be done while maintaining $\omega_a = \omega_b$ throughout the whole interferometric sequence to ensure a contrast equal to unity. However, to model residual asymmetries, we shall assume that $\omega_b - \omega_a$ grows linearly from ω to $\omega + \delta\omega$ [with $|\delta\omega| \ll \omega \equiv (\omega_a + \omega_b)/2$] during the splitting period, then stays equal to $\delta\omega$ during the holding time T_h and eventually decreases from $\delta\omega$ to zero during recombination. Under these hypotheses, an analytic expression for the contrast can be derived from Eq. (5), which reads

$$C = \frac{1 - \lambda}{\sqrt{(1 - \lambda)^2 + 4\lambda \sin^2[\delta\omega(T_h + \tau)/2]}}, \quad (7)$$

with $\lambda = \exp[-\hbar\omega/(kT)]$. From the latter expression, it can be shown that the contrast depends on the duration of the interferometric sequence via the parameter $T_h + \tau$. In particular, it is reduced to 1/2 when $T_h + \tau = \sqrt{3}\hbar\omega/(kT|\delta\omega|)$, which puts a limit on the coherence time of the thermal atom interferometer. Neglecting numerical factors on the order of unity, the limit on the coherence time induced by asymmetry thus takes the following simple and intuitive form:

$$t_c \simeq \frac{\hbar\omega}{|\delta\omega|kT}. \quad (8)$$

Equation (8) is the main result of this section. It shows that t_c increases with the degree of symmetry (measured by $|\delta\omega|/\omega$) and decreases when temperature increases, as expected intuitively. As an example, we obtain $t_c \simeq 15$ ms for a temperature of 500 nK and a degree of symmetry on the order of $\omega/\delta\omega \simeq 10^3$. Furthermore, Eq. (5) can be used to quantitatively analyze other defects, for example anharmonic potentials.

It can be noticed in Eq. (7) that the contrast revives for integer values of $\delta\omega(T_h + \tau)/(2\pi)$. However, we expect these revivals not to appear in practice when other trapping directions and experimental sources of noise are taken into account.

Interestingly, assuming harmonic potentials throughout the interferometer sequence also provides a more intuitive expression for the adiabatic hypothesis on V_a and V_b made to derive the results of this section. More precisely, starting from (6), the adiabaticity condition for a given eigenstate $|n(t)\rangle$ of $\hat{H}|a\rangle|a\rangle$ or $\hat{H}|b\rangle|b\rangle$ reads

$$\left| \langle n | \frac{\partial}{\partial t} | m \rangle \right| \ll |m - n|\omega \quad \forall m \neq n, \quad (9)$$

where we have used the fact that $\omega_a \simeq \omega_b \simeq \omega$. For the potentials written in (6), the latter expression translates into the following more intuitive conditions:

$$n\dot{\omega} \ll \omega^2 \quad \text{and} \quad n \frac{\dot{x}_{a,b}}{\sqrt{\langle x^2 \rangle}} \ll \omega, \quad (10)$$

where $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ is the average size of the thermal cloud given by $\sqrt{kT/(m\omega^2)}$. It seems reasonable to impose that the latter conditions must be fulfilled for all values of n up to the highest significantly populated level N , given by $N \simeq kT/(\hbar\omega)$. This provides a global adiabaticity condition for the interferometer in the harmonic case.

The simple model presented in this section illustrates the importance of symmetry to maintain the coherence of the interferometer. As already discussed in the Introduction, this can be seen as an atomic equivalent of white light interferometry in optics, where the path length between the two arms of the interferometer has to be made smaller than the coherence length. This is the main motivation for introducing the protocol of Sec. III, which aims to achieve symmetrical state-dependent potentials using microwave dressing with two different frequencies on an atom chip.

III. PROPOSAL OF A SYMMETRIC CONFIGURATION

A. Basic principle of the protocol

We consider in the following the experimental situation in which the $|F = 1, m_F = -1\rangle$ and $|F = 2, m_F = 1\rangle$ hyperfin

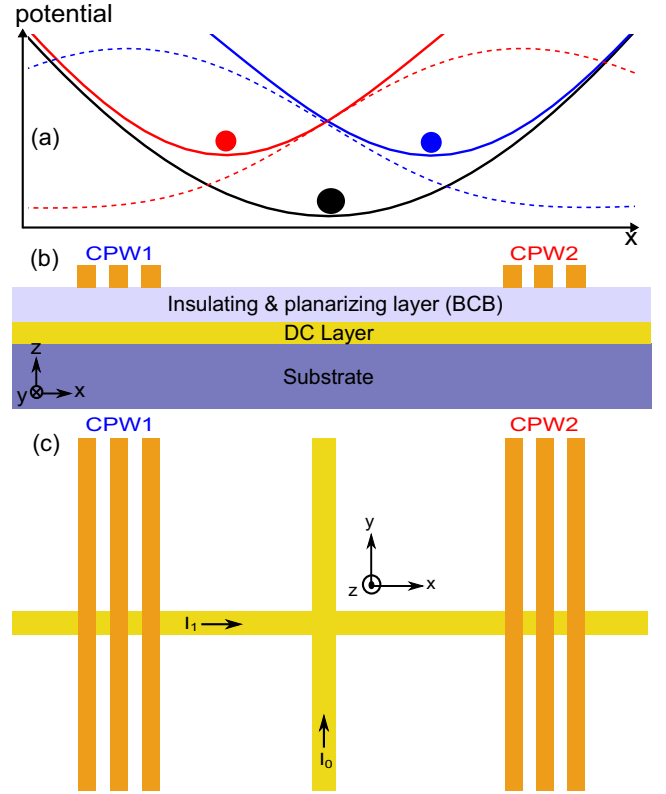


FIG. 1. (Color online) Basic principle of state-selective symmetrical splitting with two coplanar waveguides and two frequencies. (a) Typical shapes of the adiabatic potentials in the near field of the coplanar waveguides (CPWs), which is a symmetric version of the protocol demonstrated in [22] (see Fig. 3.c therein). The black line is the common initial trapping potential [$V_a(t_i)$]. The dashed curves represent (at least in the limit of large detunings) the potential barriers created by the microwave field near the coplanar waveguides. The solid red and blue curves represent the resulting potentials for $|a\rangle$ and $|b\rangle$ (V_a and V_b). (b) Cut of the atom chip showing the CPWs and the dc layer, separated by an insulating and planarizing material. (c) Top view of the atom chip. The central wires that carry the static currents I_0 and I_1 are used to create a static microtrap in the vicinity of the atom chip. The CPWs are deposited on both sides of the trap center, at equal distance from the central wire carrying I_0 .

levels of the $5^2S_{1/2}$ ground state of ^{87}Rb are used to implement the interferometric sequence described in the previous section (with $|F = 1, m_F = -1\rangle \equiv |a\rangle$ and $|F = 2, m_F = 1\rangle \equiv |b\rangle$). These two states have nearly identical magnetic moments, rendering their superposition robust against magnetic field fluctuation [35] and making the achievement of symmetric potentials easier, as will be described later on in this section. The $\pi/2$ pulses described in the previous section are produced by two-photon (microwave and radio-frequency) pulses, as demonstrated in [35]. Initially, the potential $V_a(t_i) = V_b(t_i)$ results from conventional dc magnetic trapping by the atom chip and external coils. Then, the interferometric sequence (splitting, holding, and recombination) is created by microwave dressing from two coplanar waveguides on the atom chip, as illustrated in Fig. 1(a). As already discussed in the Introduction, this protocol is a generalization of [22] with two

microwave frequencies on two separate coplanar waveguides (each one interacting mostly with one of the two states), with the goal of making the trapping potentials as symmetric as possible, as will be described in Sec. III C. The typical time sequence is as follows: the microwave field are ramped from zero up to their maximum power during the splitting phase, are kept constant during the holding phase, and are gradually ramped down to zero during the recombination phase. The changes in the microwave power has to be slow enough to fulfil the adiabatic conditions both on the external states (as discussed in the previous section) and on the internal states (as will be discussed in the following section).

B. Adiabatic dressed-state potentials

In the presence of a dc magnetic field combined with a microwave field close to the hyperfine splitting frequency, the three Zeeman sublevels of $|F = 1\rangle$ are coupled to the five Zeeman sublevels of $|F = 2\rangle$, leading to dressed eigenstates [36].

Let us first consider the dressing on one two-level transition, where a state $|F = 1, m_1\rangle \equiv |g\rangle$ is significantly coupled to only one state $|F = 2, m_2\rangle \equiv |e\rangle$ by a microwave field with frequency ω . The coupling strength is given by the Rabi frequency Ω , which is proportional to the amplitude of the microwave magnetic field and assumed to be much smaller than the Larmor frequency ω_L [i.e., the splitting with neighboring Zeeman sublevels, given by $\omega_L = \mu_B B / (2\hbar)$, B being the modulus of the dc magnetic field and μ_B the Bohr magneton] to ensure the validity of the two-level approximation. The energies of the resulting dressed states $|\pm\rangle$ are [37]

$$E_{\pm} = \frac{E_g + E_e}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2} + \text{const}, \quad (11)$$

where E_g (respectively E_e) is the energy of the uncoupled level $|g\rangle$ (respectively $|e\rangle$), $\Delta = \omega - (E_e - E_g)/\hbar$ is the detuning, and the constant term accounts for the energy of the microwave field [38].

In the absence of any coupling ($\Omega = 0$) the state $|g\rangle$ corresponds to the dressed state $|+\rangle$ or $|-\rangle$ depending on the detuning. As long as the coupling is varied adiabatically the atoms will remain in a single dressed state. The adiabatic condition reads [39]

$$|\dot{\Omega}\Delta| \ll (\Delta^2 + \Omega^2)^{3/2}. \quad (12)$$

Very importantly, condition (12) shall not be confused with the adiabatic condition used in the previous section to describe the dynamics of the interferometer: the latter was related to the changes in the trapping potentials V_a and V_b , while condition (12) is on the internal dynamics of the atoms. It results in the following adiabatic potential:

$$V_g = \frac{E_g + E_e}{2} + S_{\Delta} \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2} - \frac{\hbar\omega}{2}, \quad (13)$$

where S_{Δ} is the initial sign of Δ (which we assume to be constant over the spatial extent of the atomic cloud). Similarly, the adiabatic potential for atoms initially in the bare state $|e\rangle$ reads

$$V_e = \frac{E_g + E_e}{2} - S_{\Delta} \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2} + \frac{\hbar\omega}{2}. \quad (14)$$

In Eqs. (13) and (14), the average energy of the microwave field (in the sense of the semiclassical limit) has been removed, keeping only a $-\hbar\omega/2$ (respectively $+\hbar\omega/2$) term such that V_g (respectively V_e) coincides with E_g (respectively E_e) when Ω is initially set to zero.

C. Symmetric microwave dressing

We now consider the situation in which two microwave frequencies are used to shift the energies of two pairs of levels, in order to achieve a microwave-induced, state-dependent potential. These two frequencies are injected into two different coplanar waveguides (labeled CPW₁ and CPW₂) placed on either side of the dc magnetic trap center, as sketched in Figs. 1(b) and 1(c). One possible implementation to make the potentials symmetric, illustrated in Fig. 2, is to tune ω_1 such that it is mostly resonant with the transition between $|a\rangle$ and $|F = 2, m_F = -1\rangle \equiv |c\rangle$, while ω_2 is tuned to be mostly resonant with the transition between $|b\rangle$ and $|F = 1, m_F = 1\rangle \equiv |d\rangle$. These conditions can be rewritten as $|\omega_1 - (E_c - E_a)/\hbar| \ll \omega_L$ and $|\omega_2 - (E_d - E_b)/\hbar| \ll \omega_L$, where E_c (respectively E_d) is the energy of the bare state $|c\rangle$ (respectively $|d\rangle$), and ω_L is the Larmor frequency, defined in the previous section. If we furthermore assume that the amplitude of the microwave magnetic field is much smaller than B (which means that all the Rabi frequencies corresponding to couplings between Zeeman sublevels of $F = 1$ and $F = 2$ are much smaller than ω_L), then the two-level approximation can be used for the

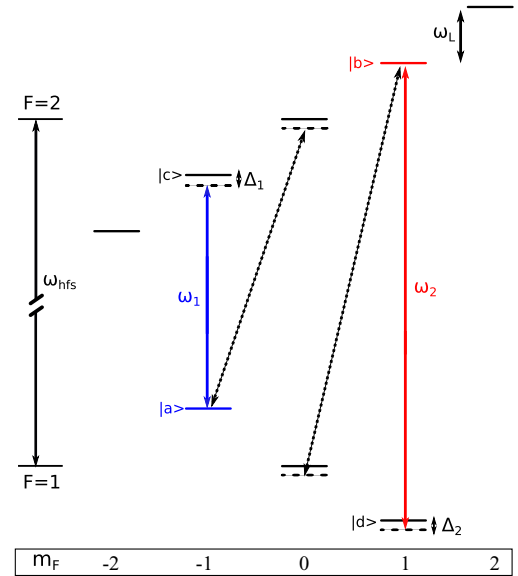


FIG. 2. (Color online) Energy levels of the $5^2S_{1/2}$ ground state of ^{87}Rb in the presence of a static magnetic field. To generate symmetrical state-dependent potentials, two microwave fields are used to couple the clock states $|a\rangle$ and $|b\rangle$ to two auxiliary states. Two combinations are possible by an appropriate choice of the microwave frequencies using either π (solid line) or σ transitions (dashed line). The π (respectively σ) transitions correspond to the case where the microwave and dc magnetic field are parallel (respectively orthogonal). Both configuration can be readily achieved for example using a regular dimple trap [38].

transitions $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ and $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$. Following Sec. III B, the adiabatic potential for the internal state initially in $|a\rangle$ then reads

$$V_a = \frac{E_a + E_c}{2} - \frac{\hbar\omega_1}{2} + S_{\Delta_1} \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_1^2 + \Delta_1^2}, \quad (15)$$

where $\Delta_1 = \omega_1 - (E_c - E_a)/\hbar$ and Ω_1 is the Rabi frequency associated with the transition $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ and the microwave field at frequency ω_1 . Similarly, the adiabatic potential for the internal state initially in $|b\rangle$ is

$$V_b = \frac{E_b + E_d}{2} + \frac{\hbar\omega_2}{2} - S_{\Delta_2} \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_2^2 + \Delta_2^2}, \quad (16)$$

where $\Delta_2 = \omega_2 - (E_d - E_b)/\hbar$ and Ω_2 is the Rabi frequency associated with the transition $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$ and the microwave field at frequency ω_2 . The matrix elements of the interaction Hamiltonian associated with the transitions $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ and $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$ are almost equal [38], which means that equivalent magnetic field will lead to identical Rabi frequencies.

The energy of the bare states $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$, and $|d\rangle$ can be approximated to the first order in B (neglecting the coupling between the nuclear angular momentum and the magnetic field by the usual linear Zeeman formula, namely $E_a = \hbar\omega_L$, $E_b = \hbar\omega_{\text{hfs}} + \hbar\omega_L$, $E_c = \hbar\omega_{\text{hfs}} - \hbar\omega_L$, and $E_d = -\hbar\omega_L$, where $\omega_{\text{hfs}} \simeq 2\pi \times 6.83$ GHz [40] is the zero-field hyperfine splitting (the common energy offset has been discarded). We furthermore impose that ω_1 and ω_2 be symmetrically tuned with respect to ω_{hfs} , a condition which can be written as $\omega_1 = \omega_{\text{hfs}} - \Delta_0$ and $\omega_2 = \omega_{\text{hfs}} + \Delta_0$. This implies in particular that the initial detunings Δ_1 and Δ_2 have equal absolute values and opposite signs (we denote by S the initial sign of $\Delta_1 = 2\omega_L - \Delta_0$). Equations (15) and (16) then read

$$V_a(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Delta_0}{2} + S \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_1^2(\mathbf{r}) + [2\omega_L(\mathbf{r}) - \Delta_0]^2} \quad (17)$$

and $V_b(\mathbf{r}) = \hbar\omega_{\text{hfs}} + \tilde{V}_b(\mathbf{r})$, with

$$\tilde{V}_b(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Delta_0}{2} + S \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_2^2(\mathbf{r}) + [2\omega_L(\mathbf{r}) - \Delta_0]^2}. \quad (18)$$

Let us now consider the spatial dependence of V_a and V_b along the x axis of Fig. 1 in the framework of a simplified one-dimensional model. The dc magnetic trap is assumed to be harmonic and centered around $x = 0$, such that $\omega_L(x) = \omega_L(-x)$. The two coplanar waveguides are assumed to be at the same distance on either side of the origin and fed with the same microwave power, such that $\Omega_1(x) = \Omega_2(-x)$ (recall that the interaction Hamiltonian has almost the same matrix elements for the two transitions). This leads to $V_a(x) = \tilde{V}_b(-x)$ which satisfies the desired symmetry condition. This is the main result of this section, showing that symmetry, in the sense defined in Sec. II, is in principle possible with this configuration. This result can be generalized to the case of a more realistic geometry for the dc trap in three dimensions. In this case, the potentials V_a and V_b are found to be symmetric in the sense that they form two traps with similar eigenenergies.

One possible limitation of symmetry in this configuration is the presence of other (far off-resonance) transitions, although their effect is expected to be reduced at least by a factor on the order of $|\Delta_1|/\omega_L \ll 1$ as compared to the main $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ and $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$ transitions, and can in principle be compensated by

adjusting the power and frequency of the microwave dressing fields

An alternative to the protocol described in this section is to use the σ_+ transitions $|a\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=0\rangle$ and $|b\rangle \leftrightarrow |F=1, m_F=0\rangle$ rather than $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ and $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$, as illustrated by the dashed arrows of Fig. 2. We will not consider this alternative in detail in the following, but most of the results described in this paper can be transposed to it.

IV. ATTRACTIVE VERSUS REPULSIVE MICROWAVE FIELDS

It can be seen in Eqs. (17) and (18) that when the initial sign S of the detuning Δ_1 is positive, both levels $|a\rangle$ and $|b\rangle$ will be blueshifted: a maximum in the Rabi frequency $\Omega_{1,2}$ will result, for a constant value of the detuning $\Delta_1 = 2\omega_L - \Delta_0$, in a maximum of the adiabatic potential $V_{a,b}$ [as pictured in Fig. 1(a)]. Consequently, the microwave field will be called “repulsive” in this case. In the opposite case ($S < 0$), the microwave field will be called “attractive.”

An important difference between repulsive and attractive microwave field is the fact that the trap depth is limited in the latter case. This can be understood by first noticing that the Larmor frequency ω_L is minimal at the dc trap center, and increases with the distance from the center. In the attractive case, the detuning $\Delta_1 = 2\omega_L - \Delta_0$ is initially negative at the trap center, so it will go to zero for the points \mathbf{r} in space corresponding to $\omega_L(\mathbf{r}) = \Delta_0/2$, giving rise to an avoided crossing. Beyond this point, the magnetic dependence of the adiabatic potentials $\partial V_{a,b}/\partial B$ changes sign, and the atoms beyond this limit are no longer trapped by the dc field. This puts a limitation on the typical temperature that can be used in the attractive case, typically $kT \ll \hbar\Delta_0$. Conversely, in the repulsive case, the detuning Δ_1 does not go to zero because it is initially positive at the trap center. The latter temperature constraint is thus relaxed.

A second reason to favor repulsive potentials arises from the fact that the atoms are trapped in a region of weaker microwave field than in the attractive case, reducing the mixing of the atomic levels, as discussed in the next section.

V. ROBUSTNESS TO MAGNETIC FIELD FLUCTUATIONS

In Sec. III C we have approximated the hyperfine energy levels of ^{87}Rb by the linear Zeeman formula, keeping only first order terms in $B \ll \hbar\omega_{\text{hfs}}/\mu_B$ and neglecting the coupling between the nuclear angular momentum and the magnetic field based on the fact that the electron spin g factor is typically 3 orders of magnitude bigger than the nuclear spin g factor. However, the latter is not negligible when superpositions of internal states are considered, because even a small difference in the magnetic dependence of the energy levels can strongly affect coherence in the presence of magnetic field noise. A remarkable situation occurs for the $|F=1, m_F=-1\rangle$ and $|F=2, m_F=1\rangle$ hyperfine levels of the $5^2S_{1/2}$ ground state of ^{87}Rb (labeled $|a\rangle$ and $|b\rangle$ in this paper), whose energy difference is independent of B to first order for a particular value $B_m \simeq 3.23$ G called the “sweet spot” [35,41], making their coherent superpositions particularly robust to magnetic field fluctuations. In this section we study the existence

conditions for this sweet spot and, when applicable, the changes in the value of B_m in the presence of microwave dressing.

To do this, we use the Breit-Rabi formula [40] for the hyperfin energy levels. Considering the fact that for most atomic physics experiments the magnetic field B is typically much smaller than $\hbar\omega_{\text{hfs}}/\mu_B \simeq 0.5$ T, the energy levels for $F = 1$ can be approximated up to the second order in $\mu_B B/(\hbar\omega_{\text{hfs}})$ by

$$E_{1,m_F} = \frac{m_F \mu_B B}{4} (5g_I - g_J) - \frac{\mu_B^2 \alpha (g_J - g_I)^2 B^2}{4\hbar\omega_{\text{hfs}}}, \quad (19)$$

where $\alpha = 1 - m_F^2/4$. Similarly, the energy levels for $F = 2$ read $E_{2,m_F} = \tilde{E}_{2,m_F} + \hbar\omega_{\text{hfs}}$, with

$$\tilde{E}_{2,m_F} = \frac{m_F \mu_B B}{4} (3g_I + g_J) + \frac{\mu_B^2 \alpha (g_J - g_I)^2 B^2}{4\hbar\omega_{\text{hfs}}}. \quad (20)$$

In these formulas $g_J \simeq 2.002$ and $g_I \simeq -9.95 \times 10^{-4}$ are, respectively, the electron and the nuclear spin g factors [40]. In the absence of microwave dressing, the usual sweet spot for $|a\rangle$ and $|b\rangle$ can be readily retrieved from Eqs. (19) and (20) as the value of the magnetic field B_m^0 minimizing the energy difference $E_{2,1} - E_{1,-1}$, namely

$$B_m^0 = \frac{-8g_I \hbar\omega_{\text{hfs}}}{3\mu_B (g_J - g_I)^2} \simeq 3.23 \text{ G}. \quad (21)$$

Let us now assume that we start from a situation with $B = B_m^0$ in the absence of microwave power, and that we then gradually ramp the Rabi frequencies $\Omega_1 = \Omega_2$ up to a maximum value Ω . The relevant energy levels (corresponding to the π transitions of Fig. 2) are then $E_a = E_{1,-1}$, $E_b = E_{2,1}$, $E_c = E_{2,-1}$, and $E_d = E_{1,1}$ (which include, as we have mentioned, the full Breit-Rabi formula [40]). It is convenient to specify the values of ω_1 and ω_2 via the initial detunings $\Delta_1^0 = \omega_1 - (E_c^0 - E_a^0)/\hbar$ and $\Delta_2^0 = \omega_2 - (E_b^0 - E_d^0)/\hbar$, where the notation X^0 refers to the value of X at $B = B_m^0$. The problem can then be described by the two dimensionless parameters δ and κ , defined by

$$\delta = \Delta_1^0/\omega_L^0 = -\Delta_2^0/\omega_L^0 \quad \text{and} \quad \kappa = \left| \frac{\Omega}{\Delta_1^0} \right|, \quad (22)$$

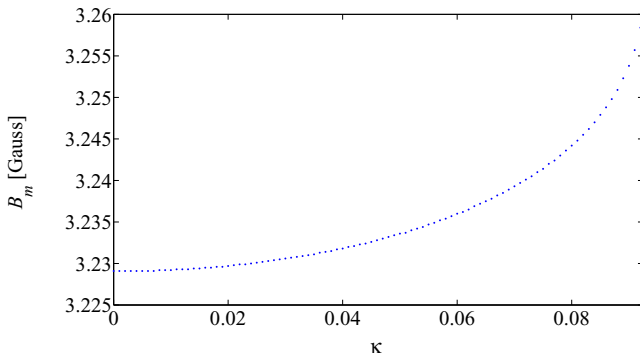


FIG. 3. (Color online) Numerically computed value of the sweet spot B_m [define as the minimum of $V_b(B) - V_a(B)$] as a function of κ , with $\delta = -0.1$. The sweet spot remains up to a critical value on the order of $\kappa_c \simeq 0.092$.

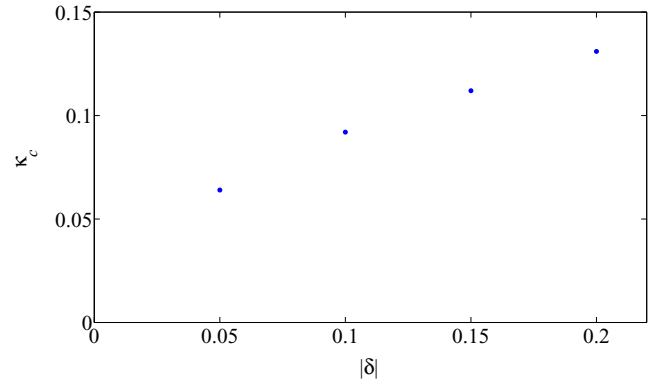


FIG. 4. (Color online) Numerically computed value of critical value κ_c (above which the sweet spot disappears) as a function of $|\delta|$, in the case $\delta < 0$.

where $\omega_L^0 = \mu_B B_m^0/(2\hbar)$. Physically, κ is linked to the degree of mixing in the dressed state picture [36]. The initial sign S of the detuning Δ_1 , as described in Secs. III C and IV, is equal in this case to the sign of δ . The microwave field will be repulsive for $\delta > 0$, and attractive in the opposite case. Equations (15) and (16) can be used to plot the energy difference $V_b - V_a$ as a function of B , for different values of δ and κ , and find the minimum when applicable.

In Fig. 3 we show the case of an attractive microwave field by setting $\delta = -0.1$. In this case we observe that the sweet spot value increases with κ , up to a critical value on the order of $\kappa_c \simeq 0.092$, where the minimum disappears. The value of κ_c is observed to be a growing function of $|\delta|$, as illustrated in Fig. 4. This will result, in the attractive case, in a trade-off between the maximum Rabi frequency that can be used and the minimum detuning of the microwave frequency.

Let us now consider the opposite situation of a repulsive microwave field by setting $\delta = 0.1$. In this case, a minimum of $V_b - V_a$ is found even for values of κ much larger than unity, which is illustrated in Fig. 5 for $0 \leq \kappa \leq 1$. The situation remains the same for arbitrarily small values of $\delta > 0$, which shows that the repulsive case is much more favorable than the attractive case, because it allows the Rabi frequency and the detuning to be chosen independently without compromising the existence of a sweet spot.

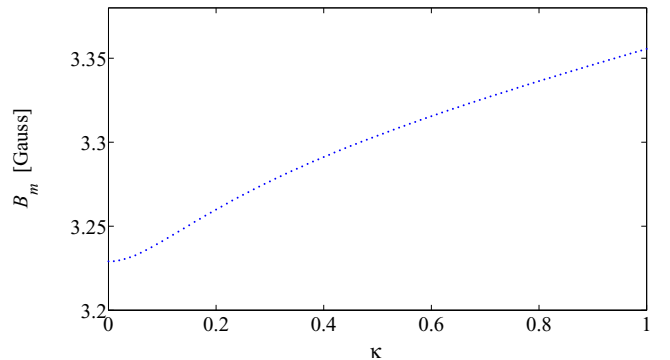


FIG. 5. (Color online) Numerically computed value of the sweet spot B_m as a function of κ , with $\delta = 0.1$.

VI. CONCLUSION

In conclusion, we have analyzed an experimental protocol for a symmetrical atom interferometer, based on the use of microwave dressing with two independent coplanar waveguide carrying different frequencies on an atom chip. We have pointed out the importance of symmetry for the contrast decay of a thermal atom interferometer in the framework of a simple model, and derived an analytical formula for the coherence time in the harmonic case. This study shows that it is preferable to use a repulsive (rather than attractive) microwave field (i.e., $\delta > 0$ with the notations used in this paper), because it avoids the problem of trap opening discussed in Sec. IV, reduces the degree of mixing κ by confining the atoms in a region of weaker microwave fields and ensures the existence of a sweet spot to reduce the sensitivity to magnetic field fluctuation even for strong microwave dressing fields.

A significant asset of this two-frequency protocol is that it provides independent control over the potentials seen by the two states. This feature gives additional degrees of freedom to counteract the residual dissymmetry, due for example to the

effect of far off-resonance transitions that we have neglected in this paper.

Interferometry between internal states of thermal atoms on a chip has been shown to hold great promise for realizing compact cold atom clocks [42]. If experimentally successful, an atom chip interferometer with trapped thermal atoms could be an important step towards the achievement of a new class of compact integrated inertial sensors.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank A. Sinatra and I. Carusotto for useful discussions at the beginning of the project. This work has been carried out within the CATS project ANR-09-NANO-039 funded by the French National Research Agency (ANR) in the frame of its 2009 program in Nano-science, Nanotechnologies, and Nanosystems (P3N2009) and within the OnACIS project ANR-13-ASTR-0031 funded by the French National Research Agency (ANR) in the frame of its 2013 Astrid program.

-
- [1] A. D. Cronin, J. Schmiedmayer, and D. E. Pritchard, Optics and interferometry with atoms and molecules, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1051 (2009).
 - [2] A. Wicht, J. M. Hensley, E. Sarajlic, and S. Chu, A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry, *Phys. Scr.* **2002**, 82 (2002).
 - [3] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, New determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 080801 (2011).
 - [4] G. Lamporesi, A. Bertoldi, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, Determination of the Newtonian gravitational constant using atom interferometry, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 050801 (2008).
 - [5] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, High-precision gravity measurements using atom interferometry, *Metrologia* **38**, 25 (2001).
 - [6] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).
 - [7] T. L. Gustavson, A. Landragin, and M. A. Kasevich, Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope, *Class. Quantum Gravity* **17**, 2385 (2000).
 - [8] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, General relativistic effects in atom interferometry, *Phys. Rev. D* **78**, 042003 (2008).
 - [9] A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, Simultaneous dual-species matter-wave accelerometer, *Phys. Rev. A* **88**, 043615 (2013).
 - [10] G. M. Tino, F. Sorrentino, D. Aguilera, B. Battelier, A. Bertoldi, Q. Bodart, K. Bongs, P. Bouyer, C. Braxmaier, L. Cacciapuoti, N. Gaaloul, N. Grlebeck, M. Hauth, S. Herrmann, M. Krutzik, A. Kubelka, A. Landragin, A. Milke, A. Peters, E. M. Rasel, E. Rocco, C. Schubert, T. Schuldt, K. Sengstock, and A. Wicht, Precision gravity tests with atom interferometry in space, *Nucl. Phys. B* **243-244**, 203 (2013).
 - [11] J. Reichel, W. Hänsel, and T. W. Hänsch, Atomic micromanipulation with magnetic surface traps, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398 (1999).
 - [12] R. Folman, P. Krüger, D. Cassettari, B. Hessmo, T. Maier, and J. Schmiedmayer, Controlling cold atoms using nanofabricated surfaces: Atom chips, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4749 (2000).
 - [13] J. Fortágh and C. Zimmermann, Magnetic microtraps for ultracold atoms, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 235 (2007).
 - [14] J. Reichel and V. Vuletić (eds.), *Atom Chips* (John Wiley and Sons, New York, 2010).
 - [15] T. van Zoest, N. Gaaloul, Y. Singh, H. Ahlers, W. Herr, S. T. Seidel, W. Ertmer, E. Rasel, M. Eckart, E. Kajari *et al.*, Bose-Einstein condensation in microgravity, *Science* **328**, 1540 (2010).
 - [16] W. Maineult, C. Deutsch, K. Gibble, J. Reichel, and P. Rosenbusch, Spin waves and collisional frequency shifts of a trapped-atom clock, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 020407 (2012).
 - [17] A. Zatezalo, V. Vuletić, P. Baker, and T. C. Poling, Bose-Einstein Interferometry and Its Applications to Precision Undersea Navigation, in *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION* (IEEE, New York, 2008), pp. 940–950.
 - [18] Y. Shin, C. Sanner, G.-B. Jo, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore, and M. Prentiss, Interference of Bose-Einstein condensates split with an atom chip, *Phys. Rev. A* **72**, 021604 (2005).
 - [19] T. Schumm, S. Hofferberth, L. Mauritz Andersson, S. Wildermuth, S. Groth, I. Bar-Joseph, J. Schmiedmayer, and P. Krüger, Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip, *Nat. Phys.* **1**, 57 (2005).
 - [20] P. Treutlein, T. W. Hänsch, J. Reichel, A. Negretti, M. A. Cirone, and T. Calarco, Microwave potentials and optimal control for robust quantum gates on an atom chip, *Phys. Rev. A* **74**, 022312 (2006).
 - [21] G.-B. Jo, Y. Shin, S. Will, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore, and M. Prentiss, Long phase

- coherence time and number squeezing of two Bose-Einstein condensates on an atom chip, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 030407 (2007).
- [22] P. Böhi, M. F. Riedel, J. Hoffrogge, J. Reichel, T. W. Hänsch, and P. Treutlein, Coherent manipulation of Bose-Einstein condensates with state-dependent microwave potentials on an atom chip, *Nat. Phys.* **5**, 592 (2009).
- [23] K. Maussang, G. E. Marti, T. Schneider, P. Treutlein, Y. Li, A. Sinatra, R. Long, J. Estève, and J. Reichel, Enhanced and reduced atom number fluctuations in a BEC splitter, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 080403 (2010).
- [24] F. Baumgärtner, R. J. Sewell, S. Eriksson, I. Llorente-Garcia, J. Dingjan, J. P. Cotter, and E. A. Hinds, Measuring energy differences by BEC interferometry on a chip, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 243003 (2010).
- [25] T. Berrada, S. van Frank, R. Bücker, T. Schumm, J.-F. Schaff, and J. Schmiedmayer, Integrated Mach-Zehnder interferometer for Bose-Einstein condensates, *Nat. Commun.* **4**, 2077 (2013).
- [26] T. J. Davis, 2d magnetic traps for ultra-cold atoms: A simple theory using complex numbers, *Eur. Phys. J. D.* **18**, 27 (2002).
- [27] O. Zobay and B. M. Garraway, Two-dimensional atom trapping in field-induced adiabatic potentials, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1195 (2001).
- [28] M. Lewenstein and L. You, Quantum phase diffusion of a Bose-Einstein condensate, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3489 (1996).
- [29] J. Javanainen and M. Wilkens, Phase and phase diffusion of a split Bose-Einstein condensate, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4675 (1997).
- [30] J. Grond, U. Hohenester, I. Mazets, and J. Schmiedmayer, Atom interferometry with trapped Bose-Einstein condensates: Impact of atom-atom interactions, *New J. Phys.* **12**, 065036 (2010).
- [31] E. Andersson, T. Calarco, R. Folman, M. Andersson, B. Hessmo, and J. Schmiedmayer, Multimode interferometer for guided matter waves, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 100401 (2002).
- [32] C. Cohen-Tannoudji and D. Guéry-Odelin, *Advances in Atomic Physics* (World Scientific Singapore, 2011).
- [33] C. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002).
- [34] M. V. Berry, Quantal phase factors accompanying adiabatic changes, *Proc. R. Soc. London Ser. A* **392**, 45 (1984).
- [35] D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk, and E. A. Cornell, Effect of cold collisions on spin coherence and resonance shifts in a magnetically trapped ultracold gas, *Phys. Rev. A* **66**, 053616 (2002).
- [36] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: The dipole force revisited, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1707 (1985).
- [37] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Processus d'interaction Entre Photons et Atomes* (InterEditions/Éditions du CNRS, Paris, 1992).
- [38] P. Treutlein, Coherent manipulation of ultracold atoms on atom chips, Ph.D. thesis, Ludwig Maximilians Universität München, 2008.
- [39] T. Schumm, Bose-Einstein condensates in magnetic double well potentials, Ph.D. thesis, Université Paris 11, 2005.
- [40] D. A. Steck, Rubidium 87 *d* line data, 2003, <http://steck.us/alkalidata>.
- [41] P. Treutlein, P. Hommelhoff, T. Steinmetz, T. W. Hänsch, and J. Reichel, Coherence in microchip traps, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 203005 (2004).
- [42] C. Deutsch, F. Ramirez-Martinez, C. Lacroûte, F. Reinhard, T. Schneider, J.-N. Fuchs, F. Piéchon, F. Laloë, J. Reichel, and P. Rosenbusch, Spin self-rephasing and very long coherence times in a trapped atomic ensemble, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 020401 (2010).

Un premier dispositif expérimental

Dans ce chapitre nous décrivons le premier dispositif expérimental monté dans les locaux de Thales Research and Technology. Le montage de cette expérience a commencé en 2009. Quand j'ai rejoint le projet en 2012, nous avions seulement un piège magnéto-optique. Je décrirai le montage expérimental (d'autres informations sont également disponibles dans la thèse de Landry Huet [Huet, 2013]), ainsi que l'optimisation de l'expérience nous ayant permis d'aboutir à la condensation de Bose-Einstein. Le dispositif utilisé est basé sur une enceinte à vide commerciale produite par la société ColdQuanta, et est donc très similaire aux expériences sur puce menées au JILA à Boulder telles que décrites dans les références [Du *et al.*, 2004, Du, 2005, Squires, 2008, Salim, 2011, Salim *et al.*, 2011, Salim *et al.*, 2013].

Je suppose que le lecteur connaît la majorité des techniques expérimentales nécessaires à la réalisation d'un condensat de Bose-Einstein d'atomes alcalins dans un piège magnéto-optique. Deux articles de revue sur le sujet peuvent être consultés pour plus de détails [Lewandowski *et al.*, 2003, Ketterle *et al.*, 1999]. Les explications physiques des phénomènes en jeu lors de ces processus de refroidissement peuvent être trouvées dans le cours de Jean Dalibard donné au collège de France en 2015 [Dalibard, 2015] ainsi que dans les ouvrages [Cohen-Tannoudji, 2009, Metcalf et Van der Straten, 2012].

Dans une première partie, nous décrivons le montage expérimental : la source laser, l'enceinte à vide, la génération des champs magnétiques et le système de contrôle. La suite décrit l'optimisation du refroidissement, les parties deux et trois décrivant respectivement les côtés lumineux et obscur du refroidissement.

4.1 Description du dispositif expérimental

Avant de décrire l'optimisation de l'expérience amenant à la condensation de Bose-Einstein, nous décrivons l'ensemble du dispositif. Ce dispositif peut être divisé en quatre parties. La pre-

mière est la source laser permettant de générer les faisceaux nécessaires au refroidissement, au pompage optique et à la détection. La seconde est la chambre d'expérience comprenant l'enceinte à vide, la puce atomique, les bobines de champ magnétique, l'arrivée des faisceaux lasers et les différentes antennes radio-fréquence pour la manipulation des atomes. La troisième partie est le système de détection par absorption. La dernière est l'électronique de contrôle et les sources de courant DC, radio-fréquence et micro-onde.

4.1.1 La source laser

La source laser permet à partir de deux lasers à 780 nm, une diode¹ (dénommée DL) et une diode amplifiée² (dénommé TA), de créer les faisceaux suivants : repompeur, refroidisseur, pompage 11, pompage 22 et détection. Les deux lasers sont asservis par absorption saturée (pour s'affranchir de l'élargissement Doppler [Preston *et al.*, 1996]) sur une raie d'une vapeur de rubidium 87, vapeur qui se trouve dans les modules Cosy³ TA et Cosy DL sur la figure 4.1. La largeur du spectre laser ainsi obtenue est typiquement de l'ordre de quelques centaines de kilohertz⁴. Dans la suite nous décrivons sommairement les deux lasers ainsi que les paramètres des différents faisceaux.

DL : La DL est une diode laser à cavité externe qui fournit environ 100 mW de puissance en sortie. Elle est asservie sur la transition⁵ $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, CO(1, 2)\rangle$ (figure 4.3) où $CO(1, 2)$ est le *cross-over* entre $|5^2P_{3/2}, F' = 1\rangle$ et $|5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$.

TA : Le TA est aussi une diode à cavité externe mais, en plus, elle est amplifiée et fournit environ 1 W de puissance en sortie. Le TA est asservi sur la transition $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, CO(2, 3)\rangle$ (figure 4.3) où $CO(2, 3)$ est le *cross-over* entre $|5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$ et $|5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Avant d'être envoyé dans le module d'absorption saturée, le faisceau est décalé vers le bleu, de deux fois la fréquence acoustique : $f = (166,65 - \delta/2)$ MHz (δ est le désaccord entre le laser et la transition atomique de refroidissement⁶). Ce décalage est réalisé par l'AOM4, voir la figure 4.1. Nous notons AOM pour l'abréviation anglaise de modulateur acousto-optique. La fréquence émise par le TA est finalement de $2f + f_0$, où f_0 est la fréquence de la transition $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, CO(2, 3)\rangle$.

Le refroidisseur : Comme son nom l'indique ce faisceau, issu du laser TA, sert à refroidir les atomes. Il est décalé vers le rouge (d'une quantité δ) par rapport à la transition $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Pendant l'expérience, nous devons être capables de faire varier sa fréquence sur une plage d'environ 60 MHz en l'espace d'une milliseconde tout en gardant une puissance

1. Toptica DL100 *grating stabilized tunable single-mode diode laser*

2. Toptica TA100 *amplified tunable single-mode laser system*

3. C'est le module Cosy - *Doppler free spectroscopy* de Toptica utilisé en combinaison avec le DigiLock 110 de Toptica.

4. Spécification constructeur à 5 μ s de temps d'intégration. De plus, nous avons mesuré la variance d'Allan du signal d'erreur de l'asservissement du laser. Nous en avons déduit, qu'après 10 ms d'intégration, la fréquence relative du laser est stable à 10^{-10} .

5. Nous avons noté le *cross-over* sous la forme d'un ket. Il s'agit d'un abus de langage, ce n'est pas un niveau d'énergie.

6. En pratique δ est compris entre Γ et 13Γ , où $\Gamma = 6$ MHz est la largeur naturelle de la transition.

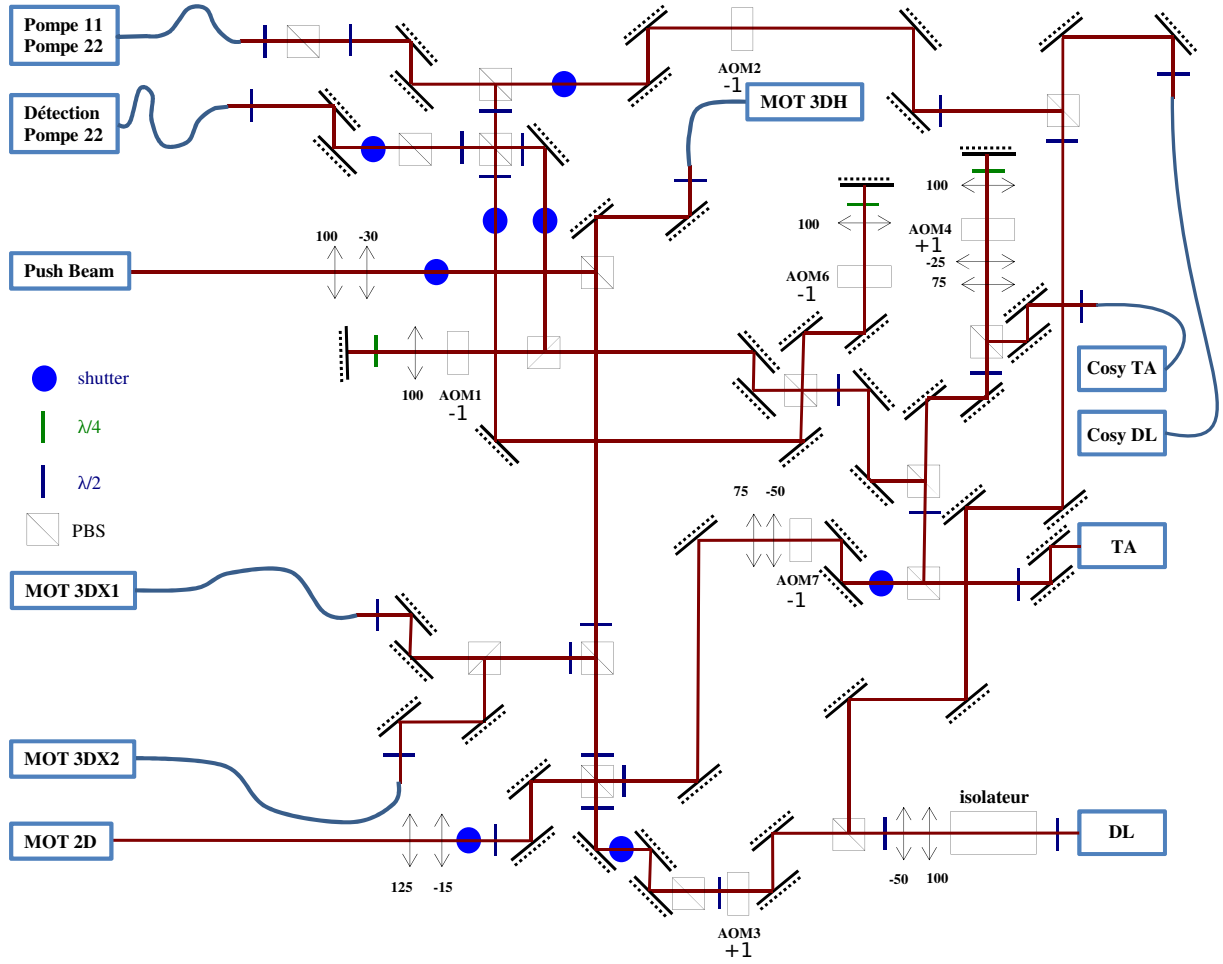


FIGURE 4.1 – Schéma complet du système laser de génération des faisceaux repompeur, refroidisseur, de détection, de pompage 22 et de pompage 11. Les diaphragmes, au niveau des AOMs, sont omis pour plus de clarté. Les focales sont en millimètre. L'ordre de diffraction des AOMs est indiqué sur la figure.

relativement constante. Le décalage en fréquence est donc réalisé par deux AOMs. L'AOM7 travaille à une fréquence fixe (200 MHz) pendant toute la durée de l'expérience. La partie variable, δ , est directement changée sur l'AOM4 (celui de l'asservissement du laser TA). Ainsi, nous changeons directement la fréquence d'émission du laser TA ce qui permet de garder la puissance constante lors du décalage en fréquence. L'AOM7 sert d'interrupteur rapide pour le faisceau refroidisseur. Le faisceau refroidisseur est injecté sur les voies suivantes : MOT 2D, *push beam*, MOT 3DH, MOT 3DX1 et MOT 3DX2 (figure 4.1).

Le repompeur : Les atomes étant refroidis sur la transition $F = 2 \leftrightarrow F' = 3$, lors d'un cycle de refroidissement, la probabilité d'une excitation non-résonante vers $F' = 2$ est non nulle. L'atome peut alors se désexciter vers $F = 1$ au lieu de $F = 2$ et rester ensuite dans ce niveau. Si rien n'est fait, tous les atomes sont perdus avant d'être refroidis. Pour y remédier nous utilisons un faisceau, dit repompeur, qui pompe les atomes du niveau $F = 1$ vers $F' = 2$. Ce faisceau est issu du laser DL, et sa fréquence est réglée à résonance avec la transition $F = 1 \leftrightarrow F' = 2$ par l'AOM3 (78,5 MHz). Le faisceau repompeur est injecté sur les mêmes voies que le refroidisseur.

La pompe 22 : Elle permet de pomper optiquement les atomes vers l'état $|5^2S_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle$. C'est l'état utilisé pour les phases de piégeage magnétique juste après la mélasse optique. La fréquence de la pompe 22 est réglée sur la transition $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, F'=2\rangle$ par l'AOM6 (218 MHz ajustable) monté en double passage [Donley *et al.*, 2005, McCarron, 2007].

La pompe 11 : Elle permet de pomper optiquement les atomes vers l'état $|5^2S_{1/2}, F=1, m_F=-1\rangle$ qui est un autre état dans lequel les atomes peuvent être piégés magnétiquement. Pour créer ce faisceau une partie du faisceau, directement issu de la DL, est récupérée. L'AOM2 étant en simple passage, la fréquence (78,5 MHz) de ce faisceau est réglée une fois pour toute et ne change pas au cours de l'expérience. En pratique, ce faisceau n'est pas utilisé dans la suite de nos expériences. Pour préparer les atomes dans le niveau $|5^2S_{1/2}, F=1, m_F=-1\rangle$, nous préférons utiliser un protocole de type *stimulated Raman adiabatic passage*, ou STIRAP, à un protocole de pompage optique. Les raisons sont expliquées dans le chapitre 5 sur le STIRAP.

La détection : Le faisceau de détection permet d'imager les atomes par absorption. Il est réglé à résonance sur la transition $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, F'=3\rangle$ par l'AOM1 (92,5 MHz ajustable). Cet AOM est en double passage et sur une plage de fréquence de ± 10 MHz le faisceau reste couplé dans la fibre de détection sans variation de puissance. Cela permet de toujours avoir une détection résonnante pour maximiser le signal d'absorption quand nous changeons le champ magnétique présent au moment de la détection. Un générateur d'impulsion commande la chaîne de fréquence de cet AOM, ce qui permet de générer des impulsions de détection très courtes. Typiquement, une impulsion de 35 μ s est utilisée.

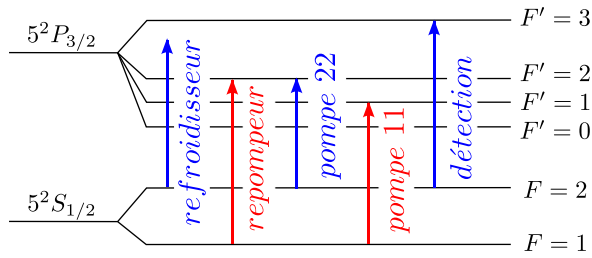


FIGURE 4.2 – Fréquences des cinq faisceaux laser de l'expérience, les faisceaux en bleu sont issus du laser TA, les faisceaux en rouge sont issus du laser DL.

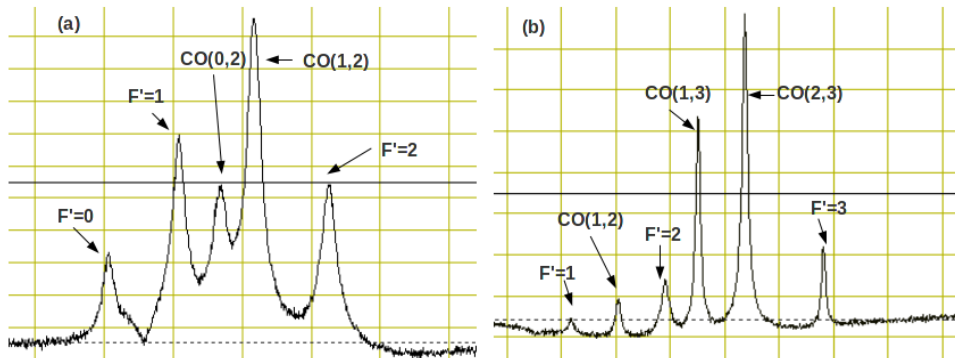


FIGURE 4.3 – (a) laser DL, absorption saturée des transitions du ^{87}Rb partant du niveau $|5^2S_{1/2}, F=1\rangle$, le cross-over entre $F'=0$ et $F'=1$ n'est pas visible. (b) laser TA, absorption saturée des transitions du ^{87}Rb partant du niveau $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle$.

Les faisceaux pompe 22, pompe 11 et détection sont couplés dans deux fibres (figure 4.1). Dans l'une, nous injectons une partie de la pompe 22 et tout le faisceau de détection. Dans l'autre, nous injectons la partie restante de la pompe 22 ainsi que tout le faisceau pompe 11.

Tous les faisceaux peuvent être obturés de deux manières différentes et complémentaires, soit avec un AOM, ce qui permet de faire un interrupteur rapide (environ $1 \mu s$), soit par un obturateur mécanique donc lent (environ $1 ms$) mais qui a l'avantage de couper complètement le faisceau contrairement à un AOM. Dans le groupe, nous avons développé nos propres obturateurs mécaniques bas coûts. Le lecteur peut se référer à la thèse de Landry Huet [Huet, 2013] pour les plans complets de ces obturateurs et de leur électronique. Les fréquences et les puissances radio-fréquences des AOMs ainsi que les obturateurs mécaniques sont contrôlés informatiquement.

4.1.2 Enceinte à vide, bobines de champs magnétiques et antennes

4.1.2.1 Enceinte à vide

L'enceinte à vide utilisée [Farkas *et al.*, 2010] sur cette version de l'expérience est un produit commercial RuBECi de la société ColdQuanta⁷. Une description complète de ce système se trouve dans les thèses [Squires, 2008, Salim, 2011]. Elle comprend deux chambres (cf figure 4.19) : une première pour le piège magnéto-optique 2D, comprenant la charge de rubidium, et une deuxième pour le piège magnéto-optique 3D. Un petit trou⁸ de communication entre les deux chambres, par lequel passe les atomes du piège magnéto-optique 2D au piège 3D, permet un pompage différentiel de la chambre du piège 2D, la chambre du piège 3D étant pompée à l'aide d'une petite pompe ionique $2 L.s^{-1}$ d'Agilent. Des pompes chimiques (*non evaporable getter*) présentes dans les deux chambres complètent le pompage. Pour améliorer l'accès optique ces deux chambres sont entièrement en verre. Le haut de l'enceinte du piège magnéto-optique 3D est fermé par la puce atomique. La puce atomique dont nous disposons comporte une unique couche de métallisation avec des fils de $100 \mu m$ de large. Cela permet de réaliser des pièges de type Z et *dimple*. Cette puce nous a permis de réaliser les expériences de changement d'état interne d'un condensat de Bose-Einstein par utilisation d'un protocole de type *stimulated Raman adiabatic passage* (cf chapitre 5) ainsi que des expériences d'interférométrie de type horloge, c'est-à-dire des séquences de Ramsey sans séparation des états internes (cf chapitre 6). Depuis la réalisation de notre cellule, d'autres encore plus compactes et comprenant les mêmes fonctions ont été développées par la même société [McBride, 2011, McBride *et al.*, 2013], ce qui est de bon augure pour l'intégration des capteurs à atomes froids.

7. <http://coldquanta.com/>

8. Ce trou fait environ $750 \mu m$ de diamètre et est réalisé dans un substrat d'environ $1 mm$ d'épaisseur, voir la figure 4.19 à la fin de ce chapitre.

4.1.2.2 Aimants et bobines pour les champs magnétiques

Le gradient de champ magnétique nécessaire au piège magnéto-optique 2D est généré par quatre aimants permanents. Selon la documentation de ColdQuanta, ils produisent un gradient d'une valeur comprise entre 32 et 38 G.cm^{-1} dans le plan horizontal. Le minimum du champ magnétique est suivant la direction verticale, et définit l'axe du faisceau d'atomes du piège magnéto-optique 2D. Pour aligner correctement le minimum du gradient avec le trou de communication entre les deux chambres de l'enceinte, les quatre aimants sont montés, par le fabricant, sur deux platines de translation horizontales solidaires de l'enceinte à vide.

Trois paires de bobines entourent la chambre supérieure (cf figure 4.19). Elles servent à créer le champ de gradient pour le piège magnéto-optique 3D ainsi que tous les champs de biais nécessaires : i) pour compenser le champ terrestre pendant la mélasse optique, ii) pour définir l'axe de quantification durant le pompage optique et la détection des atomes et iii) pour réaliser les champs de biais des pièges magnétiques. Elles créent, suivant les calculs des annexes A.2 et A.3, un gradient de $14 \text{ G.cm}^{-1}.\text{A}^{-1}$ en configuration anti-Helmholtz (une mesure avec un gaussmètre confirme ce résultat) et un champ de biais de 22 G.A^{-1} en configuration Helmholtz.

Juste au-dessus de la puce atomique, nous disposons d'une bobine en forme de Z. Elle sert d'ascenseur à atomes pour les transporter du piège magnéto-optique 3D à la puce. Cette bobine est constituée de 36 fils pouvant être parcourus par 20 A chacun. En association avec les trois paires de bobines de Helmholtz, elle permet de créer un piège de plus de $500 \mu\text{K}$ de profondeur jusqu'à environ 17 mm de la puce, puis d'approcher progressivement ce piège de la puce.

4.1.2.3 Antennes radio-fréquence et micro-onde

Entre la bobine en Z et la puce atomique, c'est-à-dire à moins de 2 mm des atomes (quand ils sont piégés sur la puce), une boucle radio-fréquence est installée pour la phase de refroidissement par évaporation (cf figure 4.19). Cette boucle est aussi utilisée pour faire des mesures spectroscopiques dans le domaine radio-fréquence ainsi que pour la partie radio-fréquence des impulsions à deux photons nécessaires pour une séquence de Ramsey (cf chapitre 6). Une autre boucle (cf figure 4.4) est disponible mais est rarement utilisée.

Pour rayonner vers les atomes les champs micro-onde nécessaires au transfert par *stimulated Raman adiabatic passage* (cf chapitre 5) et aux impulsions des séquences de Ramsey (cf chapitre 6), nous disposons d'un cornet micro-onde (cf figure 4.4). Pour répondre à des contraintes d'encombrement, nous avons fabriqué un cornet de moins de 5 cm de long centré à 6,8 GHz (le plan a été fourni par l'équipe de Peter Rosenbusch du SYRTE).

4.1.3 Le système d'imagerie

Dans ce paragraphe, nous décrivons le système d'imagerie par absorption utilisé pour détecter les atomes dans les différents pièges magnétiques sur la puce. Nous dirons aussi quelques mots de la mesure de la fluorescence des atomes dans le piège magnéto-optique 3D. Lors des nombreuses

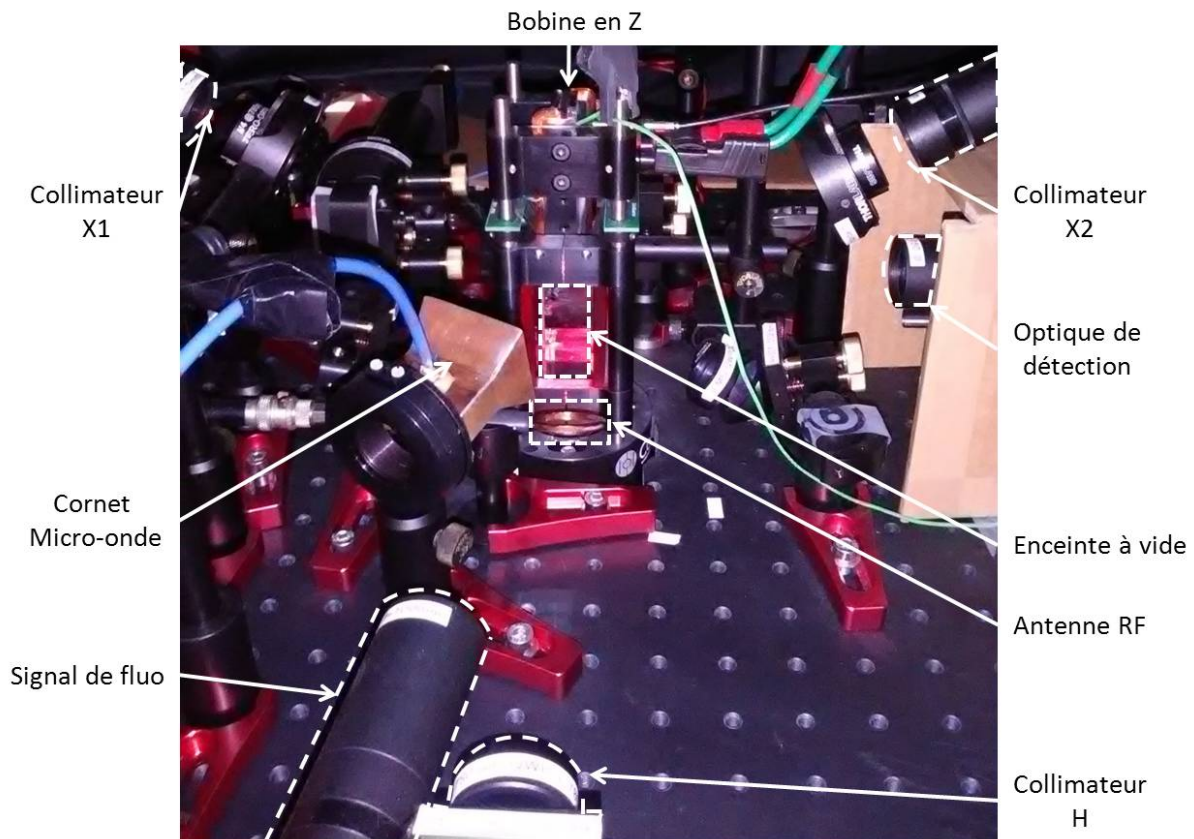


FIGURE 4.4 – Vue de l'enceinte à vide intégrée dans l'opto-mécanique du piège magnéto-optique 3D. Seule la partie haute de l'enceinte à vide est visible. La puce atomique est cachée par les montures des bobines de champs magnétiques. Cachée juste au-dessus de la puce atomique et sous la bobine en Z, se trouve une seconde antenne (ou boucle) radio-fréquence, qui est utilisée pour le refroidissement par évaporation.

phases d'alignement des pièges magnéto-optiques 2D et 3D, nous utilisons aussi une simple visionneuse infra-rouge ou encore plus simplement une petite caméra de vidéo-surveillance. Dans les phases de piège magnéto-optique comprimé, de mélasse et de transfert sur la puce, la détection des atomes est faite par absorption avec une caméra⁹.

4.1.3.1 Signal de fluorescence

Nous surveillons en permanence le signal de fluorescence du piège magnéto-optique 3D. Cela permet se rendre compte immédiatement de tout désalignement des faisceaux des pièges magnéto-optique 2D et 3D ou d'une diminution du nombre d'atomes de rubidium délivrés par la charge. Pour mesurer cette fluorescence un système optique est monté en configuration de collecteur de flux. Une lentille en configuration $2f - 2f$ ayant une focale de 100 mm et un diamètre de 25 mm est utilisée pour collecter la fluorescence. Pour avoir un collecteur de flux idéal, toute l'image du nuage doit tenir sur le capteur. En pratique ce n'est pas tout à fait le cas : le capteur est légèrement plus petit, et le nombre d'atomes est donc sous-estimé. Connaissant l'éclairement arrivant sur les atomes, ainsi que les paramètres géométriques du système optique, il est possible

9. Point Grey Flea 2 FL2-0852

d'obtenir une estimation du nombre d'atomes. Pour cette estimation, le lecteur peut directement utiliser les formules données dans la référence [Lewandowski *et al.*, 2003]. Nous donnons ici un exemple numérique. Le nombre d'atomes est donné par [Lewandowski *et al.*, 2003] :

$$N = \frac{4\pi}{\Omega} \frac{I_{ph}}{R_{@780}} \frac{1}{h\nu} \frac{1}{R} \frac{1}{T} \quad (4.1)$$

où R est le nombre de photons diffusés par atome et par seconde [Steck, 2003b] :

$$R = \frac{\Gamma}{2} \frac{I_0/I_{sat}}{1 + I_0/I_{sat} + 4(\delta/\Gamma)^2} \quad (4.2)$$

Les significations et valeurs des différents paramètres sont regroupées dans la table 4.1. Nous trouvons environ $5,1 \cdot 10^8$ atomes. Ce nombre dépend fortement de deux paramètres expérimentaux difficiles à estimer : l'intensité éclairant les atomes et l'angle solide du système de détection. La fluorescence donne un ordre de grandeur du nombre d'atomes et non une valeur précise.

Paramètre	Valeur
Ω : angle solide de détection	$1,2 \cdot 10^{-2}$ sr
I_{ph} : courant de photo-détection	110 nA
$R_{@780}$: réponse de la photodiode à 780 nm	0,48 A/W (modèle : Thorlabs PDA36A)
$h\nu$: énergie d'un photon	$2,4 \cdot 10^{-9}$ J
T : transmission optique	0,92
I_0 : intensité optique sur les atomes	~ 12 mW/cm ²
I_{sat} : intensité de saturation	3,6 mW/cm ² [Steck, 2003b]
Γ : largeur naturelle de la transition	$2\pi \times 6$ MHz [Steck, 2003b]
Δ : désaccord par rapport à la transition	$-2,5\Gamma$

TABLE 4.1 – Significations et exemples numériques des paramètres utilisés pour calculer le nombre d'atomes à partir du signal de fluorescence.

4.1.3.2 Détection des atomes dans l'état $|F = 2, m_F\rangle$

Dans cette première version de l'expérience nous détectons les atomes par absorption. Considérons un nuage atomique de densité volumique $\rho(x, y, z)$ et un faisceau de détection d'intensité¹⁰ $I(x, y, z)$ se propageant dans la direction z . L'intensité I suit la loi de Beer [Reinaudi *et al.*, 2007] :

$$\frac{dI}{dz} = -\rho(x, y, z)\sigma(I)I \quad \text{avec} \quad \sigma(I) = \frac{\sigma_0}{1 + 4\left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2 + I/I_{sat}} \quad (4.3)$$

avec σ_0 la section efficace d'absorption, I_{sat} l'intensité de saturation de la transition, δ le désaccord par rapport à la résonance et Γ la largeur naturelle de transition. En prenant une image de l'absorption par le nuage atomique, nous observons sa densité $\rho(x, y, z)$ intégrée dans la direction de propagation du faisceau, c'est la densité colonne noté $n(x, y)$. Sous l'hypothèse $\delta = 0$, cette

10. Ici par abus de langage nous parlons d'intensité à la place de l'éclairement, l'intensité est donc ici une puissance surfacique.

dernière peut se réécrire en utilisant l'équation précédente :

$$n(x, y) = \frac{1}{\sigma_0} \ln \left(\frac{I_B}{I_A} \right) + \frac{1}{\sigma_0 I_{sat}} (I_B - I_A) \quad (4.4)$$

où I_B est l'intensité dans un plan (x, y) juste avant le nuage d'atomes et I_A est l'intensité dans un plan (x, y) juste après le nuage d'atomes. Expérimentalement, I_B est l'intensité mesurée arrivant sur la caméra sans le nuage d'atomes et I_A est l'intensité mesurée avec les atomes. La caméra mesurant un nombre de coups, il est utile de convertir l'intensité en nombre de coups :

$$N_{coup} = g\eta T \frac{A\tau}{\hbar\omega} I \quad (4.5)$$

où g est le gain du détecteur, η son efficacité quantique, T la transmission de l'ensemble des dioptries entre les atomes et le détecteur, A la surface d'un pixel dans l'espace objet, τ la durée de l'impulsion de détection, $\hbar\omega$ l'énergie d'un photon du laser de détection et I l'intensité dans le plan objet. Nous notons N_A le nombre de coups correspondant à l'intensité I_A et N_B celui correspond à l'intensité I_B .

Dans le cas d'un système à deux niveaux, l'intensité de saturation¹¹ I_{sat} et la section efficace σ_0 sont reliées par [Steck, 2003b] $I_{sat} = \hbar\omega\Gamma/2\sigma_0$ où Γ est la largeur naturelle de la transition considérée. L'intensité colonne mesurée sur le pixel (i, j) de la caméra se réécrit alors :

$$n(i, j) = \frac{A}{\sigma_0} \ln \left(\frac{N_B}{N_A} \right) + \frac{2}{g\eta T\tau\Gamma} (N_B - N_A) \quad (4.6)$$

Nous utilisons cette dernière équation pour déduire la densité colonne à partir des images prises par la caméra. Les valeurs numériques des paramètres utilisées sur notre système d'imagerie sont données dans le tableau 4.2.

Paramètre	Valeur	Mesure
g	2,6	donnée constructeur : Andor
η	0,91	donnée constructeur : Andor et [Maussang, 2010]
τ	35 μs	réglable par l'utilisateur
A	$3,76 \times 3,76 \mu m^2$	figure 4.6
T filtre	0,9814	donnée constructeur : Semrock
T miroir	0,99	donnée constructeur : Thorlabs
T doublet 150 mm	0,99	donnée constructeur : Thorlabs
T doublet 500 mm	0,99	donnée constructeur : Thorlabs
T parois de la cellule	$0,96 \times 0,96$	donnée constructeur : Schott pour deux dioptries air-borofflat33 non traités

TABLE 4.2 – Valeurs numériques des différents paramètres entrant dans le calcul de la densité optique à partir des images prises par la caméra.

11. L'équation donnée reliant I_{sat} à σ_0 est une approximation. Elle permet toutefois d'obtenir un ordre de grandeur pour I_{sat} . I_{sat} intervient uniquement dans le second terme de l'équation (4.6) qui est négligeable pour nos paramètres expérimentaux : $I/I_{sat} \ll 1$.

Le système optique (figure 4.5) est composé de deux doublets¹² de diamètre un pouce et de focales 150 et 500 mm. Nous avons choisi des doublets pour réduire l'aberration sphérique. Cette combinaison, utilisée en foyer-infini-foyer, permet d'obtenir un grandissement de 3,33 et la résolution¹³ est de $12\text{ }\mu\text{m}$ dans l'espace image. La taille d'un pixel de la caméra dans l'espace image est de $13\text{ }\mu\text{m}$ soit $3,9\text{ }\mu\text{m}$ dans l'espace objet, la résolution est donc limitée à $3,9\text{ }\mu\text{m}$ par la taille des pixels de la caméra. Nous ajoutons un filtre passe-bande¹⁴ à 780 nm de 3 nm de large avec une transmission supérieure à 95 % (cf table 4.2). Il permet d'éviter d'éblouir le capteur à des longueurs d'ondes qui ne nous intéressent pas. Enfin un miroir est ajouté sur le trajet optique. Il permet de replier le système pour des raisons d'encombrement, ainsi que de bouger légèrement le pointé du faisceau de détection sur le capteur.

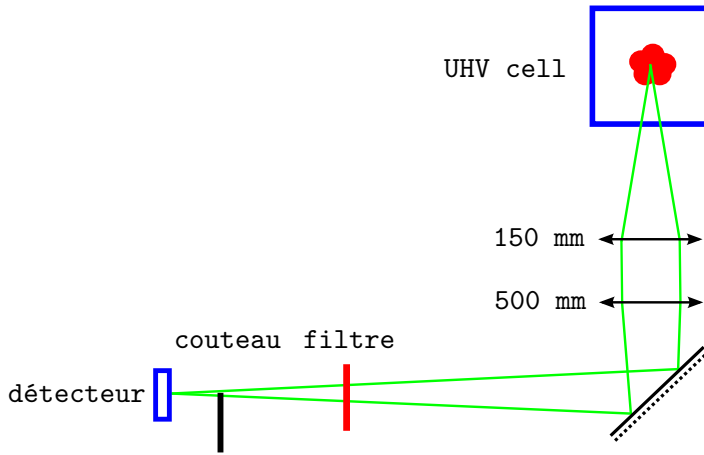


FIGURE 4.5 – Plan du système optique utilisé pour la détection par absorption des atomes.

Le capteur est une caméra Andor iKon-M 934¹⁵ bas bruit que nous refroidissons à moins soixante degrés Celsius. C'est le même capteur utilisé dans la thèse [Maussang, 2010]. Ce capteur permet d'utiliser une technique de *frame transfer*. Le protocole utilisé pour la prise des images est le même que la thèse [Maussang, 2010]. Ce protocole permet de minimiser l'écart temporel entre la prise de l'image avec atomes et de l'image de référence du faisceau de détection sans les atomes. Ainsi, nous limitons le déplacement mécanique des surfaces optiques traversées par le faisceau et donc le déplacement des tavelures liées au laser de détection entre les deux images.

Expérimentalement la mise au point du système est faite en minimisant la taille d'un condensat contenant peu d'atomes. Le grandissement est déduit en mesurant la chute de ce même petit condensat (cf figure 4.6). En supposant que le champ de pesanteur au niveau des atomes est connu, que la chute des atomes est dans le plan de l'image et qu'il n'y a pas d'autre force que la gravité, nous déduisons des mesures de la figure 4.6 un grandissement de $g_{exp} = 3,76\text{ }\mu\text{m.pix}^{-1}$ avec un écart-type de 5%, ce qui est en accord avec la valeur théorique de $g_{th} = 3,9\text{ }\mu\text{m.pix}^{-1}$.

12. Thorlabs, modèles : AC254-150-B et AC254-500-B.

13. La résolution est définie comme le cercle contenant 85 % de l'énergie totale de la réponse percussionnelle : c'est la valeur à 0,85 de l'énergie encerclée. Elle est calculée dans tout le champ d'utilisation de l'objectif à l'aide du logiciel de conception optique Oslo.

14. Semrock, modèle : LL01-780-25

15. Modèle du capteur : DU934P-BR-DD-9KI

Supposons que le plan de l'image fasse un angle θ avec la verticale définie par la direction de chute des atomes, alors le grandissement devient $(1 - \cos \theta)g$ [Maussang, 2010]. Nous estimons l'écart à l'axe vertical de notre capteur, dû à la conception de la mécanique à moins de 5° . Cet angle correspond à une incertitude de moins de 1% sur le grandissement, ce qui est bien négligeable par rapport à la mesure précédente.

Nous avons supposé que la force s'exerçant sur les atomes pendant leur chute est uniquement la gravité. Ceci est vrai s'il n'y a pas de gradient de champ magnétique au niveau des atomes. En effet, la présence d'un tel gradient de champ magnétique B' change l'accélération des atomes, ils voient alors un champ de pesanteur effectif $g + g_F m_F \mu_B B' / m$. Cet effet n'a pas encore été mesuré sur notre expérience. Il pourrait être quantifié en observant la chute d'un premier condensat dans $|F = 2, m_F = 2\rangle$ et d'un deuxième condensat dans $|F = 2, m_F = 1\rangle$ [Maussang, 2010], qui peut être préparé en utilisant le protocole STIRAP (cf chapitre 5). Nous supposons sa présence car les aimants de la pompe ionique (modèle 2 L.s⁻¹ de Agilent) sont à environ 10 cm des atomes, et la référence [Farkas *et al.*, 2013], qui utilise une cellule identique à la nôtre, leur attribue un gradient de champ magnétique au niveau des atomes.

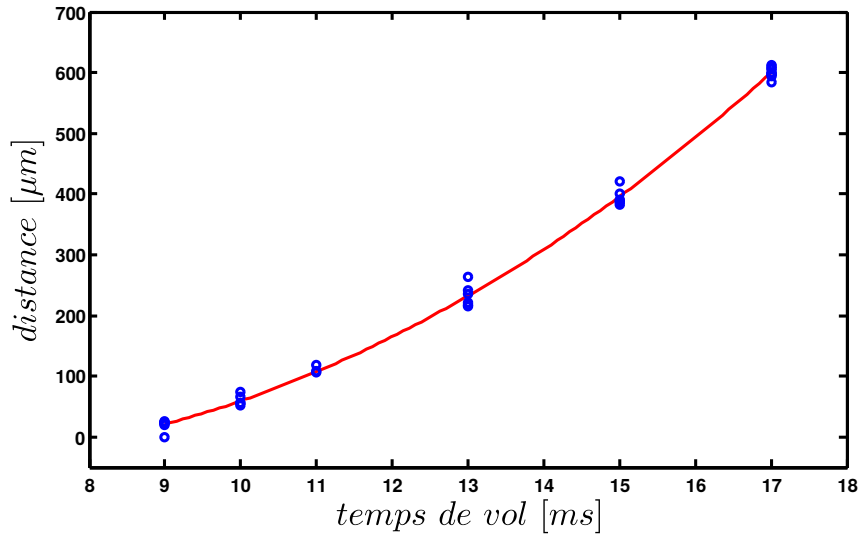


FIGURE 4.6 – Distance parcourue par le centre de masse du nuage atomique en chute libre dans l'image en fonction du temps de vol. Connaissant l'accélération de la pesanteur, nous en déduisons le grandissement de notre système d'imagerie (voir texte).

La section efficace d'absorption des atomes sera discutée lors de la caractérisation du condensat dans le paragraphe 4.3.3.

4.1.3.3 Détection des atomes dans les états $|F = 2, m_F\rangle$ et $|F = 1, m_F\rangle$

La qualité de la mesure des franges de Ramsey est grandement améliorée si nous sommes capables de normaliser les populations atomiques par le nombre total d'atomes à chaque réalisation de la mesure [Santarelli *et al.*, 1999]. Pour faire cette normalisation, il faut imager les atomes dans les deux états hyperfins $F = 1$ et $F = 2$. Pour des questions de commodité expérimentale, cela est réalisé sur une même image. Le protocole de détection décrit dans la partie précédente est

donc légèrement modifié. La simple impulsion du faisceau de détection du paragraphe précédent est remplacée par une série de trois impulsions :

i) Une première impulsion de détection permet d'imprimer sur le capteur l'ombre des atomes dans l'état hyperfin $F = 2$ et de les envoyer hors du champ de détection de la caméra.

ii) Une seconde impulsion, réalisée en allumant seulement le laser repompeur, est envoyée via les faisceaux du piège magnéto-optique 3D. Elle permet de pomper les atomes de $F = 1$ vers $F = 2$.

iii) Enfin une troisième impulsion de détection permet d'imprimer une seconde ombre sur la caméra, elle correspond à celle des atomes initialement dans $F = 1$ avant pompage vers $F = 2$.

Pour pouvoir compter indépendamment les atomes dans ces deux états sur une même image, il faut que les deux ombres sur le capteur ne se recouvrent pas. Pour cela, entre les deux impulsions de détection, nous laissons chuter les atomes dans $F = 1$ d'une distance supérieure à la taille du nuage atomique. Quand cela est nécessaire, nous ajoutons en plus un gradient de champ magnétique dans la direction de chute des atomes pour séparer les différents sous-niveaux Zeeman.

Expérimentalement, l'enregistrement des images nécessaires au calcul de la densité colonne suit le protocole suivant. Les trois impulsions détection-repompeur-détection sont envoyées à la suite. Cela permet d'obtenir l'image N_A (cf figure 4.7.a). Cette image contient l'ombre des atomes dans les deux états hyperfins. Elle est enregistrée sur le haut du capteur. Ensuite, les informations sont déplacées du haut vers le bas du capteur, c'est le *frame transfer*. En renvoyant à la suite les trois mêmes impulsions : détection-repompeur-détection, l'image sans atomes N_B est alors obtenue et est enregistrée sur le haut du capteur (cf figure 4.7.b). Enfin le capteur est lu. Pour corriger les images du bruit de fond de la caméra, il est nécessaire de prendre deux autres images. Ainsi, le bruit de fond, correspondant à l'image avec les atomes, est enregistré en répétant le protocole précédent, mais en omettant la première série des trois impulsions de détection (cf figures 4.7.c et 4.7.d). Le bruit de fond, correspondant à l'image sans les atomes, est aussi enregistré en répétant le protocole précédent, mais en omettant la seconde série des trois impulsions de détection (cf figures 4.7.e et 4.7.f). Ces deux images du bruit de fond sont soustraites aux images avec atomes N_A et sans atomes N_B .

L'équation (4.6) reliant le nombre de coups mesurés par pixel (N_A et N_B) à la densité atomique colonne $n(i, j)$ est alors légèrement modifiée :

$$n(i, j) = -\frac{A}{\sigma_0} \ln \left(2 \frac{N_A}{N_B} - 1 \right) + \frac{2}{g\eta T \tau \Gamma} (N_B - N_A) \quad (4.7)$$

où N_A (respectivement N_B) est le nombre de coups par pixel correspond à l'image des impulsions de détection avec les deux nuages d'atomes (respectivement sans les atomes). Cette densité colonne contient l'ombre des atomes dans l'état hyperfin $F = 2$ ainsi que ceux dans l'état hyperfin $F = 1$. Sur une telle image, ces deux états sont discriminés par leurs positions spatiales.

Quelques explications s'imposent pour démontrer l'équation (4.7). Notons I_{A2} (respectivement I_{A1}) le profil d'intensité du laser de détection après avoir traversé le nuage dans l'état

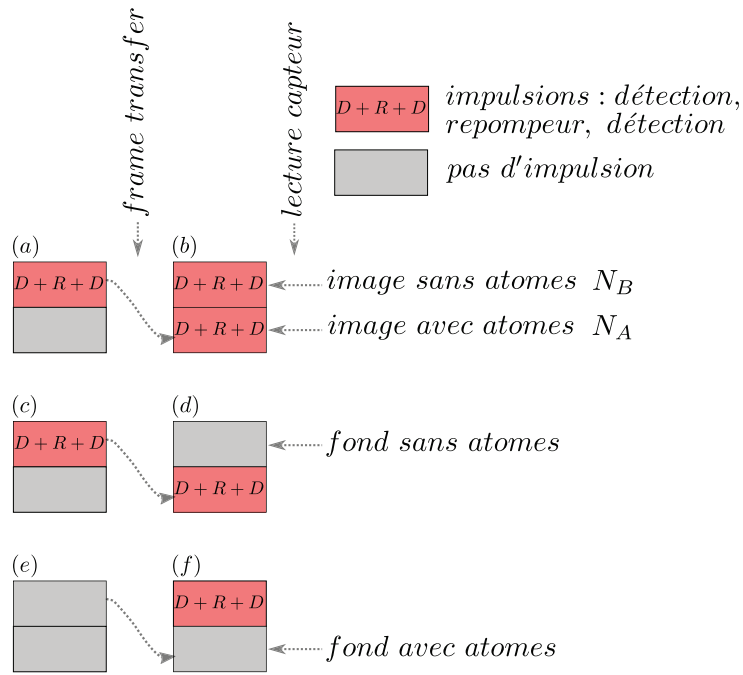


FIGURE 4.7 – (a) et (b) protocole de prise des images avec atomes N_A et sans atome N_B dans le cas de la détection des deux états hyperfins $F = 2$ et $F = 1$. (c) et (d) prise de l'image du bruit d'obscurité du capteur correspondant à l'image sans les atomes. (e) et (f) prise de l'image du bruit d'obscurité du capteur correspondant à l'image avec les atomes.

$F = 2$ (respectivement $F = 1$) correspondant respectivement à la première (respectivement seconde) impulsion de détection. Notons aussi I_B le profil d'intensité du laser de détection avant la traversée des atomes. Nous le supposons constant entre les deux impulsions, si ce n'est pas le cas du bruit est ajouter à l'image de la densité. En utilisant l'équation (4.4), nous avons :

$$\sigma_0 n_1(x, y) = \ln \left(\frac{I_{A1}}{I_B} \right) + \frac{1}{I_{sat}} (I_{A1} - I_B) \quad (4.8)$$

$$\sigma_0 n_2(x, y) = \ln \left(\frac{I_{A2}}{I_B} \right) + \frac{1}{I_{sat}} (I_{A2} - I_B) \quad (4.9)$$

où n_1 (respectivement n_2) est la densité colonne des atomes dans l'état $F = 1$ (respectivement $F = 2$). De plus la densité colonne totale n intervenant dans l'équation (4.7) est reliée à celles des deux équations précédentes par : $n = n_1 + n_2$. Expérimentalement, nous mesurons $N_A \propto I_{A1} + I_{A2}$ et $N_B \propto 2I_B$. Nous avons donc¹⁶ $I_{A1}I_{A2}/I_B^2 = 2N_A/N_B - 1$ et nous retrouvons bien l'équation (4.7).

4.1.4 Système de contrôle, sources de courant dc et ac

L'ensemble des alimentations de courant des bobines, des sources radio-fréquences et micro-ondes, des obturateurs, des modulateurs acousto-optique et la caméra sont tous contrôlés informatiquement pour réaliser les séquences expérimentales. Pour cela, trois cartes National Instrument sont installées dans un ordinateur de bureau (NI PCI-6723, NI PCI-6733 et NI PCIe-6363). Elles

16. Il est aisé de remarquer que, si les deux pics d'absorption correspondants aux deux nuages d'atomes ne se recouvrent pas spatialement sur le capteur de la caméra, alors $I_{A1}I_{A2} = I_B(I_{A1} + I_{A2} - I_B)$.

permettent d'avoir 64 sorties binaires 0/5 V et 44 sorties analogiques -10/10 V, et pilotent ainsi tous les appareils. Les détails techniques se trouvent dans la thèse de Landry Huet [Huet, 2013]. Pour synchroniser les cartes, toutes leurs horloges sont connectées ensemble et peuvent être stabilisées sur une horloge externe. Dans tous les cas où c'est nécessaire, comme pour le piège *dimple*, nous isolons les masses entre le signal des cartes et l'entrée de commande des appareils. La description de ces isolateurs est donnée dans la référence [Huet, 2013]. Les cartes sont commandées à l'aide du logiciel GoodTime développé par Jakob Reichel.

Toutes les bobines de champ magnétique, sauf celle en forme de Z, ainsi que les fils de la puce, sont alimentés par des sources bipolaires (Kepco série BOP). La bobine en forme de Z est alimentée par une source unipolaire (Kepco série ATE). Pour l'alimentation des bobines, les sources sont adaptées pour des charges inductrices.

Les sources micro-ondes sont des générateurs SMF 100A de Rohde & Schwarz et les sources radio-fréquences sont aussi des générateurs commerciaux¹⁷. Tous ces générateurs sont synchronisés sur le même signal 10 MHz fourni par un quartz stabilisé sur l'horloge GPS-10 de Menlo Systems présentant une stabilité de $5 \cdot 10^{-12}$ à une seconde.

4.2 De la charge de Rubidium au pompage optique

Dans cette section nous décrivons le processus de refroidissement des atomes de la charge de rubidium jusqu'à la préparation de l'état interne des atomes pour les piéger magnétiquement. Une charge de rubidium, installée dans le bas de la chambre du piège magnéto-optique 2D, est légèrement chauffée par effet Joule. Cette charge désorbe une vapeur de rubidium qui est collectée par le piège magnéto-optique 2D puis envoyée dans le piège magnéto-optique 3D. A partir de ce dernier piège, les atomes sont refroidis par laser et pompés optiquement vers l'état utilisé pour le refroidissement par évaporation $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

4.2.1 Piège magnéto-optique 2D et 3D (MOT 2D et MOT 3D)

4.2.1.1 Piège magnéto-optique 2D

La vapeur de rubidium contenue dans la chambre basse de l'enceinte à vide est collectée en utilisant un piège magnéto-optique à deux dimensions. Dans ce piège, les atomes sont refroidis dans un plan transverse, ce qui permet de créer un fin faisceau d'atomes dont la vitesse est principalement orientée suivant l'axe vertical (cf figure 4.8). Ces atomes sont ensuite poussés à l'aide d'un faisceau vertical, le *push beam*, vers la région du piège magnéto-optique à trois dimensions. Le MOT 2D permet d'avoir un flux important d'atomes [Dieckmann *et al.*, 1998, Schoser *et al.*, 2002, Cheinet, 2006] et donc d'obtenir un MOT 3D contenant beaucoup d'atomes,

17. TTI TG4001 : impulsions de détection, Keysight 33522B (2 voies) commande du modulateur I/Q pour la génération des signaux micro-ondes, Keysight 33521B : (1 voie) photon radio-fréquence de l'impulsion $\pi/2$ à deux photons, Keysight 33250A : première partie de l'évaporation radio-fréquence (commande analogique), SRS DS345 : dernière rampe d'évaporation (commande par GPIB).

$5 \cdot 10^8$ atomes dans notre cas, tout en préservant un vide de l'ordre de 10^{-10} mbar dans la région du piège magnéto-optique 3D et des pièges magnétiques. Le principe physique de fonctionnement du piège magnéto-optique est décrit en détail dans les références [Metcalf et Van der Straten, 2012, Cohen-Tannoudji et Guéry-Odelin, 2011].

Les deux faisceaux refroidisseurs du piège magnéto-optique 2D font environ 10x30 mm et contiennent chacun environ 60 mW du laser refroidisseur et 10 mW du laser repompeur. Le *push beam* fait entre 10 et 25 mm de diamètre¹⁸ et contient 15 mW de refroidisseur et 5 mW de repompeur. Le refroidisseur est accordé à $2,5\Gamma$ en-dessous de la transition de refroidissement (cf figure 4.2), où Γ est la largeur naturelle de la transition. Le repompeur est à résonance. Le caractère partiellement réfléchissant de la paroi contenant le trou de communication entre les deux chambres permet de s'en servir pour commencer à refroidir les atomes dans la direction verticale.

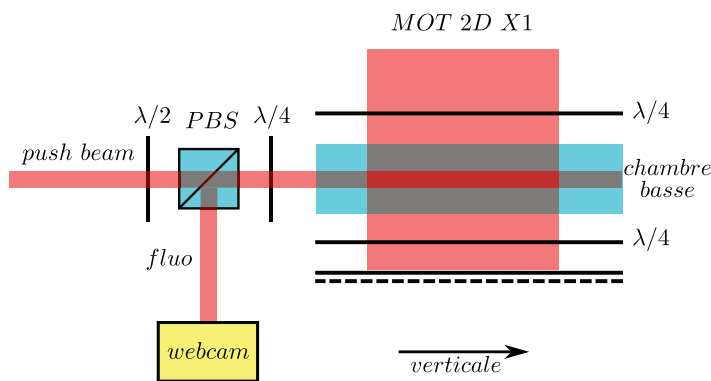


FIGURE 4.8 – Schéma de la chambre basse de l'enceinte à vide ainsi que des faisceaux optiques permettant la réalisation d'un piège magnéto-optique à deux dimensions.

4.2.1.2 Alignement du piège magnéto-optique 2D

Premièrement, avec un magnétomètre, le sens du gradient de champ magnétique est vérifié pour pré-orienter les axes rapides et lents des lames quart d'onde. Deuxièmement, les deux faisceaux du piège sont diaphragmés pour les aligner géométriquement à l'aide d'une simple carte infra-rouge et d'une règle. Ensuite, à l'aide d'une webcam regardant dans la direction du *push beam* (cf figure 4.8), nous alignons ce dernier pour le faire passer dans le trou de communication. Pour cela nous utilisons le caractère réfléchissant de la paroi contenant le trou est utilisé pour localiser le faisceau. Une fois ce pré-alignement fait le *push beam* est obturé, les diaphragmes sont enlevés et un courant fort (4 à 5 A) est envoyé dans la charge de rubidium. En utilisant une visionneuse infra-rouge, un pinceau d'atomes est normalement visible. Si ce n'est pas le cas, l'orientation des lames quart d'onde est d'abord vérifiée avant de reprendre les alignements des faisceaux. Si nous n'observons toujours rien, il se peut que le dispensier soit vide. Enfin, un point brillant est visible sur la webcam. Il correspond à une section transverse du pinceau d'atomes dans le plan de mise au point de la caméra. En imageant le plan du trou de communication entre les deux chambres, le point correspondant aux atomes est superposé avec le trou. Pour cela, le minimum du gradient de champ magnétique est déplacé en translatant les aimants dans

18. Le diamètre est optimisé pour maximiser la vitesse de chargement du MOT 3D.

le plan horizontal. Le plan de mise au point de la caméra est balayé sur toute la longueur du pinceau atomique pour vérifier que ce dernier est bien vertical. Si ce n'est pas le cas nous agissons légèrement sur les miroirs des faisceaux du MOT 2D ainsi que sur la position du gradient magnétique.

4.2.1.3 Le piège magnéto-optique 3D

Les atomes arrivant du MOT 2D sont capturés dans le piège magnéto-optique 3D. Nous utilisons un piège magnéto-optique avec des faisceaux non-perpendiculaires (cf figure 4.10) [Squires, 2008], ce qui permet d'être suffisamment près de la surface de la puce pour charger efficacement le piège magnétique tout en collectant plus d'atomes que les configurations réfléchies sur la puce [Reichel *et al.*, 2001, Reichel, 2002] car le volume de capture est plus grand. Dans ce piège, nous collectons environ $5 \cdot 10^8$ atomes en moins de 500 ms (cf figure 4.9). Les trois faisceaux font environ 25 mm de diamètre et sont rétro-réfléchis. Les puissances optiques sont données dans la table 4.3. Le refroidisseur et le repompeur restent à la même fréquence que pour le MOT 2D et le gradient de champ magnétique est 14 G.cm^{-1} .

[mW]	X_1 et X_2	H
refroidisseur	8	9
repompeur	4	3

TABLE 4.3 – *Puissances optiques utilisées pour les faisceaux du piège magnéto-optique à trois dimensions.*

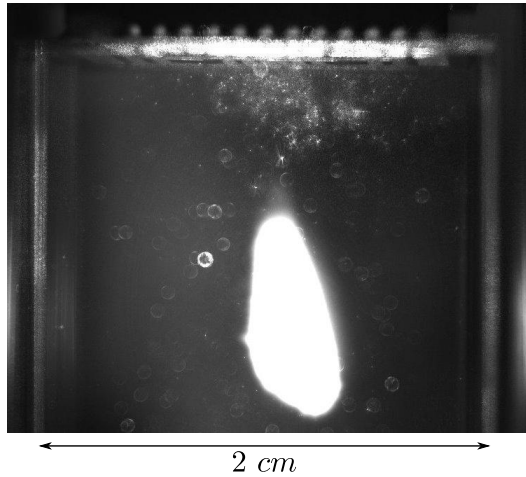


FIGURE 4.9 – *Nuage atomique dans le piège magnéto-optique 3D obtenu après alignement et optimisation du chargement. Il contient environ $5 \cdot 10^8$ atomes et a un temps de chargement inférieur à 500 ms. Pour donner une échelle : entre les deux parois de la cellule, il y a 2 cm.*

4.2.1.4 Alignement du piège-magnéto-optique 3D

Les lames quart d'onde sont alignées par rapport au gradient de champ magnétique comme pour le MOT 2D et les faisceaux laser sont alignés à l'aide de diaphragmes, cartes infra-rouge et règles. Nous prenons garde à bien superposer la rétro-réflexion des faisceaux et à placer leurs intersections à moins de 20 mm de la puce pour pouvoir les transférer dans le piège magnétique. Ensuite, nous faisons clignoter le MOT 3D : pendant quelques centaines de millisecondes, les

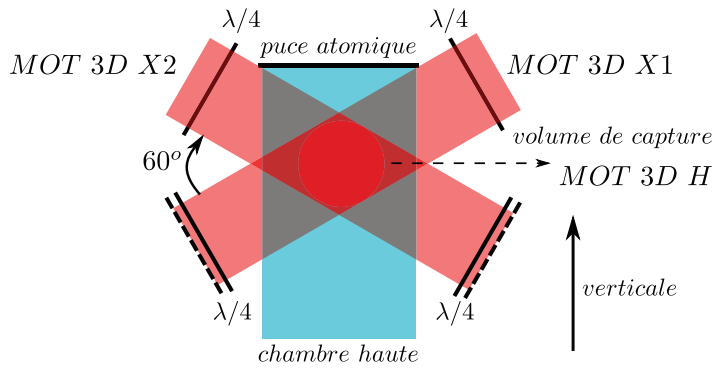


FIGURE 4.10 – Schéma de la chambre haute de l'enceinte à vide ainsi que des faisceaux optiques permettant la réalisation d'un piège magnéto-optique à trois dimensions.

champs magnétiques sont allumés et pendant une durée similaire ils sont coupés. Cela permet de faire rapidement des cycles de chargement et de déchargement du MOT 3D. Ainsi la vitesse de chargement du MOT 3D est optimisée en mesurant la fluorescence des atomes [Squires, 2008]. La pente du signal de fluorescence donne directement la vitesse de chargement du MOT 3D, et plus cette dernière est élevée, plus le MOT 3D contiendra d'atomes. Pour l'optimiser nous agissons légèrement sur l'orientation du *push beam*, des faisceaux du MOT 2D, des lames quart d'onde et des aimants permanents. Une fois la vitesse de chargement optimisée, le signal de fluorescence est maximisé en déplaçant le minimum du gradient du MOT 3D à l'aide des champs de biais. Nous retouchons légèrement l'orientation des lames quart d'onde mais pas celle des faisceaux du MOT 3D, pour garder une rétro-réflexion bien superposée avec l'aller. Cela est important pour avoir un refroidissement efficace et pour ne pas exercer des forces qui déplaceraient le nuage lors de la phase de mélasse optique.

4.2.1.5 Le piège magnéto-optique comprimé (CMOT)

paramètre du CMOT	pendant la phase 1	pendant la phase 2
durée	25 ms	5 ms
gradient	augmente de 14 à 25 G.cm ⁻¹	25 G.cm ⁻¹
désaccord refroidisseur	augmente de -2,5Γ à -3Γ	augmente de -3Γ à -10Γ
puissance refroidisseur	valeur du MOT 3D	valeur du MOT 3D
puissance repompeur	légèrement diminuée	légèrement diminuée

TABLE 4.4 – Paramètres importants de la phase de piège magnéto-optique comprimé.

Pour diminuer encore la température, jusqu'à environ 140 μK (correspondant à la limite Doppler donné par $\hbar\Gamma/(2k_B)$ [Metcalf et Van der Straten, 2012, Cohen-Tannoudji et Guéry-Odelin, 2011]), le laser refroidisseur doit être désaccordé encore plus pour limiter le chauffage par émission spontanée [Metcalf et Van der Straten, 2012]. C'est l'objectif du CMOT. Ce dernier sert également à : i) compresser le nuage et ii) le déplacer vers la puce. La compression sert à optimiser la taille du nuage par rapport au premier piège magnétique, et le déplacement à faciliter son remplissage en approchant les atomes de la puce.

La première phase du CMOT (cf table 4.4) sert à la compression et au déplacement du nuage atomique. La compression se fait en augmentant le gradient et le déplacement se fait en

bougeant vers le haut le minimum du gradient avec un champ de biais vertical. La compression et le lancement sont efficaces seulement si le laser refroidisseur reste désaccordé de moins de 3Γ . Afin de diminuer encore la température, une deuxième phase est ajoutée où le désaccord du laser refroidisseur augmente jusqu'à -10Γ . A la fin de ce CMOT, environ $5 \cdot 10^8$ atomes sont refroidis à $140 \mu\text{K}$.

4.2.2 Mélasse optique

Diminuer encore la température du nuage requière l'utilisation d'une mélasse optique [Chu *et al.*, 1985, Dalibard, 2015] en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ [Dalibard et Cohen-Tannoudji, 1989, Walhout *et al.*, 1992]. Pour cela les champs magnétique sont coupés et les atomes illuminés avec les lasers refroidisseur et repompeur. Le désaccord du refroidisseur est progressivement porté à -13Γ et sa puissance est progressivement diminuée¹⁹. Le laser repompeur garde les paramètres du CMOT. La mélasse permet de refroidir environ $4 \cdot 10^8$ atomes à $40 \mu\text{K}$, ce qui est similaire aux valeurs déjà obtenues pour ce type de montage [Squires, 2008], et est amplement suffisant pour le chargement d'un piège magnétique sur puce [Squires, 2008, Estève, 2004, Aussibal, 2003].

Des températures plus basses [Clairon *et al.*, 1995, Salomon *et al.*, 1990, Lett *et al.*, 1988, Lett *et al.*, 1989] de l'ordre du micro-Kelvin peuvent être atteintes mais cela nécessite une compensation très précise du champ magnétique ambiant. Ce réglage peut se faire par spectroscopie de type Hanle comme décrit dans les références [Treutlein, 2008, Estève, 2004]. Nous avons plus simplement varié le champ magnétique au niveau des atomes tout en mesurant la température pour nous placer au point où la température est minimale.

4.2.3 Pompage optique

Après la mélasse optique les atomes sont répartis sur tous les niveaux Zeeman de $F = 2$. Or seul les états $|F = 2, m_F = 2\rangle$, $|F = 2, m_F = 1\rangle$ et $|F = 1, m_F = -1\rangle$ sont piégeables avec un champ magnétique de quelques dizaines de Gauss. Il est donc nécessaire de préparer les atomes dans un de ces niveaux. Nous choisissons de préparer les atomes dans l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$, car cet état a un moment magnétique plus élevé que les deux autres et est donc plus simple à piéger. Cette préparation se fait par pompage optique, en employant le laser de pompage sur la transition $F = 2 \leftrightarrow F' = 2$ polarisé σ^+ et le laser repompeur via les faisceaux du MOT 3D pour éviter d'accumuler les atomes dans $F = 1$.

Le pompage optique est optimisé par rapport au nombre d'atomes dans le premier piège magnétique. Un champ directeur de quelques Gauss est d'abord choisi (cf table 4.5). Il restera allumé jusqu'au chargement des atomes dans le piège magnétique. Il est important, lors de l'allumage du piège magnétique, de ne pas changer trop rapidement la direction du champ pour que le spin des atomes suive la direction du champ et ainsi préserver la polarisation du nuage. Ensuite la fréquence du laser de pompe est choisie pour réaliser un pompage non-résonnant

19. mais pas trop, sinon la mélasse se réchauffe

paramètre	valeur
désaccord de la pompe	2Γ vers le bleu
durée	0,5 à 0,9 μs
champ directeur	$\sim 4,5$ G
puissance du laser de pompage	2 à 3 mW sur 25 mm de diamètre
puissance du repompeur	entre 1 et 2 mW

TABLE 4.5 – *Paramètres importants du pompage optique des atomes vers l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$.*

[Squires, 2008] et la lame quart d'onde est orientée pour maximiser le nombre d'atomes. Un pompage optique non-résonnant à été choisi car il donnait de meilleurs résultats expérimentaux qu'un pompage optique résonnant.

4.3 Du piège magnétique au condensat de Bose-Einstein

Après avoir décrit le côté lumineux du refroidissement dans la partie précédente, nous décrivons, dans celle-ci, le côté obscur du refroidissement : le transfert sur la puce atomique et le refroidissement par évaporation forcée menant à la condensation de Bose-Einstein.

4.3.1 Transfert sur la puce

Le transfert des atomes sur la puce se fait en utilisant un piège en Z créé par une bobine macroscopique (cf figure 4.19). Ce piège sert d'ascenseur à atomes. Pour le remplir, il faut d'abord le centrer sur les atomes. Pour ce faire, le laser de détection est réglé à résonance avec la transition de détection en l'absence de champ magnétique, puis le signal d'absorption est enregistré en balayant l'altitude du piège magnétique. Ce signal est maximum quand le piège est centré sur les atomes, en effet le champ magnétique est minimum au centre du piège (cf annexe A.4) ce qui a pour effet de maximiser l'absorption. Pour compenser la gravité et faire monter les atomes vers la puce, nous devons utiliser un gradient vertical de champ magnétique le plus fort possible. La bobine du Z est donc utilisée au maximum du courant qu'elle supporte pour maximiser ce gradient. La figure 4.11 présente le signal d'absorption en fonction du champ de biais B_{\perp} perpendiculaire au Z (cf annexe A.4). Il est varié pour balayer l'altitude du piège.

Une fois les paramètres initiaux (cf figure 4.12) optimisés pour maximiser le nombre d'atomes chargés dans le piège, environ $2,5 \cdot 10^8$ atomes sont capturés avec un temps de vie de 5 s. Les atomes sont ensuite transférés dans un piège de type *dimple*, créé par la puce atomique et les bobines. Les paramètres de ce transfert sont optimisés sur le nombre d'atomes dans le *dimple* RF1 (cf figure 4.12). Après optimisation, nous obtenons typiquement $50 \cdot 10^6$ atomes. L'évolution du nombre d'atomes en fonction du temps passé dans ce *dimple* (cf figure 4.13) présente deux temps caractéristiques. Un premier temps long, d'environ 2 s, correspond au temps de vie du nuage dans le piège magnétique. Un second temps, plus court, d'environ 100 ms, correspond à la thermalisation du nuage dans le piège. En effet lors du passage du Z macroscopique à la puce,

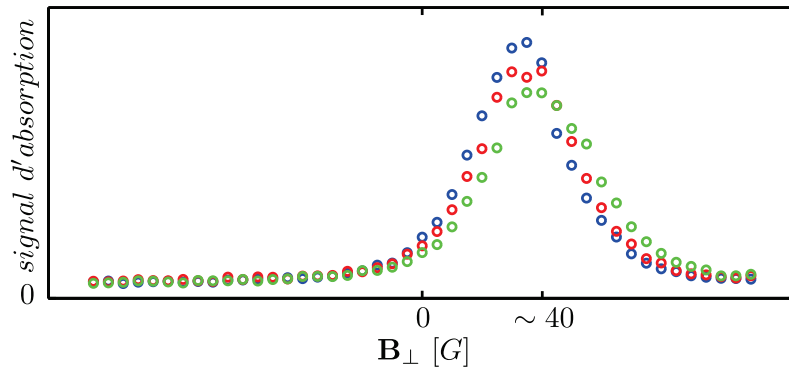


FIGURE 4.11 – Recherche de l'altitude du piège en Z macroscopique sur le signal d'absorption des atomes. Signal d'absorption des atomes en fonction du champ de biais B_{\perp} [G]. Le courant dans les fils de la bobine en Z est de 16 A (cercles bleus), 18 A (cercles rouges) et 20 A (cercles verts).

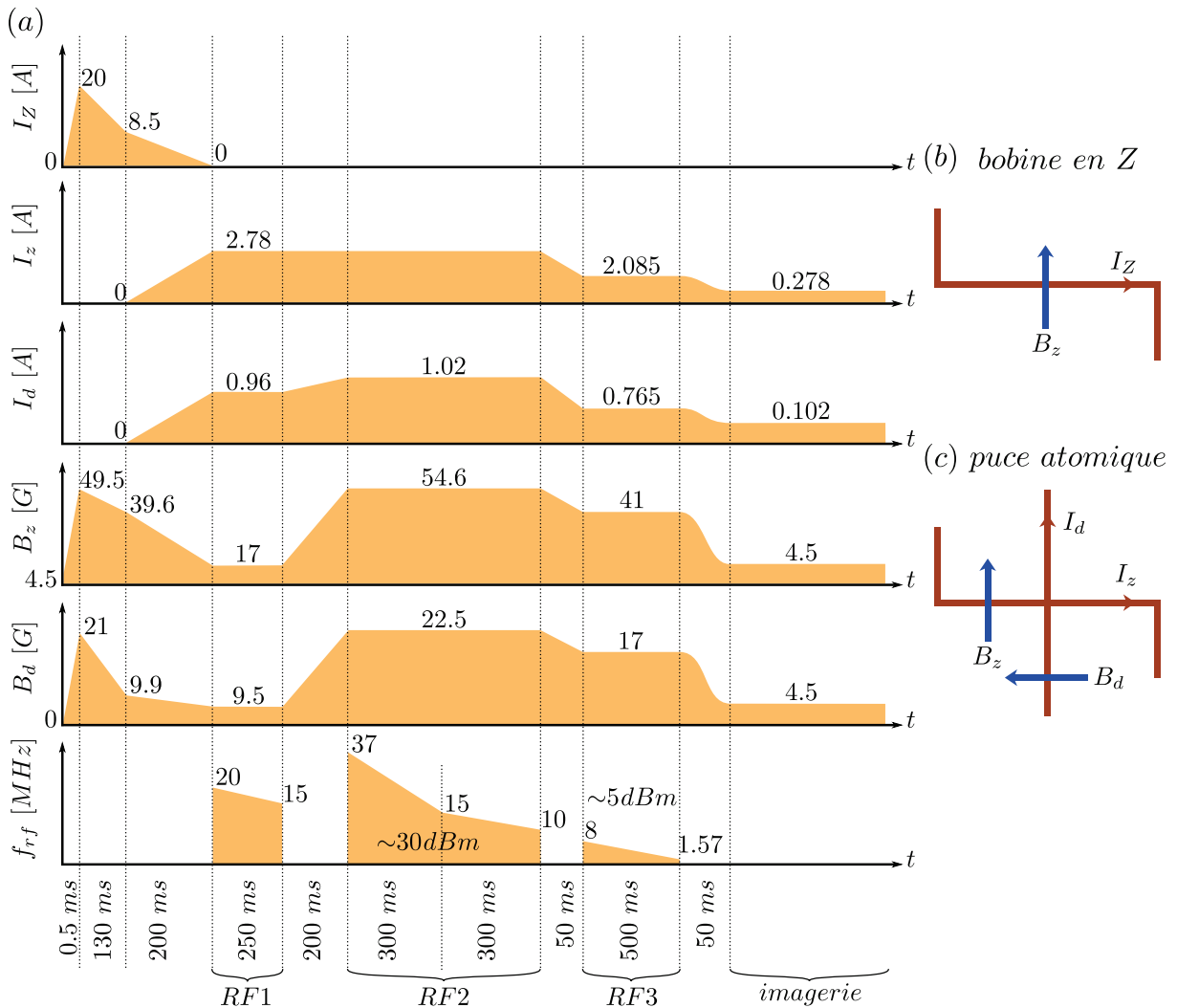


FIGURE 4.12 – (a) Chronogramme des différents paramètres des pièges magnétiques pour le transfert sur la puce atomique et l'évaporation radio-fréquence. I_Z est le courant dans la bobine en Z macroscopique, I_z le courant dans le fil en Z de la puce et I_d le courant dans le fil de dimple. B_z est le champ magnétique perpendiculaire au fil en Z et B_d celui perpendiculaire au fil dimple. (b) Notations utilisées pour le piège en Z macroscopique. (c) Notation utilisées pour les pièges sur la puce atomique.

la distribution thermique du nuage est tronquée par la perte des atomes les plus chauds. Il s'en suit une thermalisation avec pertes d'atomes.

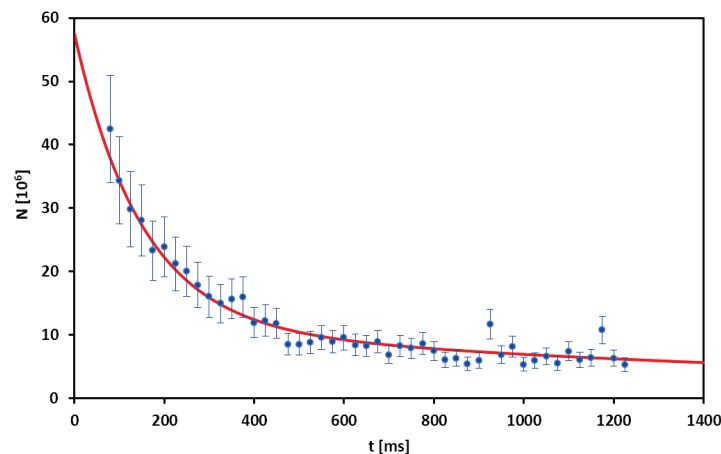


FIGURE 4.13 – Evolution du nombre d'atomes $[10^6]$ en fonction du temps $[ms]$ passé dans le piège dimple RF1. Les données sont ajustées par $n(t) = (n_1 + (1 - e^{-t/\tau_1})(n_2 - n_1))e^{-t/\tau_2}$, avec $n_1 = 57,4 \cdot 10^6$, $n_2 = 11,4 \cdot 10^6$, $\tau_1 = 160$ ms et $\tau_2 = 1980$ ms.

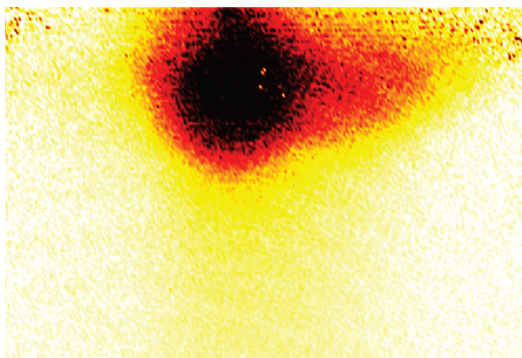


FIGURE 4.14 – Densité optique du nuage atomique dans le piège dimple RF1 contenant environ 50 millions d'atomes. La puce atomique se situe juste au-dessus de la première ligne de l'image et la gravité est orientée vers le bas. La hauteur de l'image correspond à 10 mm.

4.3.2 Evaporation radio-fréquence vers la condensation de Bose-Einstein

Le refroidissement par évaporation des atomes a été proposé pour la première fois dans le contexte du refroidissement de l'hydrogène polarisé [Hess, 1986]. Il s'agit de faire sortir du piège les atomes ayant le plus d'énergie cinétique, autrement dit les plus chauds, et de laisser le gaz se thermaliser pour ainsi diminuer sa température. Dans le cadre du piégeage magnétique d'atomes neutres, les atomes les plus chauds peuvent être éjectés en changeant leur spin vers un état non-piégé. Pour cela, un champ, ou couteau, radio-fréquence résonant uniquement avec les atomes les plus chauds est envoyé sur le nuage. Cette sélectivité en température est rendu possible par le fait que les atomes ayant le plus d'énergie cinétique passent par des régions du piège où le champ magnétique est plus élevé que les atomes les plus froids. Ainsi, en abaissant progressivement la fréquence du couteau et en laissant le gaz se thermaliser, il est possible de refroidir le nuage. Les premières mises en œuvre sont décrites dans les références [Petrich *et al.*, 1995, Davis *et al.*, 1995c, Adams *et al.*, 1995], et a permis d'atteindre la condensation de Bose-Einstein [Anderson *et al.*, 1995, Davis *et al.*, 1995b]. Pour atteindre la

condensation de Bose-Einstein, il ne faut pas seulement diminuer la température, il faut aussi augmenter la densité du gaz atomique, pour maximiser la densité dans l'espace des phases D [Dalfovo *et al.*, 1999, Walraven, 2010] :

$$D = n_0 \lambda_T^3 \quad (4.10)$$

où $\lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mkT)}$ est la longueur d'onde thermique de De Broglie et $n_0 = N(m/(2\pi kT))^{3/2}(\omega_x\omega_y\omega_z)$ est la densité pic d'un nuage atomique thermique dans un piège harmonique tridimensionnel. Toujours dans un piège harmonique tridimensionnel, la condensation de Bose-Einstein est atteinte quand $D \simeq 2,612$ [Walraven, 2010]. Expérimentalement il faut maximiser le rapport :

$$D \propto \frac{N}{T^3} \quad (4.11)$$

Les références [Ketterle et Van Druten, 1996, Luiten *et al.*, 1996, Cohen-Tannoudji, 1997] montrent qu'il est possible de perdre des atomes pour refroidir le nuage tout en augmentant la densité dans l'espace des phases. En utilisant les équations de la cinétique des gaz, il est possible de simuler ce processus d'évaporation [Sackett *et al.*, 1997, Yamashita *et al.*, 2003]. La référence [Sackett *et al.*, 1997] simule les trajectoires, les compare aux expériences, et conclue qu'elles sont robustes aux fluctuations des paramètres des rampes radio-fréquences (fréquence et amplitude). La référence [Yamashita *et al.*, 2003] optimise, numériquement, les rampes pour maximiser le nombre d'atomes condensés dans un piège de type Ioffe-Pritchard et montre que la forme optimale est une variation exponentielle de la fréquence suivie d'une variation linéaire à l'apparition du condensat.

4.3.2.1 Chaîne de fréquence pour le couteau

La chaîne de fréquence utilisée pour l'évaporation est schématisée sur la figure 4.15. Elle est inspirée de celle décrite dans la référence [Maussang, 2010]. Elle permet d'envoyer sur une même antenne les signaux issus de deux générateurs. Un premier générateur, dont la fréquence est commandée par une tension analogique, sert à faire toutes les formes de rampes voulues sauf la dernière. Un deuxième générateur, commandé par GPIB, sert pour la dernière rampe d'évaporation. La fréquence finale de cette dernière rampe doit être définie à 1 kHz près et notre commande analogique n'était pas assez précise²⁰.

4.3.2.2 Optimisation de l'évaporation

La figure de mérite pour l'optimisation de l'évaporation est le rapport N/T^3 , qui peut être représenté sur un graphique $\log(T) - \log(N)$ présentant le seuil de condensation $kT_c = \hbar(\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}(N/\zeta(3))^{1/3}$. Notre évaporation se déroule en trois étapes dans trois pièges *dimple*

20. Cela est dû aux glitches des cartes NI ainsi qu'à la masse du réseau électrique qui est particulièrement mauvaise et perturbe les signaux analogiques délivrés par l'ordinateur de commande. Ces deux effets provoquent des perturbations du même ordre de grandeur.

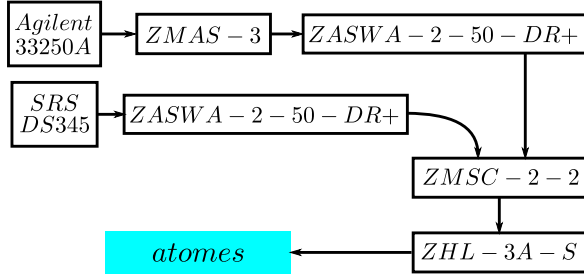


FIGURE 4.15 – Chaîne radio-fréquence utilisée pour le refroidissement par évaporation. Le générateur Agilent 33250A est contrôlé en tension, le SRS DS345 par GPIB, chacun dispose d'un switch ZASWA-2-50-DR+. Les signaux sont recombinaés au niveau du ZMSC-2-2 et amplifiés, par l'amplificateur ZHL-3A-S, jusqu'à 2 W.

différents RF1, RF2 et RF3 (cf figure 4.12). Dans le piège RF1, la fréquence du couteau varie linéairement de 20 à 15 MHz, ce qui permet d'aider l'évaporation déjà observée sans couteau radio-fréquence sur la figure 4.13. Un refroidissement rapide du gaz nécessite une thermalisation rapide, pour cela il faut un taux de collision élastique $\gamma_{col} \propto n_0/T^2$ [Cohen-Tannoudji, 1997] important. Comme ce taux augmente en comprimant le piège, le nuage est transféré dans le piège comprimé RF2 (cf figure 4.12). En pratique nous cherchons à garder $\eta = \omega_{RF}/(kT) > 5$ pour être dans le régime dit d'emballlement, dans lequel le taux de collision élastique et donc l'efficacité du processus de refroidissement augmente quand la température diminue [Davis *et al.*, 1995a, Cohen-Tannoudji, 1997]. Il faut de plus que les atomes thermalisent plus vite qu'ils ne sont perdus par d'autres mécanismes que l'évaporation (collisions avec le gaz résiduel, bruit sur le courant générant le piège magnétique, collisions à trois-corps). Quantitativement cela se traduit dans un piège harmonique par $\gamma_{pertes} < \gamma_{col}/300$ [Cohen-Tannoudji, 1997] où γ_{pertes} est le taux de perte.

Dans le piège RF2, la fréquence de début du couteau est choisie comme étant la fréquence la plus élevée induisant des pertes atomiques et la fréquence de fin de couteau est choisie à environ mi-distance entre la fréquence de départ et la fréquence correspond au champ magnétique au fond du piège²¹. Ensuite la durée de la rampe de fréquence ainsi que les fréquences de fin et de début sont optimisées pour maximiser la figure de mérite. Après la première rampe, une deuxième rampe est ajoutée dont la fréquence de début est celle de la fin du couteau précédent, et la fréquence finale est choisie de la même façon que pour la première rampe²². Après 600 ms d'évaporation, le piège est légèrement décomprimé vers le piège RF3 (cf figure 4.12) ce qui permet de réduire les courants dans la puce et ainsi de limiter la dissipation thermique²³. Pour avoir une évaporation efficace, il faut maintenir un taux de collision élastique suffisant pour permettre la thermalisation du nuage, et maintenir un confinement vertical important afin de minimiser le déplacement du piège, dû à la gravité, par rapport au minimum du champ magnétique [Ketterle et Van Druten, 1996]. Il faut donc que le piège RF3 ne soit pas trop décomprimé. Pour finir l'évaporation, le nuage est transféré dans ce dernier piège. Une seule rampe exponentielle de

21. Les mesures du champ magnétique au fond du piège seront présentées dans le chapitre 6.

22. D'autres rampes peuvent être ajoutées en suivant ce principe.

23. Historiquement, lors de la réalisation de nos premiers condensats le piège RF2 était beaucoup plus raide, i.e. $(\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}/(2\pi) = 2,2$ kHz. Cette décompression avait alors une raison plus fondamentale : diminuer les pertes à trois-corps [Söding *et al.*, 1999]. Depuis une optimisation du nombre d'atomes dans le condensat a été faite, elle a mené à un piège RF2 moins raide.

500 ms suffit alors à atteindre la condensation de Bose-Einstein (cf figure 4.16). La condensation est atteinte, après 1,6 s d'évaporation (dont 250 ms de compression et décompression du piège), avec 10^4 atomes à une température critique d'environ 160 nK. Notons que même si les rampes radio-fréquences dans les pièges RF1 et RF2 sont omises, un condensat est toujours créé mais contient environ deux fois moins d'atomes.

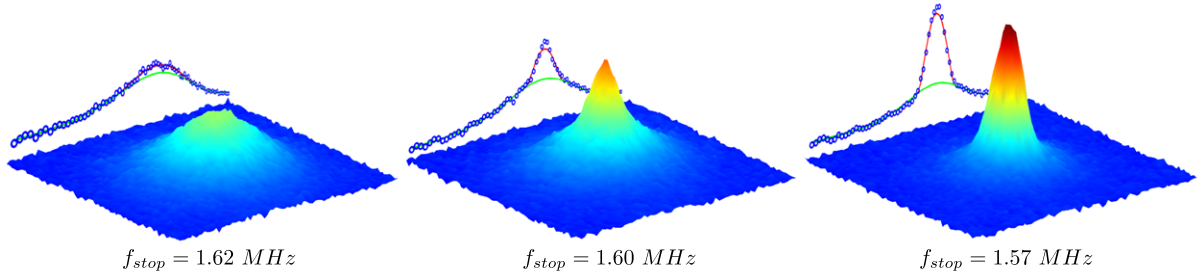


FIGURE 4.16 – *Observation de la transition de phase menant à la condensation de Bose-Einstein : évolution de la densité optique en fonction de la fréquence finale de la rampe radio-fréquence d'évaporation. La condensation apparaît à une température d'environ 160 nK (mesurée dans le piège d'imagerie) avec environ 10^4 atomes.*

4.3.3 Caractérisation du condensat et du piège d'imagerie

Avant les mesures par temps de vol, le piège magnétique est une seconde fois décomprimé, nous obtenons ainsi le piège d'imagerie (cf figure 4.12). Cette décompression adiabatique, faite avec des rampes dont les dérivées première et seconde sont nulles au début et à la fin, permet de conserver la densité dans l'espace des phases tout en diminuant la température du nuage [Walraven, 2010]. Diminuer la température du gaz permet de ralentir l'expansion des parties thermiques et condensées du nuage et donc de garder une densité optique au-dessus du bruit de détection pour des temps de vol long. Ainsi, les fractions condensée et thermique du nuage sont mieux visibles lors de ces temps de vol et il est plus aisé de distinguer la structure bi-modale du nuage (cf figure 4.16).

Une fois le condensat obtenu dans le piège d'imagerie, nous cherchons à caractériser l'ensemble. Tout d'abord, le champ magnétique au fond du piège a déjà été mesuré. Il vaut 2,45 G (voir la figure 6.2.a du chapitre 6). Les fréquences du piège sont mesurées en mettant le nuage en mouvement. Pour cela, la décompression vers le piège d'imagerie (cf figure 4.12) est faite dans un temps court par rapport aux fréquences du piège, environ 5 ms, puis la position du centre du nuage est mesurée après un temps de vol fixe en fonction du temps passé dans le piège d'imagerie. Les données sont tracées sur la figure 4.17. Dans la direction verticale de la caméra, qui est confondue avec l'axe propre vertical du piège, une seule fréquence d'oscillation est observée (cf figure 4.17.a). La direction horizontale du capteur de la caméra n'est en revanche colinéaire avec aucun des axes propres horizontaux du piège. La projection sur le plan de détection des oscillations suivant ces deux axes propres se traduit par la superposition de deux

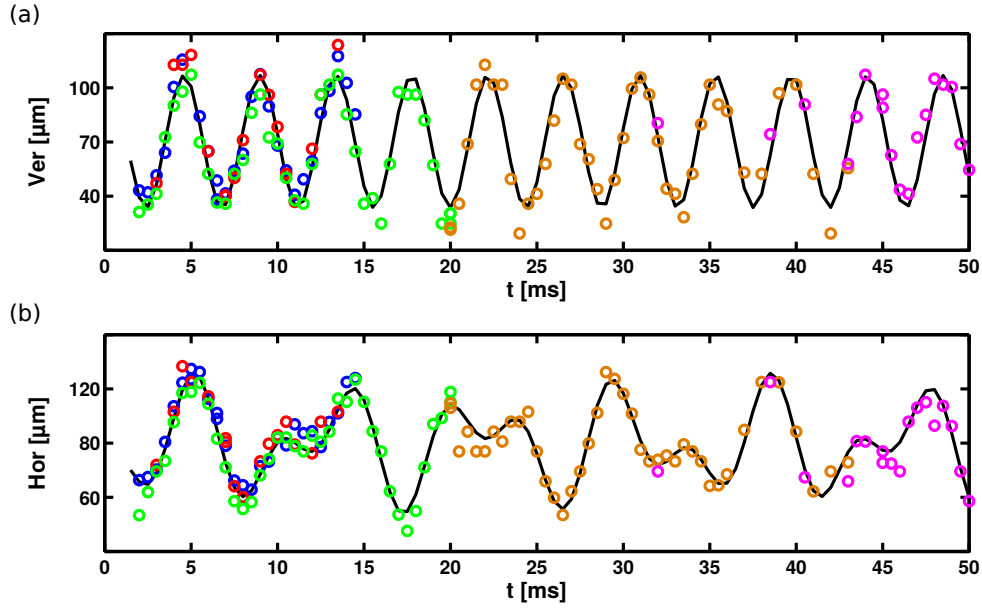


FIGURE 4.17 – Oscillations du nuage dans le piège magnétique d'imagerie. Les couleurs différentes correspondent à des données prises sur différentes journées. (a) dans la direction verticale, les données sont ajustées avec la fonction $A \sin(2\pi f t + \phi) + B$, où $A = 33,3 \mu\text{m}$, $f = 228 \text{ Hz}$, $\phi = 7,6 \text{ rad}$ et $B = 71,3 \mu\text{m}$. (b) dans la direction horizontale, les données sont ajustées avec la fonction $A_1 \sin(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_2 \sin(2\pi f_2 t + \phi_2) + B$, où $A_1 = 19,4 \mu\text{m}$, $A_2 = 16,4 \mu\text{m}$, $f_1 = 120 \text{ Hz}$, $f_2 = 210 \text{ Hz}$, $\phi_1 = 10,4 \text{ rad}$, $\phi_2 = 0,94 \text{ rad}$ et $B = 79 \mu\text{m}$.

sinusoïdes sur la figure 4.17.b. Nous en déduisons les fréquences du piège d'imagerie suivantes : $(f_x, f_y, f_z) = (120, 210, 228) \text{ Hz}$. Bien que le champ généré par les fils de la puce soit aisément calculable en connaissant les courants (cf annexe A.5), le champ de biais au niveau des atomes est mal connu (norme et direction) car des champs magnétiques résiduels de l'ordre du Gauss, dus en majeure partie à la pompe ionique, sont présents et faussent le calcul du champ de biais à partir de la géométrie des bobines (cf annexe A.2). Pour remédier à cela, il est possible d'étalonner les champs de biais de la simulation en utilisant les résultats expérimentaux suivants : la valeur du champ magnétique au fond du piège et les fréquences propres du piège.

Une fois les fréquences du piège connues, l'évolution de la taille et de la densité optique maximum du condensat est mesurée en fonction du temps de vol. Les données sont tracées sur la figure 4.18. L'évolution de la taille du condensat en fonction du temps de vol peut être modélisée à l'aide de l'équation (C.18). Comme les fréquences du piège ont déjà été mesurées, il reste seulement deux paramètres libres pour modéliser les données de la figure 4.18.a : le nombre d'atomes N et l'angle entre l'axe du faisceau de détection et les axes propres du piège dans le plan horizontal θ (cf annexe C). L'angle θ n'est pas nul comme nous avons déjà pu le voir lors de la mesure des fréquences du piège. L'ajustement des données, par les équations (C.21) et (C.22), donne $N = 11,8 \cdot 10^3$ atomes et $\theta = 16^\circ$. Nous ne pouvons pas vérifier directement la valeur de cet angle car, pour cela il faudrait disposer d'une caméra imageant le plan contenant la rotation d'angle θ . Moyennant un étalonnage de la simulation numérique, il serait possible de vérifier la valeur de l'angle θ . Le nombre d'atomes ajusté correspond à une température critique de condensation, donnée dans le piège d'imagerie, de 175 nK. Cette valeur est en bon accord avec

la température de 160 nK déterminés sur la partie thermique d'un nuage ayant environ 20 % d'atomes condensés.

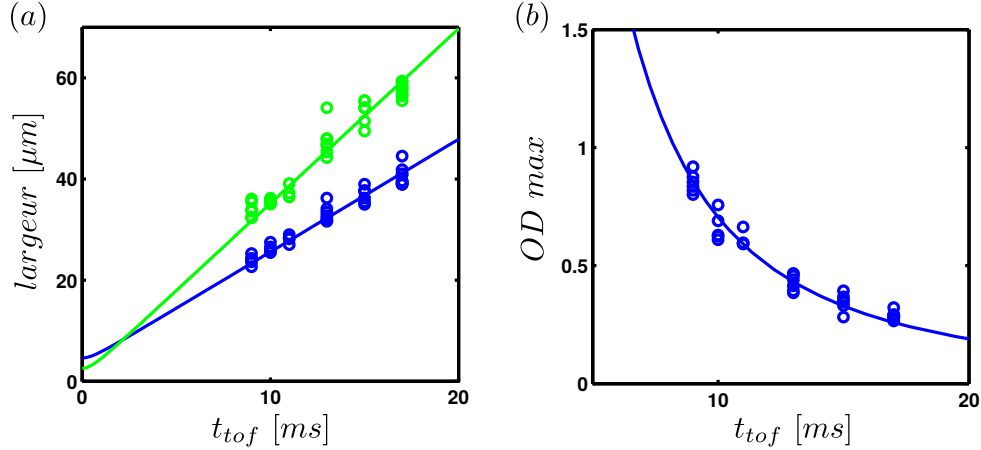


FIGURE 4.18 – (a) évolution de la taille du condensat [μm] dans les deux directions imagées par la caméra en fonction du temps de vol t_{tof} [ms], vert : axe vertical, bleu : axe horizontal. (b) évolution du maximum de la densité optique en fonction du temps de vol t_{tof} [ms]. Les cercles sont les données expérimentales, les lignes sont un ajustement à l'aide de l'équation (C.25) décrivant l'évolution de la densité optique (voir texte).

Nous travaillons à une intensité petite devant l'intensité de saturation, typiquement, sur les images prises, le second terme de l'équation (4.6) est négligeable, il vaut environ 1 % du premier. La densité optique est alors proportionnelle à la section efficace d'absorption. Le nombre d'atomes, l'angle θ et l'évolution de la taille du condensat étant connus d'après l'ajustement précédent, il est possible d'estimer la section efficace d'absorption sur les mesures du maximum de la densité optique de la figure 4.18.b. Nous trouvons une section efficace d'absorption de $0,68 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2$.

Bien qu'un champ magnétique de quantification soit présent dans la direction du faisceau de détection pour induire le plus possible de transitions σ^+ et ainsi d'augmenter la section efficace [Steck, 2003b], le champ résiduel déjà évoqué dans les paragraphes précédents a pour effet de modifier la direction du champ de quantification et ainsi de permettre les transition π et σ^- . De plus il est possible que la polarisation du laser de détection ne soit pas parfaitement σ^+ . Nous nous attendions à une section efficace entre, $1,35 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2$, c'est à dire la section efficace d'absorption pour un faisceau à résonance sur la transition $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle \leftrightarrow |5^2P_{3/2}, F'=3\rangle$ avec une polarisation isotrope (c'est à dire induisant autant de transition π , σ^+ et σ^-) [Steck, 2003b] et $2,9 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2$, celle avec une polarisation σ .

Plusieurs hypothèses peuvent être évoquées pour expliquer la faiblesse de la valeur mesurée :

i) Si le faisceau n'est pas bien accordé avec la résonance, la section efficace est alors diminuée d'un facteur $1 + 4(\delta/\Gamma)^2$ où δ est le désaccord et Γ la largeur de la transition. Typiquement un désaccord de 3 MHz provoque une chute de la section efficace de 50 %.

ii) Les erreurs sur la polarisation du laser et sur la direction du champ de quantification, autorisent les transitions π et σ^- , mais en nombre plus faible que les σ^+ . La fréquence du laser

de détection étant réglé pour maximiser le signal d'absorption, c'est-à-dire à résonance sur la transition entre $|F = 2, m_F = 2\rangle$ et $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$. Si un atome fait une série de transitions π et σ^- il n'est alors plus à résonance avec le laser de détection car pour le champ de quantification utilisé la séparation entre $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ et $|F' = 3, m_{F'} = -3\rangle$ est supérieure à la largeur naturelle de la transition de détection.

iii) Le condensat n'est pas parfaitement au repos dans le piège d'imagerie et des oscillations de sa taille sont présentes et ont pour effet de faire osciller le maximum de sa densité. Si, au moment de la mesure, la densité du condensat ne correspond pas à sa valeur au repos, alors, comme nous avons utilisé valeur au repos de la densité d'un condensat pour décrire les données de la figure 4.18.b, nous surestimons ou sous-estimons la valeur de la section efficace d'absorption.

En pratique, les trois effets peuvent être présents. Nous avons tenté, sans succès, de varier la fréquence de la détection ainsi que la direction du champ de quantification pour maximiser le signal d'absorption et ainsi se ramener au cas où seules les transitions σ^+ sont permises.

4.4 Conclusion du chapitre

Dans une première partie de ce chapitre, nous avons présenté les différentes parties du premier dispositif expérimental réalisé à Thales Research and Technology, pour atteindre la condensation de Bose-Einstein : la source laser, l'enceinte à vide, la génération des champs (ac et dc) magnétiques et des pièges ainsi que le système de détection des deux états fondamentaux hyperfins.

Dans les deux parties suivantes, nous avons exposé le refroidissement mis en œuvre (piège magnéto-optique à deux dimensions, piège magnéto-optique à trois dimensions, mélasse optique, pompage optique, transfert magnétique sur puce atomique et refroidissement par évaporation radio-fréquence) ainsi que les réglages les plus importants pour le faire fonctionner.

Ce chapitre est conclu par une caractérisation du condensat obtenu ($N \sim 10^4$ atomes et $T_c \sim 170$ nK) ainsi que du piège d'imagerie. Ce dispositif expérimental sera utilisé dans les deux chapitres suivants pour le transfert par *stimulated Raman adiabatic passage* (chapitre 5) et pour l'étude du contraste des franges de Ramsey en fonction de la symétrie des pièges (chapitre 6).

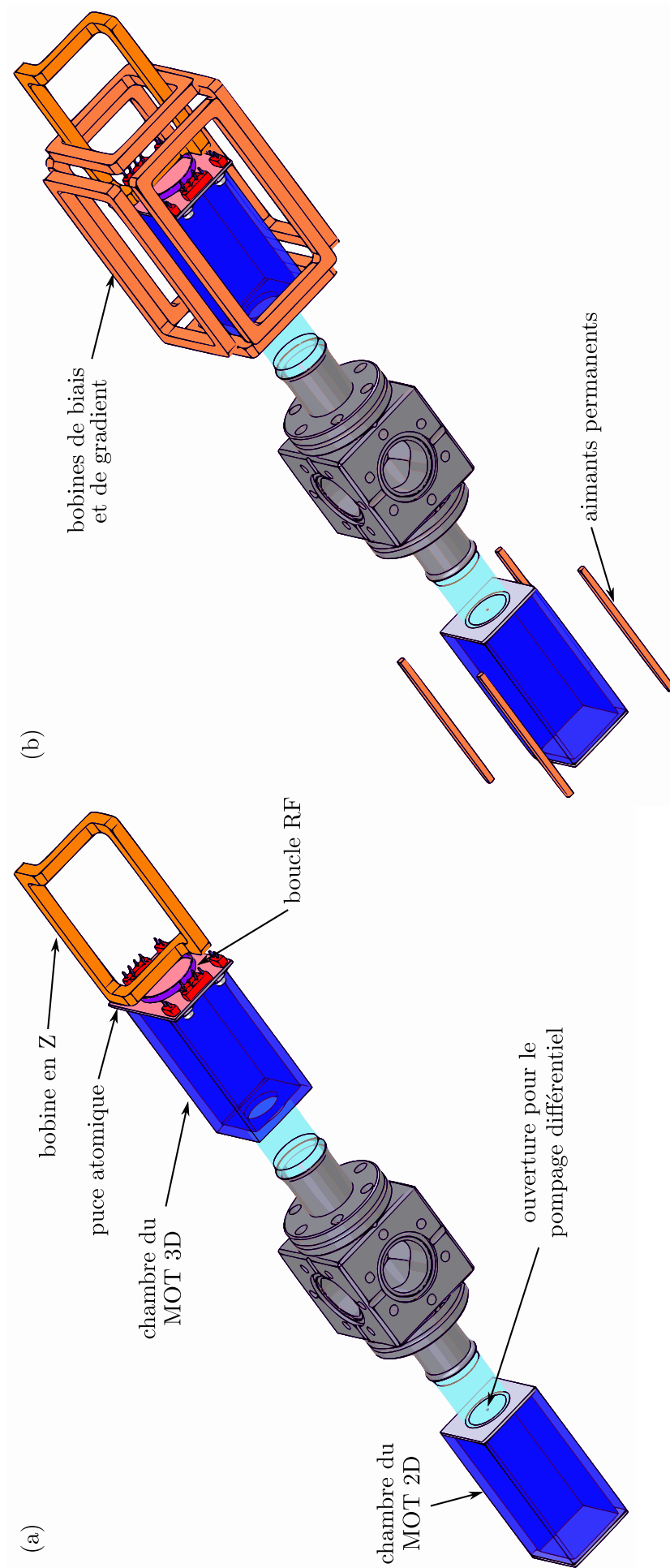


FIGURE 4.19 – Vue d'ensemble de l'enceinte à vide, des aimants et des bobines utilisés pour générer les champs magnétiques. (a) sont représentées les deux cellules en verres du MOT 3D (upper cell) et du MOT 2D (lower cell) ainsi que la puce atomique, l'antenne radio-fréquence et la bobine en Z. (b) position des aimants permanents par rapport à la cellule de MOT 2D, des bobines de champ de biais et de gradient par rapport à la cellule du MOT 3D.

Stimulated Raman adiabatic passage

Dans les expériences d'interférométrie atomique avec du Rubidium piégé magnétiquement [Böhi *et al.*, 2009, Rosenbusch, 2009], il est préférable d'utiliser les deux niveaux Zeeman $|F = 2, m_F = 1\rangle$ et $|F = 1, m_F = -1\rangle$ car pour un champ magnétique d'environ 3,23 G, ils ont le même déplacement magnétique [Harber *et al.*, 2002]. Pour cette valeur du champ magnétique, ils voient donc le même potentiel. Comme décrit dans la section 2.2, et comme nous l'observerons expérimentalement dans le chapitre 6, cela permet de longs temps de cohérence pour les franges de Ramsey [Treutlein *et al.*, 2004].

Le processus de refroidissement mis en place sur notre expérience prépare les atomes dans l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$ (cf section 4.3). Il est donc nécessaire de mettre en place une méthode de transfert efficace vers un des deux états de l'interféromètre. Nous avons choisi de transférer les atomes vers l'état $|F = 2, m_F = 1\rangle$ en utilisant une technique connue sous le nom de *Stimulated Raman Adiabatic Passage* (STIRAP) [Cohen-Tannoudji, 1992, Vitanov *et al.*, 2001b, Gaubatz *et al.*, 1990, Vitanov *et al.*, 2016].

Le transfert de $|2, 2\rangle$ vers $|2, 1\rangle$ avec une impulsion π radio-fréquence n'est pas possible car tous les niveaux $|2, m_F\rangle$ sont séparés de la même fréquence (de presque la même fréquence en tenant compte des corrections de Breit-Rabi) et ils seraient donc tous peuplés. Il est envisageable de réaliser, à la suite, deux impulsions π à environ 6,8 GHz pour transférer les atomes de $|2, 2\rangle$ vers $|1, 1\rangle$, puis de $|1, 1\rangle$ vers $|2, 1\rangle$. Comme le niveau $|1, 1\rangle$ est anti-piégé, les deux impulsions doivent être très rapides pour ne pas perdre tous les atomes. Les puissances micro-ondes typiquement disponibles correspondent à une fréquence de Rabi d'environ 50 kHz, ce qui ne permet pas d'aller assez vite. De plus ces deux transitions sont très sensibles aux fluctuations du champ magnétique, respectivement 2,1 MHz/G et 1,4 MHz/G. Pour un bruit magnétique typique de 10 mG sans blindage magnétique, cette sensibilité fait varier les fréquences de transition atomique

de, respectivement, 21 kHz et 14 kHz. Expérimentalement les impulsions π ne réaliseront donc jamais un transfert complet [Shore *et al.*, 1992].

En utilisant deux champs micro-ondes il est possible de faire des transitions à deux photons entre les niveaux $|2, 2\rangle$ et $|2, 1\rangle$ avec le niveau intermédiaire $|1, 1\rangle$. Ce protocole, qui sera décrit en détails dans le chapitre 6, est efficace si les deux désaccords des deux champs par rapport aux deux transitions qu'ils pilotent sont égaux (cf $\delta_1 = \delta_2$ sur la figure 5.2). Par contre, le désaccord à un photon $\Delta = (\delta_1 + \delta_2)/2$ doit rester suffisamment grand pour limiter la population de l'état intermédiaire $|1, 1\rangle$ [Gentile *et al.*, 1989] qui induit des pertes atomiques par son caractère anti-piégé. Quand cette dernière condition est satisfaite, ce processus est équivalent à une transition à un photon de fréquence de Rabi effective $\Omega_{eff} = \Omega_1\Omega_2/(2|\Delta|)$. Une simple impulsion π à deux photons ne peut pas être utilisée, en raisons des fluctuations du champ magnétique déjà évoquées. Par contre un passage adiabatique à travers la résonance [Oreg *et al.*, 1984] peut être réalisé mais sur une échelle de temps grande devant $1/\Omega_{eff}$. En comparaison le STIRAP qui utilise deux champs micro-ondes résonnants, permet un transfert plus rapide en un temps de l'ordre de $1/\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$ [Carroll et Hioe, 1990]. En effet typiquement $\Omega_1 \sim \Omega_2 \sim \Omega$ et pour limiter la population dans l'état intermédiaire dans le premier protocole $|\Delta| \sim 10\Omega$ ainsi $1/\Omega_{eff} \sim 20/\Omega$ et $1/\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \sim 1/(\sqrt{2}\Omega)$.

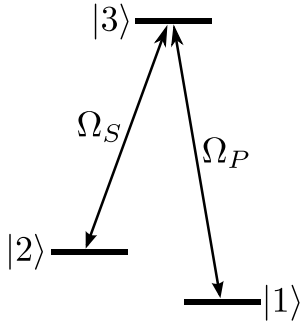


FIGURE 5.1 – *Système en Λ utilisé dans le transfert par stimulated Raman adiabatic passage. Les atomes sont initialement dans $|1\rangle$. Les niveaux $|1\rangle$ et $|3\rangle$ sont couplés par le champ pompe de fréquence de Rabi Ω_P . Les niveaux $|2\rangle$ et $|3\rangle$ sont couplés par le champ Stokes de fréquence de Rabi Ω_S .*

Avant de poursuivre et d'y revenir plus tard dans ce chapitre, donnons brièvement aux lecteurs le principe de fonctionnement du STIRAP. Considérons un système à trois niveaux en Λ comme sur la figure 5.1 et utilisons les notations de cette figure. Le STIRAP permet de transférer les atomes de l'état $|1\rangle$ vers $|2\rangle$ tout en utilisant deux champs résonnants, appelés Stokes et pompe sur la figure 5.1. Ce transfert repose sur l'allumage et l'extinction dans l'ordre contre intuitif des deux champs (allumage du Stokes puis de la pompe), il permet ainsi un suivi adiabatique de l'état noir $\Omega_P |2\rangle - \Omega_S |1\rangle$ sans peupler l'état intermédiaire $|3\rangle$.

Après une brève introduction aux différentes applications du STIRAP, nous développons un modèle utilisant des équations de Bloch optiques pour décrire le STIRAP dans notre système en incluant les pertes et les gains d'atomes. Ensuite nous décrivons le protocole expérimental ainsi que les résultats en termes d'efficacité de transport. Le chapitre se terminera par une discussion physique pour expliquer pourquoi il est nécessaire d'avoir des désaccords à un et à deux photons non nuls pour maximiser l'efficacité de transfert.

5.1 Un bref état de l'art

Le STIRAP a été inventé pour permettre l'étude de la dynamique des collisions entre molécules. En effet celui-ci nécessite d'exciter un jet d'atomes d'un niveau vibrationnel peuplé thermiquement à un et un seul niveau vibrationnel excité non-peuplé au départ [Bergmann *et al.*, 2015]. La première démonstration expérimentale a été faite sur un jet de dimers de sodium [Gaubatz *et al.*, 1988, Gaubatz *et al.*, 1990] et a été décrite théoriquement en termes d'atomes habillés [Kuklinski *et al.*, 1989].

Depuis de nombreuses revues sur le sujet ont été publiées [Bergmann *et al.*, 1998, Vitanov *et al.*, 2001b, Vitanov *et al.*, 2001a, Shore, 2008, Shore, 2013, Bergmann *et al.*, 2015, Vitanov *et al.*, 2016]. La dernière en date [Bergmann *et al.*, 2015] présente les différentes applications du STIRAP, et la référence [Shore, 2013] décrit la pré-histoire du STIRAP, c'est-à-dire tous les éléments qui ont permis d'aboutir à la découverte de ce protocole. Le cours [Cohen-Tannoudji, 1992] présente la description théorique du transfert dans un système en Λ et constitue une très bonne introduction avant la lecture de la très nombreuse littérature théorique sur le STIRAP.

Le STIRAP a été réalisé :

- i) dans un système à trois niveaux en forme de Λ , d'échelle ou de V [Gaubatz *et al.*, 1990, Külz *et al.*, 1996, Kaufmann *et al.*, 2001] ;
- ii) dans un système à quatre niveaux en forme de tripode, c'est un système en Λ avec une jambe en plus [Vewinger *et al.*, 2003] ;
- iii) dans un système en forme de selle de cheval, straddle-STIRAP, c'est un système à cinq niveaux ou plus en forme de M [Goldner *et al.*, 1994, Vitanov *et al.*, 1998, Danzl *et al.*, 2010, Kamsap *et al.*, 2013].

Originellement le STIRAP était réalisé avec deux excitations à un photon dans le domaine optique. Pour pallier au manque de laser dans l'ultra-violet, il a été proposé d'utiliser des excitations à deux photons [Yatsenko *et al.*, 1998, Guérin *et al.*, 1998] ce qui a été démontré expérimentalement dans l'hélium avec une transition de pompe à deux photons et une transition stokes à un photon [Böhmer *et al.*, 2001]. Cette technique manque de robustesse en raison des variations de la puissance de pompe provoquant un déplacement lumineux non-constant pendant le transfert, empêchant de satisfaire, à chaque instant, la condition de résonance Raman [Bergmann *et al.*, 2015] qui, comme nous le verrons, est très importante pour un transfert efficace.

Suivant la proposition de [Marte *et al.*, 1991], le STIRAP a aussi été utilisé pour réaliser des fonctions d'optique atomique telles que des miroirs avec transfert d'impulsions ($8\hbar k$) pour du césium [Westbrook *et al.*, 1993, Goldner *et al.*, 1994] ou des séparatrices en interrompant le transfert au milieu, toujours avec transfert d'impulsions ($6\hbar k$), pour de l'hélium méta-stable [Lawall et Prentiss, 1994]. Des transfert d'impulsion de $140\hbar k$ ont été démontrés [Weitz *et al.*, 1994] ayant permis la réalisation d'interféromètres avec une grande distance de

séparation [Weitz *et al.*, 1994]. Des protocoles plus élaborés, permettant la réalisation de séparatrices variables, ont aussi été décrits et démontrés expérimentalement [Vewinger *et al.*, 2003, Vewinger *et al.*, 2007b, Vewinger *et al.*, 2007a] sur un faisceau d'atomes de néon. Ce protocole utilise un système tripode (ou Λ avec trois jambes), deux états des trois de plus basses énergies étant considérés comme la cible du transfert. En fin de transfert l'état du système est donc une superposition de ces deux états cibles. En modulant le ratio entre les deux fréquences de Rabi habillant ces deux états, il est possible de modifier le poids de ces deux états cibles dans l'état final.

Le STIRAP a aussi été proposé [Parkins *et al.*, 1993] et utilisé [Henrich *et al.*, 2000] pour créer des superpositions d'états nombres dans le domaine optique. Pour cela le champ de pompe est un laser et le champ de stockes est le champ vide d'une cavité. Cela a permis de réaliser des sources de photon unique [Kuhn *et al.*, 2002].

La manipulation d'ions de Calcium a aussi été réalisée par STIRAP [Sørensen *et al.*, 2006], permettant la manipulation de qubit par STIRAP [Møller *et al.*, 2007]. Plus récemment le STIRAP utilisant un habillage micro-onde a été introduit toujours pour permettre la manipulation de qubit dans des ions d'ytterbium [Timoney *et al.*, 2011, Webster *et al.*, 2013, Randall *et al.*, 2015].

Les techniques de refroidissement laser d'atomes n'étant pas directement applicables aux molécules, il est possible de refroidir des atomes afin de les utiliser pour créer des molécules. De telles molécules peuvent être créées en utilisant le STIRAP [Drummond *et al.*, 2002, Kuznetsova *et al.*, 2009]. Ainsi les molécules suivantes ont pu être créées : Rb_2 [Winkler *et al.*, 2005], Cs_2 [Danzl *et al.*, 2010], RbCs [Debatin, 2013, Takekoshi *et al.*, 2014].

Le STIRAP a aussi des applications dans les problèmes de transport d'atomes. La référence [Eckert *et al.*, 2004] décrit le transfert d'atomes neutres entre différents pièges optiques. La référence [Graefe *et al.*, 2006] inclut la dynamique non linéaire d'un condensat pour traiter le problème du transfert entre pièges. Le transport d'un condensat de Bose-Einstein de lithium est investigué théoriquement dans la référence [Rab *et al.*, 2008]. La référence [Nesterenko *et al.*, 2009] s'intéresse à la phase géométrie accumulée lors du transport entre pièges.

Des applications hors de la physique atomique existent aussi, par exemple pour le transfert du champ optique entre différents guides d'ondes [Longhi, 2006, Longhi *et al.*, 2007, Longhi, 2009]. Le STIRAP sert alors à la réalisation de coupleurs. Le couplage, via le dipôle électrique, entre les états électroniques est alors remplacé par le couplage évanescent entre deux guides et la modulation temporelle du couplage est faite en variant la distance de séparation entre les guides.

5.2 Stimulated Raman adiabatic passage

Dans cette partie nous dérivons l'hamiltonien utilisé pour décrire le STIRAP en détaillant les approximations utilisées, en particulier celle de l'onde tournante car elle nous resservira, dans

le chapitre 6 pour discuter des oscillations de Rabi à deux photons. Ce formalisme permettra de décrire le principe du STIRAP pour un système sans pertes et gains d'atomes. Enfin les différentes sources de pertes atomiques seront ajoutées au modèle en décrivant le système par un opérateur densité. Nous discuterons aussi des corrections de champ moyen dues à l'utilisation d'un condensat de Bose-Einstein. Nous verrons qu'elles sont négligeables dans notre cas.

5.2.1 Description théorique du STIRAP sans pertes

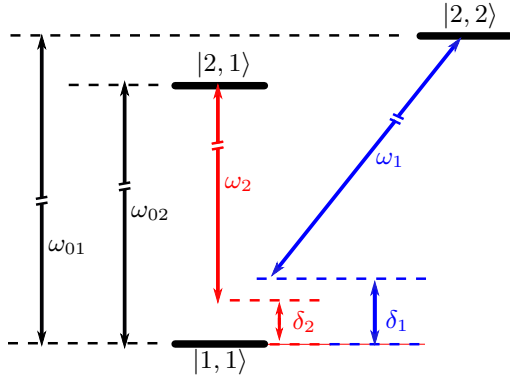


FIGURE 5.2 – Niveaux du Rubidium 87 impliqués dans le processus de STIRAP, formant un système en Λ renversé. Nous notons : $|F=2, m_F=2\rangle = |e_1\rangle$, $|F=2, m_F=1\rangle = |e_2\rangle$ et $|F=1, m_F=1\rangle = |g\rangle$. Nous définissons le désaccord à un photon : $\Delta = (\delta_1 + \delta_2)/2$ et à deux photons : $\delta = \delta_1 - \delta_2$.

Nous présentons dans cette partie la dérivation de l'hamiltonien habillé du STIRAP sans pertes en utilisant un formalisme semi-classique.

5.2.1.1 Approximation de l'onde tournante et transformation unitaire

Considérons les trois niveaux de la figure 5.2, et notons ϵ_i l'énergie (en unité de fréquence) du niveau $|e_i\rangle$ et ϵ_g celle du niveau $|g\rangle$. Les niveaux $|e_i\rangle$ et $|g\rangle$ sont couplés par une onde de fréquence ω_i induisant une fréquence de Rabi Ω_i . L'hamiltonien semi-classique du système s'écrit dans la base $\{|e_1\rangle, |g\rangle, |e_2\rangle\}$:

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} \epsilon_1 & \Omega_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) & 0 \\ \Omega_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) & \epsilon_g & \Omega_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \\ 0 & \Omega_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) & \epsilon_2 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

ϕ_i est la phase de l'onde de fréquence ω_i , dans le cas général elle peut dépendre du temps t . Nous décrivons l'état de notre système par le ket $|\Psi(t)\rangle = c_1(t)e^{-i\epsilon_1 t}|e_1\rangle + c_g(t)e^{-i\epsilon_g t}|g\rangle + c_2(t)e^{-i\epsilon_2 t}|e_2\rangle$, cela est équivalent au passage en représentation d'interaction dans la partie 2.2.1. L'équation de Schrödinger avec l'hamiltonien et le ket précédent donne les trois équations différentielles couplées suivantes :

$$i\dot{c}_1 = \frac{\Omega_1}{2} \left(e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} \right) c_g e^{-i(\epsilon_g - \epsilon_1)t} \quad (5.2)$$

$$i\dot{c}_g = \frac{\Omega_1}{2} \left(e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} \right) c_1 e^{-i(\epsilon_1 - \epsilon_g)t} + \frac{\Omega_2}{2} \left(e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} + e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \right) c_2 e^{-i(\epsilon_2 - \epsilon_g)t} \quad (5.3)$$

$$i\dot{c}_2 = \frac{\Omega_2}{2} \left(e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} + e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \right) c_g e^{-i(\epsilon_g - \epsilon_2)t} \quad (5.4)$$

Avant de procéder à l'approximation de l'onde tournante (RWA), qui consiste à négliger les termes non-résonants en $\omega_i + \omega_{0i}$ pour ne garder que ceux résonant en $\omega_i - \omega_{0i}$, il convient de distinguer l'ordre énergétique des différents niveaux atomiques en jeux pour définir de façon positive les fréquences des transitions atomiques. Dans le cas de notre STIRAP dans un système en Λ renversé (cf figure 5.2), nous définissons donc les fréquences des deux transitions par $\omega_{01} = \epsilon_1 - \epsilon_g$ et $\omega_{02} = \epsilon_2 - \epsilon_g$. Après l'approximation RWA, nous aboutissons donc à l'hamiltonien suivant :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 e^{-i(\delta_1 t + \phi_1)} & 0 \\ \Omega_1 e^{i(\delta_1 t + \phi_1)} & 0 & \Omega_2 e^{i(\delta_2 t + \phi_2)} \\ 0 & \Omega_2 e^{-i(\delta_2 t + \phi_2)} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

où les $\delta_i = \omega_i - \omega_{0i}$ sont les désaccords. Pour aboutir à un hamiltonien indépendant du temps, nous effectuons la transformation unitaire $\hat{H}_{stirap} \leftarrow \hat{U} \hat{H} \hat{U}^\dagger + i\hbar \frac{d\hat{U}}{dt} \hat{U}^\dagger$ avec l'opérateur unitaire $\hat{U} = \text{diag}(e^{i(\delta_1 t + \phi_1)}, 1, e^{i(\delta_2 t + \phi_2)})$:

$$\hat{H}_{stirap} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -2\dot{\phi}_1 - 2\delta_1 & \Omega_1 & 0 \\ \Omega_1 & 0 & \Omega_2 \\ 0 & \Omega_2 & -2\dot{\phi}_2 - 2\delta_2 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

5.2.1.2 Principe du STIRAP

Considérons le cas où les deux ondes utilisées sont de fréquence constante (i.e. $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = 0$) et introduisons les désaccords à un photon : $\Delta = (\delta_1 + \delta_2)/2$ et à deux photons : $\delta = \delta_1 - \delta_2$. L'hamiltonien du STIRAP s'écrit donc dans la base $\{|e_1\rangle, |g\rangle, |e_2\rangle\}$:

$$\hat{H}_{stirap} = \underbrace{\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -2\Delta & \Omega_1 & 0 \\ \Omega_1 & 0 & \Omega_2 \\ 0 & \Omega_2 & -2\Delta \end{pmatrix}}_{\hat{H}_0} + \underbrace{\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta \end{pmatrix}}_{\hat{W}} \quad (5.7)$$

\hat{H}_0 se retrouve dans la littérature pour décrire le STIRAP [Bergmann *et al.*, 1998, Vitanov *et al.*, 2001b, Cohen-Tannoudji, 1992] avec un formalisme d'atome habillé.

La réalisation d'un transfert STIRAP sans peupler l'état intermédiaire $|g\rangle$ implique de satisfaire la condition de résonance Raman (i.e. $\delta = 0$). Intéressons-nous donc aux éléments propres de \hat{H}_0 . Ces états propres sont [Cohen-Tannoudji, 1992] :

$$|0^{(0)}\rangle = \frac{1}{\Omega_0} [\Omega_2 |e_1\rangle - \Omega_1 |e_2\rangle] \quad (5.8)$$

$$|-^{(0)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_0^2 + (\Delta - \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2})^2}} \left[\Omega_1 |e_1\rangle + \left(\Delta - \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} \right) |g\rangle + \Omega_2 |e_2\rangle \right] \quad (5.9)$$

$$|+^{(0)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_0^2 + (\Delta + \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2})^2}} \left[\Omega_1 |e_1\rangle + \left(\Delta + \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} \right) |g\rangle + \Omega_2 |e_2\rangle \right] \quad (5.10)$$

associés aux énergies habillées suivantes [Cohen-Tannoudji, 1992] :

$$E_0^{(0)} = -\hbar\Delta \quad (5.11)$$

$$E_-^{(0)} = \frac{\hbar}{2} \left[-\Delta - \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} \right] \quad (5.12)$$

$$E_+^{(0)} = \frac{\hbar}{2} \left[-\Delta + \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} \right] \quad (5.13)$$

où nous avons noté $\Omega_0^2 = \Omega_1^2 + \Omega_2^2$.

L'état propre $|0^{(0)}\rangle$ a une structure remarquable, il ne contient pas l'état intermédiaire $|g\rangle$ [Cohen-Tannoudji, 1992, Gaubatz *et al.*, 1990]. Le STIRAP repose sur cette dernière remarque : ainsi il consiste à suivre adiabatiquement cet état. La séquence typique du STIRAP [Gaubatz *et al.*, 1990, Vitanov et Stenholm, 1997] commence avec $\Omega_1 \ll \Omega_2$, impliquant $|0^{(0)}\rangle \simeq |e_1\rangle$, le champ Ω_2 n'étant pas résonnant avec l'état atomique au début du STIRAP son allumage ne perturbe pas le nuage. Ensuite le champ Ω_1 est progressivement allumé tandis que le champ Ω_2 est progressivement éteint, impliquant $|0^{(0)}\rangle \simeq |e_2\rangle$ à la fin de la séquence du STIRAP. La réalisation du suivi adiabatique implique de varier lentement les fréquences de Rabi Ω_1 et Ω_2 . La condition de suivi adiabatique¹ pour l'évolution de l'hamiltonien \hat{H}_{stirap} doit être vérifiée localement, c'est-à-dire à chaque instant t , elle s'écrit sous la forme [Cohen-Tannoudji, 1992, Bergmann *et al.*, 1998] :

$$\left| \frac{\dot{\Omega}_1\Omega_2 - \Omega_1\dot{\Omega}_2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \right| \ll \frac{E_0 - E_{\pm}}{\hbar} \quad (5.14)$$

où E_0 et E_{\pm} sont les énergies propres de l'hamiltonien \hat{H}_{stirap} . Cette condition peut s'écrire globalement en l'intégrant sur la durée τ du transfert STIRAP. En considérant les impulsions suivantes : $\Omega_1(t) = \Omega_0 \cos(\pi t/(2\tau))$ et $\Omega_2(t) = \Omega_0 \sin(\pi t/(2\tau))$, la condition de suivi adiabatique globale s'écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} - |\Delta|} \ll \tau \quad (5.15)$$

Bien que cette condition soit utile pour vérifier les ordres de grandeurs des paramètres expérimentaux, sa vérification ne garantit pas celle de la condition locale et, comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre, elle ne garantit pas la réalisation d'un transfert STIRAP efficace.

Pour comprendre l'importance de la condition de résonance Raman écartons nous légèrement de celle-ci en considérant un désaccord à deux photons δ non nul. Nous calculons la modification de l'état noir $|0^{(0)}\rangle$ à l'ordre 1 de la théorie des perturbations (\hat{W} est la perturbation) :

$$|0^{(1)}\rangle = -\frac{4\delta\Omega_2\Omega_1^2\Delta}{\Omega_0^5} |e_1\rangle - \frac{4\delta\Omega_2^2\Omega_1\Delta}{\Omega_0^5} |e_2\rangle + \frac{2\delta\Omega_2\Omega_1}{\Omega_0^3} |g\rangle \quad (5.16)$$

1. Dans notre publication sur le STIRAP nous avons écrit la condition de suivi adiabatique au carré, c'est une coquille.

où le petit paramètre de la théorie des perturbations est :

$$\frac{|\delta|}{\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} - |\Delta|} \ll 1 \quad (5.17)$$

i.e. l'énergie $\hbar|\delta|$ est petite devant toutes les différences entre les énergies propres de \hat{H}_0 . Il apparaît donc une contamination de l'état noir $|0^{(0)}\rangle$ par l'état intermédiaire $|g\rangle$. Cela justifie bien l'importance de la condition de résonance Raman (i.e. $\delta = 0$) pour réaliser un STIRAP sans peupler l'état intermédiaire $|g\rangle$. Dans notre cas, l'état intermédiaire n'est pas piégé, cette contamination engendre donc des pertes dans notre système. Ces pertes sont purement mécaniques et n'ont pas pour origine des désexcitations radiatives de l'état intermédiaire comme dans les premières expériences de STIRAP [Gaubatz *et al.*, 1990].

5.2.1.3 Déplacement de champ moyen dans le STIRAP

La source atomique utilisée est un condensat de Bose-Einstein, il faut donc rajouter dans l'hamiltonien (5.7) les termes de champ moyen qui vont déplacer les énergies des trois niveaux en jeux dans le STIRAP. Lors du processus de transfert, la densité atomique dans les différents états varie temporellement. Par exemple dans le cas adiabatique, les variations de la densité suivent celles des fréquences de Rabi. Les énergies des trois niveaux ne sont donc plus constantes et les fréquences de résonances vont se déplacer. Il a déjà été montré dans la littérature [Graefe *et al.*, 2006] que cette énergie de champ moyen peut empêcher le STIRAP de se dérouler correctement si elle est trop grande. Il est donc important de vérifier que ce n'est pas le cas pour nos paramètres expérimentaux. Tout d'abord, modélisons notre système avec l'hamiltonien $\hat{H}_{ss} = \hat{H}_{stirap} + \hat{H}_{mean-field}$, avec [Graefe *et al.*, 2006] :

$$\hat{H}_{mean-field} = \begin{pmatrix} g_{e_1} n_0 \rho_{e_1 e_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{e_2} n_0 \rho_{e_2 e_2} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

où n_0 est la densité du condensat, $\rho_{e_i e_i}$ est la population dans l'état $|e_i\rangle$ comprise entre 0 et 1 et g_{e_i} est le paramètre d'interaction dans l'état $|e_i\rangle$:

$$g_{e_i} = \frac{4\pi\hbar^2 a_{e_i}}{m} \quad (5.19)$$

avec a_{e_i} la longueur de diffusion dans l'onde s pour l'état $|e_i\rangle$. Nous avons négligé le terme de champ moyen dans l'état intermédiaire $|g\rangle$ car les atomes chutent au fur et à mesure qu'ils arrivent dans cet état ce qui donne une densité d'atomes très faible dans cet état. De plus, la population dans l'état $|g\rangle$ est de toute façon faible car un transfert STIRAP bien réglé limite la population dans l'état intermédiaire.

Pour des paramètres expérimentaux typiques : $n_0 \simeq 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ et $a_{e_i} \simeq 50 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, nous avons $g_{e_i} n_0 \simeq 3 \text{ kHz}$. Cette dernière valeur est négligeable comparée à nos valeurs typiques des

fréquences de Rabi micro-onde (plusieurs dizaine de kilo Hertz cf section 5.3). Ce terme a été ajouté à la simulation décrite dans la section 5.3.3 et il est bien négligeable dans la dynamique de notre STIRAP pour notre choix de paramètres expérimentaux (il ne change pas les résultats de la simulation). Nous l'avons toutefois laissé dans la simulation².

5.2.2 Description théorique du STIRAP avec pertes

Les pertes atomiques dans notre système ont deux sources principales :

- i) la nature anti-piégée de l'état intermédiaire ;
- ii) les pertes par collisions à l'intérieur du condensat dans l'état final du STIRAP via le processus $|F = 2, m_F = 1\rangle + |F = 2, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle + |F = 2, m_F = 2\rangle$.

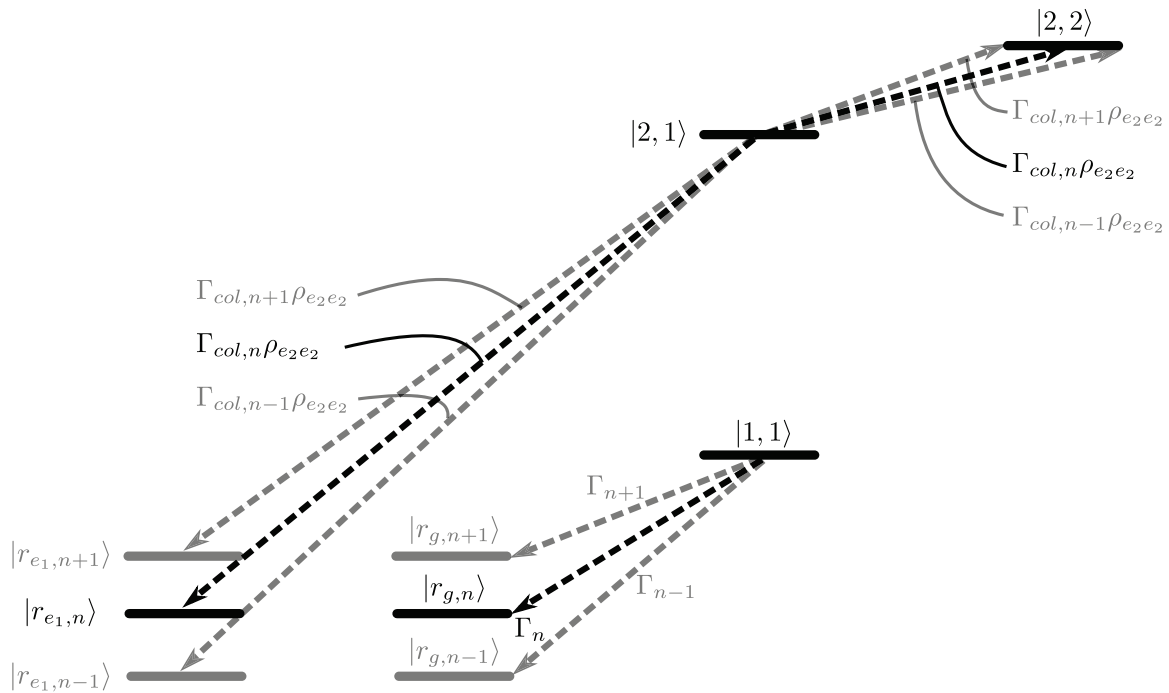


FIGURE 5.3 – Un bain $\{\dots, |r_{g,n}\rangle, |r_{e2,n}\rangle, \dots\}$ est ajouté pour décrire l'effet des pertes et gains d'atomes dans le système. Γ_n décrit les pertes dues à la nature anti-piégée de l'état intermédiaire vers le niveau $|r_{g,n}\rangle$ du bain. $\Gamma_{col,n}\rho_{e2e2}$ décrit les pertes par collisions dans l'état final du STIRAP $|2,1\rangle$ vers le niveau $|r_{e2,n}\rangle$ du bain ainsi que le gain d'atomes vers le niveau de départ du STIRAP $|2,2\rangle$.

Pour décrire l'effet des pertes atomiques dues à la nature anti-piégée de l'état intermédiaire, nous décrivons notre système avec un opérateur densité et une équation de Lindblad³. Nous ajoutons aux trois niveaux du STIRAP un ensemble de niveaux dans lesquels les atomes qui sont

2. Nous n'avons pas considéré les collisions du type $|2,1\rangle + |2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle + |2,2\rangle$. En effet elles ajoutent un terme de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 0 & g_{e1,e2}n_0\rho_{e1,e2} \\ 0 & 0 & 0 \\ g_{e2,e1}n_0\rho_{e2,e1} & 0 & 0 \end{pmatrix}$ avec $g_{e1,e2} = g_{e2,e1} = 4\pi\hbar^2 a_{e1,e2}/m$ à $\hat{H}_{mean-field}$. Ce terme supplémentaire ajoute un terme dans les équations sur les cohérences (5.28) qui est négligeable par rapport aux autres termes.

3. Les termes de pertes atomiques peuvent être décrit par un formalisme plus simple d'hamiltonien effectif [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1992], mais les termes de gain (il y en a un dans le processus ii) ne peuvent pas être décrit par ce formalisme, ils doivent être décrit par un formalisme de matrice densité pour que les termes de cohérences soit correctes.

perdus, tombent. Nous les appelons le bain⁴ : $\{\dots, |r_{g,n}\rangle, |r_{e_2,n}\rangle, \dots\}$ (cf figure 5.3). L'opérateur densité du système s'écrit dans la base $\{|e_1\rangle, |g\rangle, |e_2\rangle, \dots, |r_{g,n}\rangle, |r_{e_2,n}\rangle, \dots\}$:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{e_1 e_1} & \rho_{e_1 g} & \rho_{e_1 e_2} & \cdots & \rho_{e_1 r_{g,n}} & \rho_{e_1 r_{e_2,n}} & \cdots \\ \rho_{g e_1} & \rho_{g g} & \rho_{g e_2} & \cdots & \rho_{g r_{g,n}} & \rho_{g r_{e_2,n}} & \cdots \\ \rho_{e_2 e_1} & \rho_{e_2 g} & \rho_{e_2 e_2} & \cdots & \rho_{e_2 r_{g,n}} & \rho_{e_2 r_{e_2,n}} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \\ \rho_{r_{g,n} e_1} & \rho_{r_{g,n} g} & \rho_{r_{g,n} e_2} & \cdots & \rho_{r_{g,n} r_{g,n}} & \rho_{r_{g,n} r_{e_2,n}} & \cdots \\ \rho_{r_{e_2,n} e_1} & \rho_{r_{e_2,n} g} & \rho_{r_{e_2,n} e_2} & \cdots & \rho_{r_{e_2,n} r_{g,n}} & \rho_{r_{e_2,n} r_{e_2,n}} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_{ss} & \hat{\rho}_{sr} \\ \hat{\rho}_{rs} & \hat{\rho}_{rr} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

où $\hat{\rho}_{ss}$ est la restriction de $\hat{\rho}$ au sous espace $\{|e_1\rangle, |g\rangle, |e_2\rangle\}$, $\hat{\rho}_{rr}$ au sous espace $\{\dots, |r_{g,n}\rangle, |r_{e_2,n}\rangle, \dots\}$ et $\hat{\rho}_{rs}$ et $\hat{\rho}_{sr}$ sont les cohérences entre ces deux sous-espaces.

Les pertes atomiques dans l'état $|g\rangle$ sont décrites par un ensemble de termes d'émission spontanée vers les niveaux du bain $|r_{g,n}\rangle$ avec un taux Γ_n . Mathématiquement cela est décrit par un super-opérateur de Lindblad [Kozlovskii, 2003] avec un taux Γ_n : $(\Gamma_n/2)\hat{D}[|r_{g,n}\rangle\langle g|]$, avec $\hat{D}[|r_{g,n}\rangle\langle g|]$ le super-opérateur de Lindblad décrivant l'émission spontanée de l'état $|g\rangle$ vers $|r_{g,n}\rangle$. $\hat{D}[\hat{o}]$ s'écrit [Kozlovskii, 2003] :

$$\hat{D}[\hat{o}] = 2\hat{o}\hat{\rho}\hat{o}^\dagger - \hat{o}^\dagger\hat{o}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{o}^\dagger\hat{o} \quad (5.21)$$

Le taux correspondant à l'ensemble des pertes par ce processus vers l'ensemble des états du bain Γ est la somme de l'ensemble des processus individuels : $\Gamma = \sum_n \Gamma_n$.

Comme déjà décrit dans le paragraphe sur les corrections de champ moyen, les collisions dans lesquels les états initiaux et finaux sont les mêmes donnent les termes de champ moyen dans l'hamiltonien du STIRAP (cf équation (5.18)). Seules les collisions du type $|2, 1\rangle + |2, 1\rangle \rightarrow |2, 2\rangle + |2, 0\rangle$ jouent un rôle majeur dans la dynamique de notre système, en effet par ce processus un atome est perdu et un autre retourne dans l'état avant transfert $|2, 2\rangle$. Les atomes dans $|2, 0\rangle$ ne sont pas piégés, ils tombent et sont donc perdus, la collision inverse est donc négligée. Les autres processus avec des états initiaux et finaux différents sont aussi négligés car interdits par la conservation du moment cinétique. Le taux des collisions $|e_2\rangle + |e_2\rangle \rightarrow |2, 0\rangle + |e_1\rangle$ est de la forme $\Gamma_{col}\rho_{e_2 e_2}$ avec $\rho_{e_2 e_2}$ la population dans l'état $|e_2\rangle$ et $\Gamma_{col} = \gamma_{22}n_0$ où $n_0 \sim 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ est la densité typique du condensat et $\gamma_{22} \simeq 10^{-19} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ le taux de collision par unité de densité [Egorov *et al.*, 2013]. A la sortie d'une telle collision, l'atome dans l'état interne $|2, 0\rangle$ est dans un des états du bain $|r_{e_1,n}\rangle$, le taux de collision aboutissant à cet état est $\Gamma_{col,n}\rho_{e_1 e_2}$. La cohérence avec le taux de collisions total est assurée par $\Gamma_{col}\rho_{e_2 e_2} = \sum_n \Gamma_{col,n}\rho_{e_2 e_2}$ où la somme porte sur l'ensemble des états du bain. Ainsi la collision entraînant des pertes vers l'état $|r_{e_2,n}\rangle$ du bain est décrite par deux termes d'émission spontanée : i) la perte de l'atome dans $|2, 0\rangle$ est

4. L'indice n sert simplement à numérotter les états du bain. Un atome du bain est soit dans l'état interne g soit dans e_2 .

modélisée par un terme $(\Gamma_{col,n}/2)\hat{D} [|r_{e2,n}\rangle \langle e2|]$, ii) le gain d'un atome dans l'état avant transfert par $(\Gamma_{col,n}/2)\hat{D} [|e1\rangle \langle e2|]$.

Les trois super-opérateurs, intervenant dans l'équation d'évolution de la matrice densité, et décrivant les pertes vers les états $\{\dots, |r_{g,n}\rangle, |r_{e2,n}\rangle, \dots\}$ du bain peuvent alors être écrits. Pour les pertes par l'état anti-piégé :

$$\hat{D} [|r_{g,n}\rangle \langle g|] = \begin{pmatrix} 0 & -\rho_{e1g} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ -\rho_{ge1} & -2\rho_{gg} & -\rho_{ge2} & \dots & -\rho_{gr_{g,n}} & -\rho_{gr_{e2,n}} & \dots \\ 0 & -\rho_{e2g} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & -\rho_{r_{g,n}g} & 0 & \dots & 2\rho_{gg} & 0 & \dots \\ 0 & -\rho_{r_{e2,n}g} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots & 0 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

et pour les pertes par collisions :

$$\hat{D} [|r_{e2,n}\rangle \langle e2|] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\rho_{e1e2} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -\rho_{ge2} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ -\rho_{e2e1} & -\rho_{e2g} & -2\rho_{e2e2} & \dots & -\rho_{e2r_{g,n}} & -\rho_{e2r_{e2,n}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & -\rho_{r_{g,n}e2} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -\rho_{r_{e2,n}e2} & \dots & 0 & 2\rho_{e2e2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots & 0 \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

$$\hat{D} [|e1\rangle \langle e2|] = \begin{pmatrix} 2\rho_{e2e2} & 0 & -\rho_{e1e2} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -\rho_{ge2} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ -\rho_{e2e1} & -\rho_{e2g} & -2\rho_{e2e2} & \dots & -\rho_{e2r_{g,n}} & -\rho_{e2r_{e2,n}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & -\rho_{r_{g,n}e2} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -\rho_{r_{e2,n}e2} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \vdots & 0 \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

L'équation de Lindblad pour le mouvement de l'opérateur densité $\hat{\rho}$ s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\rho}} = & \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}] + \sum_n \frac{\Gamma_n}{2} \hat{D} [|r_{g,n}\rangle \langle g|] \\ & + \sum_n \frac{\Gamma_{col,n}}{2} \rho_{e2e2} \hat{D} [|r_{e2,n}\rangle \langle e2|] + \sum_n \frac{\Gamma_{col,n}}{2} \rho_{e2e2} \hat{D} [|e1\rangle \langle e2|] \end{aligned} \quad (5.25)$$

Avec \hat{H} l'hamiltonien complet du système :

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hat{H}_{ss} & 0 \\ 0 & \hat{H}_{rr} \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

où $\hat{H}_{ss} = \hat{H}_{stirap} + \hat{H}_{mean-field}$ est l'hamiltonien décrivant les trois états d'intérêt, et \hat{H}_{rr} est l'hamiltonien du bain. Il n'y a pas d'interactions entre les trois états d'intérêt et le bain d'où $\hat{H}_{rs} = 0$ et $\hat{H}_{sr} = 0$.

Seul le sous-espace $\{|e_1\rangle, |g\rangle, |e_2\rangle\}$ est intéressant pour décrire la dynamique du STIRAP, ainsi l'équation (5.25) est restreinte à ce sous espace. Nous aboutissons aux équations suivantes, pour les populations :

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{e_1 e_1} &= i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{e_1 g} - \rho_{g e_1}) + \Gamma_{col} \rho_{e_2 e_2}^2 \\ \dot{\rho}_{gg} &= i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{g e_1} - \rho_{e_1 g}) + i \frac{\Omega_2}{2} (\rho_{g e_2} - \rho_{e_2 g}) - \Gamma \rho_{gg} \\ \dot{\rho}_{e_2 e_2} &= i \frac{\Omega_2}{2} (\rho_{e_2 g} - \rho_{g e_2}) - 2 \Gamma_{col} \rho_{e_2 e_2}^2\end{aligned}\quad (5.27)$$

et pour les cohérences :

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{e_1 g} &= i \tilde{\delta}_1 \rho_{e_1 g} + i \frac{\Omega_2}{2} \rho_{e_1 e_2} + i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{e_1 e_1} - \rho_{gg}) - \frac{\Gamma}{2} \rho_{e_1 g} \\ \dot{\rho}_{e_1 e_2} &= i \left(\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2 \right) \rho_{e_1 e_2} + i \frac{\Omega_2}{2} \rho_{e_1 g} - i \frac{\Omega_1}{2} \rho_{g e_2} - \Gamma_{col} \rho_{e_2 e_2} \rho_{e_1 e_2} \\ \dot{\rho}_{g e_2} &= -i \tilde{\delta}_2 \rho_{g e_2} + i \frac{\Omega_2}{2} (\rho_{gg} - \rho_{e_2 e_2}) - i \frac{\Omega_1}{2} \rho_{e_1 e_2} - \frac{\Gamma}{2} \rho_{g e_2} - \Gamma_{col} \rho_{e_2 e_2} \rho_{g e_2}\end{aligned}\quad (5.28)$$

Nous avons introduit des désaccords tildés qui incluent le déplacement de la résonance dû aux termes de champ moyen :

$$\tilde{\delta}_1 = \delta_1 - \frac{g_{e_1} n_0}{\hbar} \rho_{e_1 e_1} \quad \tilde{\delta}_2 = \delta_2 - \frac{g_{e_2} n_0}{\hbar} \rho_{e_2 e_2} \quad (5.29)$$

L'évolution des cohérences du bain est donnée par :

$$\dot{\hat{\rho}}_{rs} = \frac{i}{\hbar} \left[\hat{\rho}_{rs} \hat{H}_{ss} - \hat{H}_{rr} \hat{\rho}_{rs} \right] + \sum_n \frac{\Gamma_n}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\rho_{r_{g,1g}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -\rho_{r_{g,ng}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} + \rho_{e_2 e_2} \sum_n \Gamma_{col,n} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\rho_{r_{e_2,1e_2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -\rho_{r_{e_2,ne_2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

et l'évolution des populations du bain par :

$$\dot{\hat{\rho}}_{rr} = \frac{i}{\hbar} \left[\hat{\rho}_{rr}, \hat{H}_{rr} \right] + \sum_n \Gamma_n \rho_{gg} A_n + \sum_n \Gamma_{col,n} \rho_{e_2 e_2}^2 A_n \quad (5.31)$$

avec $A_n = (a_{ij})$ une matrice telle que tous les a_{ij} sont nuls sauf $a_{nn} = 1$. Les équations (5.27) et (5.28) forment un sous ensemble indépendant et peuvent être résolues sans résoudre l'évolution des cohérences et des populations impliquant les états du bain $\hat{\rho}_{rs}$ et $\hat{\rho}_{rr}$.

5.3 Expérience et simulation

Grâce à la technologie micro-onde et à tous les composants sur étagère disponibles dans la bande C, c'est-à-dire entre 4 GHz à 8 GHz, il est très facile de réaliser les deux impulsions nécessaires au transfert par STIRAP. Dans cette partie nous décrivons :

- i) l'utilisation de la technologie micro-onde pour réaliser le transfert, cf section 5.3.1 ;
- ii) les résultats obtenus en termes d'efficacité de transfert, cf section 5.3.2 ;
- iii) la simulation numérique de cette expérience, cf section 5.3.3.

5.3.1 Protocole expérimental

Nous commençons par refroidir, comme décrit dans le chapitre 4, un nuage d'atomes de rubidium 87 jusqu'à la condensation de Bose-Einstein dans l'état $|2, 2\rangle$. La condensation est atteinte après les rampes d'évaporation radio-fréquence décrites dans la chapitre 4 avec $(6, 8 \pm 0, 6) \cdot 10^3$ atomes dans le condensat. Ce condensat est ensuite transféré dans un piège de fréquence propre 120 Hz et 210 Hz dans le plan horizontal et 228 Hz dans le plan vertical (c'est le piège d'imagerie du chapitre 4). Le transfert et l'étude de ce transfert par STIRAP de l'état $|2, 2\rangle$ vers l'état $|2, 1\rangle$ est réalisé dans ce dernier piège.

5.3.1.1 Génération des deux fréquences micro-ondes

Pour réaliser le transfert nous avons besoin des deux fréquences micro-ondes de la figure 5.2. Ces deux fréquences sont générées avec la chaîne micro-onde de la figure 5.5. Pour créer les deux fréquences micro-ondes, nous utilisons un modulateur IQ (*in- and quadrature-phase*). Un tel modulateur a une sortie et trois entrées. Sur une des entrées un champ micro-onde à environ $f_{mw} \sim 6,8$ GHz est envoyé, il est généré par un synthétiseur Rohde-Schwarz SMF100A. Sur les deux autres entrées nous envoyons deux signaux de même fréquence f_{rf} dans le domaine radio :

$$S_{\pm}(t) = \cos(2\pi f_{rf}t + \varphi_{\pm}(t)) \quad (5.32)$$

La différence de phase $\varphi_{-}(t) - \varphi_{+}(t)$ entre ces deux derniers signaux est changée pendant la séquence de STIRAP. En sortie le modulateur donne les deux bandes latérales⁵ $f_{mw} - f_{rf}$ et $f_{mw} + f_{rf}$. La répartition de puissance entre les deux bandes latérales suit les variations de la différence de phase $\varphi_{-}(t) - \varphi_{+}(t)$. Pour ces deux phases les variations imposées sont les suivantes :

$$\varphi_{\pm}(t) = \pm \left(\frac{\pi t}{2\tau} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (5.33)$$

le + (respectivement le -) fait référence à la bande latérale supérieure (respectivement inférieure) et $t \in [0, \tau]$ où τ est la durée totale du STIRAP.

5. Les harmoniques supérieures et la porteuse sont atténuées de 25 dBm par rapport aux deux bandes latérales.

Pour un modulateur avec une suppression totale de la porteuse et des harmoniques supérieures, la variation précédente des phases $\varphi_{\pm}(t)$ se répercute sur la puissance micro-onde dans les deux bandes latérales. La puissance, normalisée par son maximum, P_1 à la fréquence $f_{mw} + f_{rf}$ s'écrit :

$$\sqrt{P_1(t)} = \sqrt{\sin^2\left(\frac{\pi t}{2\tau}\right) + \frac{\epsilon}{(1-\epsilon)}} \quad (5.34)$$

Nous sommes intéressés par la variation des couplages Ω_1 et Ω_2 , c'est pour cela que nous considérons la racine carrée de la puissance. La puissance P_2 à la fréquence $f_{mw} - f_{rf}$ s'écrit :

$$\sqrt{P_2(t)} = \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi t}{2\tau}\right) + \frac{\epsilon}{(1-\epsilon)}} \quad (5.35)$$

où $\epsilon = \min(P_i(t))/\max(P_i(t))$ est le ratio d'extinction du modulateur ($\epsilon = 2\%$ dans notre cas) qui représente une imperfection dans la réalisation des deux impulsions du STIRAP. Ces deux équations sont représentées sur la figure 5.4, nous avons aussi représenté la mesure des deux puissances en sortie de la chaîne d'amplification micro-onde. Sur cette figure, les deux impulsions ne s'éteignent pas complètement, les conséquences seront expliquées dans la section 5.3.3.

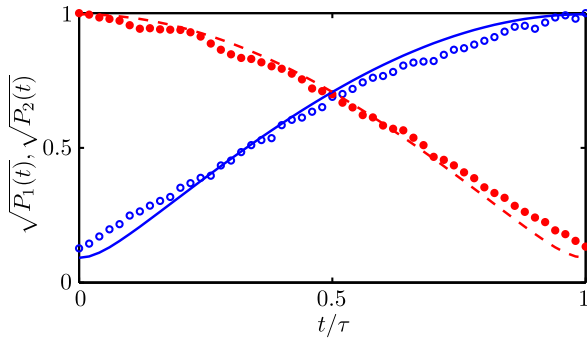


FIGURE 5.4 – *Racine carrée des rampes de puissance micro-onde utilisées pour le STIRAP qui sont proportionnelles aux fréquences de Rabi (unité arbitraire) en fonction du temps t . Ligne tiretée et cercle plein rouge : $\sqrt{P_2(t)} \propto \Omega_2(t)$ sur la transition entre $|e_2\rangle$ et $|g\rangle$. Ligne et cercle ouvert bleu : $\sqrt{P_1(t)} \propto \Omega_1(t)$ sur la transition entre $|e_1\rangle$ et $|g\rangle$. Les cercles correspondent aux mesures en sortie de la chaîne d'amplification micro-onde. Les lignes sont tracées d'après les équations pour la sortie d'un modulateur idéal (5.34) et (5.35).*

Ces deux rampes de puissance micro-onde sont ensuite amplifiées jusqu'à 40 dBm (cf figure 5.5.a) et sont envoyées en direction du nuage atomique à l'aide d'un cornet micro-onde (cf figure 5.5.b). Pour estimer la fréquence de Rabi maximale au niveau des atomes, supposons que le cornet tire un faisceau collimaté rectangulaire où la puissance est uniforme dans un plan transverse à la direction de propagation micro-onde. L'intensité au niveau des atomes est donc : $I = 10 \text{ W}/(36 \text{ mm} \times 44 \text{ mm}) = 6 \text{ kW/m}^2$, où $36 \text{ mm} \times 44 \text{ mm}$ est la section du cornet, cela donne un champ magnétique $B_{mw} = \sqrt{I\mu_0/c} = 5 \mu\text{T}$ soit, en négligeant les polarisations et les probabilités de transitions, une fréquence de Rabi au niveau des atomes de l'ordre de $\Omega \simeq \mu_B B/\hbar \simeq 2\pi \times 73 \text{ kHz}$.

A la sortie du cornet micro-onde le champ magnétique est de la forme $\mathbf{B}_{mw} \propto (B_{mw1} + B_{mw2}) \mathbf{u}$ où \mathbf{u} est la polarisation du champ rayonné et :

$$\begin{aligned} B_{mw1}(t) &= B_{mw} \sqrt{P_1(t)} \cos[2\pi(f_{mw} + f_{rf})t] \\ B_{mw2}(t) &= B_{mw} \sqrt{P_2(t)} \cos[2\pi(f_{mw} - f_{rf})t] \end{aligned} \quad (5.36)$$

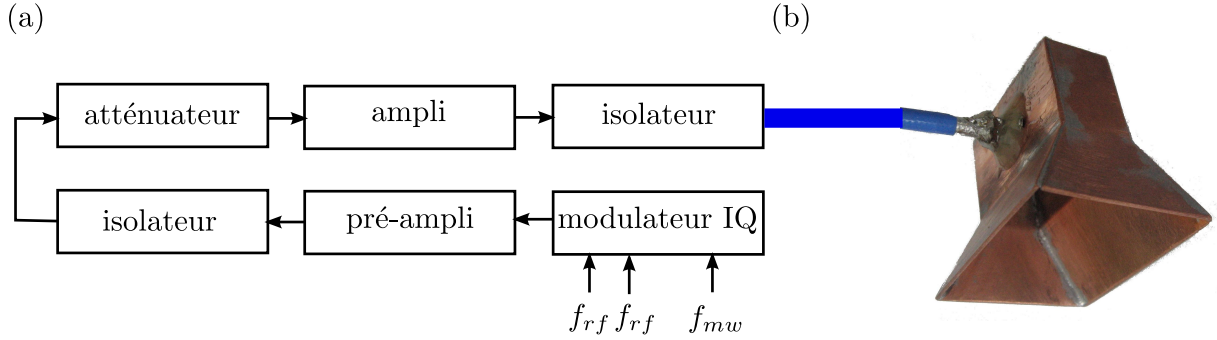


FIGURE 5.5 – (a) : chaîne de génération des deux fréquences micro-ondes utilisées pour le STIRAP. Le modulateur IQ est un SSM0208LC2MDQ de chez Miteq, les isolateurs sont des Aérotek modèle H14-1LFF, le pré-ampli est le modèle ZVA-183-S+ de chez mini-circuit et l'ampli micro-onde est un KU PA 640720-10 A de Kuhne electronic. (b) : cornet micro-onde utilisé pour rayonner les deux champs du STIRAP en direction des atomes.

Les deux paramètres expérimentaux f_{mw} et f_{rf} permettent de piloter indépendamment les désaccords à un photon Δ et à deux photons δ :

$$\Delta = 2\pi f_{mw} - \frac{\omega_{01} + \omega_{02}}{2} \quad \delta = 4\pi f_{rf} + (\omega_{02} - \omega_{01}) \quad (5.37)$$

5.3.1.2 Orientation de la polarisation micro-onde

Pour la réalisation du STIRAP, nous devons exciter deux transitions, une π et une σ , il faut donc tenir compte de l'orientation de la polarisation en sortie du cornet micro-onde dans le calcul des probabilités de transition et chercher à l'orienter de manière à améliorer le transfert. Pour cela, résonnons à puissance micro-onde totale disponible fixée. La condition de suivi adiabatique globale impose $1/\tau \ll \min(\Omega_0(t))$, donc pour minimiser τ il faut satisfaire au mieux la condition⁶ $\max(\Omega_1(t)) = \max(\Omega_2(t))$. Pour satisfaire cette dernière condition les trois points suivants doivent être pris en compte :

- i) induire des transitions π et σ ;
- ii) le cornet micro-onde émet un champ magnétique en polarisation linéaire perpendiculaire au fil central du cornet ;
- iii) la probabilité de la transition π ($|2, 1\rangle \leftrightarrow |1, 1\rangle$) est deux fois plus faible que celle de la σ^+ ($|2, 2\rangle \leftrightarrow |1, 1\rangle$).

Notons α l'angle entre le champ magnétique au fond du piège (pris pour axe de quantification) et le champ magnétique rayonné par le cornet. La fréquence de Rabi Ω_{1,m_1}^{2,m_2} pour une transition

6. Cela revient à maximiser la valeur de $\min(\Omega_0(t))$.

entre les deux niveaux hyperfins $|1, m_1\rangle$ et $|2, m_2\rangle$ peut se mettre sous la forme [Treutlein, 2008] :

$$\hbar\Omega_{1,m_1}^{2,m_2} = \mu_B B_{mw} \left(2 \cos(\alpha) C_{1,m_1}^{2,m_2} \delta_{m_2,m_1} + \sin(\alpha) C_{1,m_1}^{2,m_2} \delta_{m_2+1,m_1} + \sin(\alpha) C_{1,m_1}^{2,m_2} \delta_{m_2-1,m_1} \right) \quad (5.38)$$

avec pour les deux transitions qui nous intéressent $C_{1,1}^{2,2} = \sqrt{3/4}$ et $C_{1,1}^{2,1} = \sqrt{3/16}$ [Treutlein, 2008]. Cette dernière équation et la condition $\max(\Omega_1(t)) = \max(\Omega_2(t))$ impliquent qu'il faut expérimentalement choisir $\alpha = 45^\circ$.

En pratique les atomes sont au voisinage d'une puce atomique et de ses fils, ce qui constitue un plan conducteur. Or seul le champ magnétique parallèle à un plan conducteur peut se propager⁷. Cette dernière contrainte et $\alpha = 45^\circ$ laissent seulement quatre positions possibles pour le cornet, cf figure 5.6. La plus pratique est retenue compte tenu de l'encombrement de toutes les montures présentes autour de la chambre du piège magnéto-optique 3D.

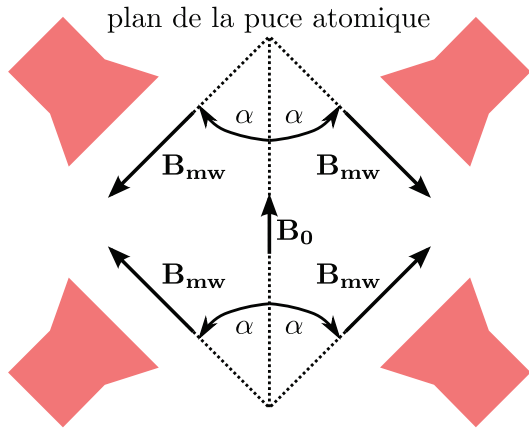


FIGURE 5.6 – Les quatre positions possibles pour le cornet micro-onde (en rouge) dans le plan de la puce atomique. Ces positions permettent de satisfaire la condition sur l'angle α entre le champ magnétique au fond du piège B_0 et le champ magnétique micro-onde B_{mw} , ainsi que la condition de co-planarité entre la puce atomique et la polarisation linéaire du champ magnétique micro-onde.

La fréquence de Rabi excitant la transition entre les niveaux $|2, 2\rangle$ et $|1, 1\rangle$ est mesurée en regardant les oscillations de Rabi, cf figure 5.7. En tenant compte du contraste des oscillations $0,8 \pm 0,2$, et de leur fréquence 48,1 kHz, la fréquence de Rabi est $\Omega_1(t = \tau) = 2\pi \times 43 \pm 5$ kHz. Les oscillations de Rabi présentent une décohérence très rapide de 20 μ s, car cette transition est très sensible aux champs magnétiques parasites et notre expérience ne comprend pas de blindage magnétique. Ce temps de décohérence τ_{coh} ajusté à 20 μ s permet de connaître l'amplitude des fluctuations du champ magnétique $\delta B \approx \hbar/(\mu_B \tau_{coh}) \approx 5$ mG. La fréquence de Rabi excitant la transition entre les niveaux $|2, 1\rangle$ et $|1, 1\rangle$, $\Omega_2(t = 0) = 2\pi \times 14,4$ kHz, est déterminée en ajustant la modélisation du transfert STIRAP avec pertes aux données expérimentales (voir la section sur la simulation 5.3.3). La différence avec la condition $\max(\Omega_1(t)) = \max(\Omega_2(t))$ est attribuée à des déformations de la polarisation micro-onde induites par des réflexions sur les montures métalliques et dans une moindre mesure à une connaissance approximative de l'orientation du champ magnétique de fond de piège provenant des erreurs de positionnements mécaniques de la puce atomique et des bobines de champs magnétiques. Changer expérimentalement le ratio

7. En effet un plan conducteur correspond à une équipotentielle, le champ électrique est donc perpendiculaire au plan conducteur et le champ magnétique, qui dans le vide est perpendiculaire au champ électrique, est donc parallèle au plan conducteur.

$\Omega_1(\tau)/\Omega_2(0)$ implique de modifier l'orientation α de la polarisation du cornet micro-onde. Ce n'est pas possible sur notre montage, le ratio $\Omega_1(\tau)/\Omega_2(0)$ est donc fixé pour la suite de l'expérience.

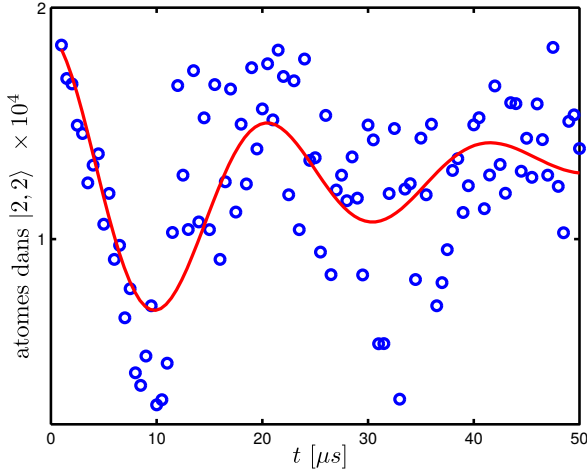


FIGURE 5.7 – *Oscillations de Rabi entre les niveaux $|2, 2\rangle$ et $|1, 1\rangle$ utilisés pour la mesure de fréquence de Rabi $\Omega_1(\tau)$. Population dans le niveau $|2, 2\rangle$ en fonction du temps de Rabi t [μ s]. L'ajustement des données donne une fréquence d'oscillation de 48,1 kHz et un temps de décohérence de 20 μ s.*

5.3.2 Résultat expérimentaux sur l'efficacité de transfert

Notre implémentation du STIRAP, laisse trois paramètres libres à choisir f_{rf} , f_{mw} et τ . Nous commençons par mesurer le champ magnétique au fond du piège par spectroscopie radio-fréquence⁸. Il est de $2,45 \text{ G} \pm 7 \text{ mG}$ (voir la caractérisation du piège d'imagerie : les mesures systématiques seront présentées dans le chapitre 6), nous en déduisons à la résonance, un premier jeu de valeurs pour f_{rf} et f_{mw} : $f_{rf} = 856,3 \pm 2,4 \text{ kHz}$ et $f_{mw} = 6,838\,976 \text{ GHz} \pm 12,3 \text{ kHz}$. La formule de Breit-Rabi ([Steck, 2003b] et équations (3.16) et (3.17)) est utilisée pour calculer les déplacements des fréquences de résonance par effet Zeeman pour un champ magnétique donné. Ensuite les trois paramètres f_{rf} , f_{mw} et τ sont empiriquement ajustés pour maximiser l'efficacité de transfert, elle est maximale pour : $f_{rf} = 860,5 \text{ kHz}$, $f_{mw} = 6,838\,945 \text{ GHz}$ et $\tau = 900 \mu\text{s}$. Ces trois derniers paramètres sont appelés les paramètres optimaux. Ils permettent une efficacité de transfert de $(87 \pm 10) \%$ (cf figure 5.8). Les fréquences atomiques et celles des champs utilisés sont résumées dans le tableau 5.1. Ces données mettent en évidence des désaccords à un et à deux photons non nuls, ce qui est surprenant pour un transfert qui semble théoriquement optimal à la résonance (cf paragraphe 5.2.1.2). Cela sera expliqué dans la section 5.4.

Après transfert le condensat n'est pas à l'équilibre dans le piège : sa taille et sa position oscillent. En effet, pendant la séquence de STIRAP la valeur de m_F des atomes change. Le piège vu par les atomes n'est donc pas le même avant et après le transfert. En effet lors du passage de l'état $|2, 2\rangle$ à $|2, 1\rangle$ les fréquences du piège sont diminuées d'un facteur $\sqrt{2}$. Ce changement de piège est fait dans un temps τ plus court que l'inverse des fréquences de piégeage, ce qui empêche un suivi adiabatique de l'état vibrationnel. Cela peut se remarquer sur la figure 5.8 où, après le

8. Cela consiste à envoyer une onde radio-fréquence sur les atomes et à suivre les pertes atomiques en fonction de la fréquence. Les pertes sont maximales quand la fréquence est à résonance avec la transition $|2, 1\rangle \leftrightarrow |2, 2\rangle$. La valeur du champ magnétique correspondant est déterminée en utilisant les formules de Breit-Rabi. Des courbes de spectroscopie radio-fréquence seront présentées dans le chapitre 6.

transition	$ e_1\rangle \leftrightarrow g\rangle$	$ e_2\rangle \leftrightarrow g\rangle$
f_{0i} [GHz]	6,839 824 5	6,838 114 5
f_i [GHz]	6,839 805 5	6,838 084 5
δ_i [kHz]	-19	-30

TABLE 5.1 – *Fréquences utilisées pour le STIRAP correspondant à l'optimum de la figure 5.8, et fréquences des transitions atomiques en jeu pour un champ magnétique de 2,446 G (c'est la valeur optimisée du champ magnétique avec les données expérimentales, voir la section 5.3.3). Le désaccord à deux photons est donc $\delta = 11,0$ kHz et celui à un photon est $\Delta = -24,5$ kHz.*

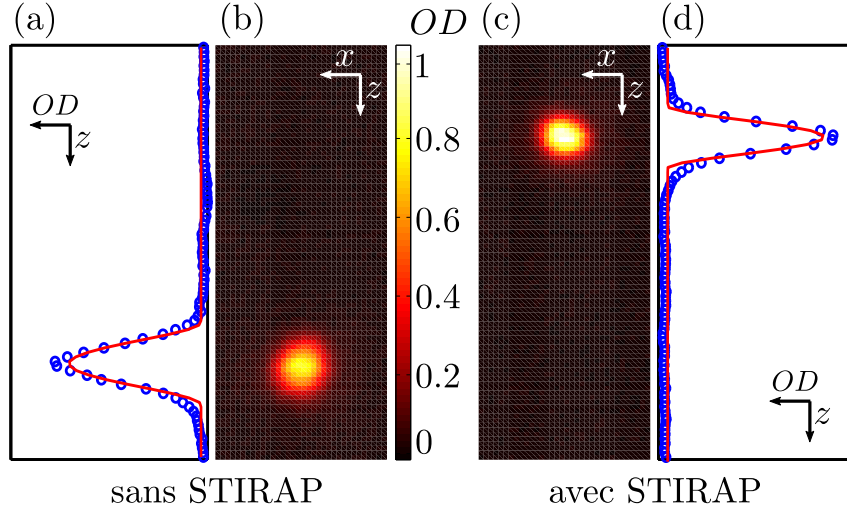


FIGURE 5.8 – (a) Profil vertical de la densité optique du condensat après temps de vol dans l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$ sans appliquer la séquence de STIRAP, (b) densité optique du même condensat. (c) Densité optique du condensat après temps de vol dans l'état $|F = 2, m_F = 1\rangle$ avec une séquence de STIRAP de 900 μs , (d) profil vertical du même condensat. Les cercles bleus sont les données expérimentales et les lignes rouges un ajustement parabolique. Pendant le temps de vol, dans le but de discriminer les différents sous niveaux Zeeman de $F = 2$, nous appliquons un gradient de champ magnétique dans la direction verticale de la figure. Ce gradient accélère différemment les atomes dans les différents niveaux m_F . Il en résulte une position spatiale différente des différents niveaux m_F . Avant le STIRAP nous produisons un condensat de $(6,8 \pm 0,6) \cdot 10^3$ atomes permettant après la séquence de STIRAP d'obtenir un condensat de $(6,0 \pm 0,5) \cdot 10^3$ atomes. L'efficacité de transfert est donc de $(87 \pm 10)\%$. Le nombre d'atomes est compté en intégrant la densité optique sur l'image.

transfert, la densité atomique est plus importante, ce que nous attribuons à une oscillation de la taille du nuage.

Pour le jeu de fréquences optimales, nous avons tracé, sur la figure 5.9 (cercles bleus), l'efficacité de transfert en fonction de la durée totale des rampes de STIRAP. L'efficacité croît d'abord jusqu'à 87 % en 900 μs et ensuite décroît exponentiellement jusqu'à pratiquement 0 % avec un taux d'environ 60 s^{-1} . Pour $\tau = 2,5$ ms nous avons tracé, sur la figure 5.10 (cercles bleus), les résonances à un et deux photons, elles sont sondées en variant respectivement la fréquence micro-onde f_{mw} (figure 5.10.b) et la fréquence radio f_{rf} (figure 5.10.a). Expérimentalement nous trouvons une largeur de 45 kHz pour la résonance à un photon et de 18 kHz pour celle à deux photons. La dispersion des points expérimentaux correspond essentiellement aux fluctuations du nombre d'atomes dans le condensat avant le STIRAP.

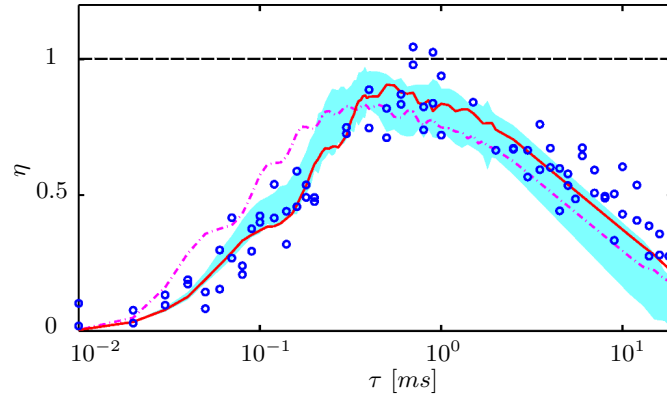


FIGURE 5.9 – Efficacité de transfert η en fonction de la durée τ de la séquence de STIRAP avec $f_{mw} = 6,838\,945$ GHz et $f_{rf} = 860,5$ kHz. Cercles bleus : données expérimentales. Ligne rouge : modèle des équations (5.27) et (5.28) avec les paramètres optimisés donnés dans la section 5.3.3, cyan : simulation avec les paramètres optimisés et du bruit sur le champ magnétique ajouté comme discuté dans la section 5.3.3. Ligne magenta tireté-pointillé : modèle des équations (5.27) et (5.28) avec les paramètres ajustés et en forçant les désaccords à un et deux photons à zéro. L'origine du caractère oscillant des courbes rouge et magenta sera explicitée dans la section 5.3.3.

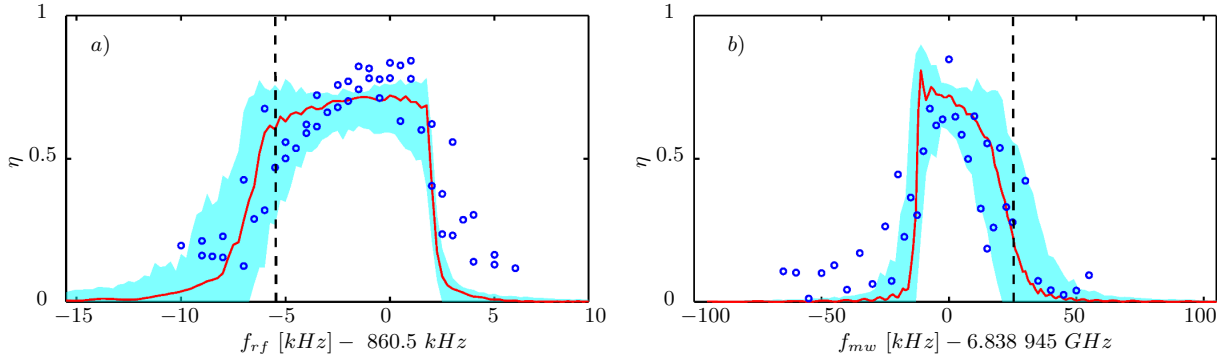


FIGURE 5.10 – (a) : résonance à deux photons $\delta = 4\pi f_{rf} - (\omega_{01} - \omega_{02})$, variation de l'efficacité de transfert η en fonction de f_{rf} pour $\tau = 2,5$ ms et $f_{mw} = 6,838\,945$ GHz. (b) : résonance à un photon $\Delta = 2\pi f_{mw} - (\omega_{01} + \omega_{02})/2$, variation de l'efficacité de transfert η en fonction de f_{mw} pour $\tau = 2,5$ ms et $f_{rf} = 860,5$ kHz. Cercles bleus : données expérimentales, ligne rouge : modèle des équations (5.27) et (5.28), cyan : simulation avec les paramètres optimisés et du bruit sur le champ magnétique ajouté comme discuté dans la section 5.3.3. Dans les deux jeux de courbes le zéro correspond aux paramètres expérimentaux de la figure 5.8 (paramètres optimaux). Les lignes noires tiretées correspondent à la position des résonances à un et deux photons pour le champ magnétique optimisé $B_0 = 2,446$ G. Ce jeu de courbes est tracé pour $\tau = 2,5$ ms car les données ont été prises avant d'avoir la possibilité expérimentale de réaliser des impulsions plus courtes.

5.3.3 Simulation du STIRAP

Dans ce paragraphe nous présentons l'ajustement des données expérimentales à l'aide de la simulation de notre transfert STIRAP ainsi qu'une interprétation des différentes valeurs ajustées.

5.3.3.1 Protocole de simulation

Simuler le comportement du STIRAP, passe par l'intégration numérique des équations (5.27) et (5.28) avec les rampes de fréquences de Rabi (5.34) et (5.35). Ce jeu d'équations a cinq

paramètres indépendants : le champ magnétique à la position des atomes⁹ B_0 qui détermine les deux désaccords δ_1 et δ_2 , les maxima des deux rampes de fréquences de Rabi et les deux taux de pertes atomiques Γ et Γ_{col} . Un ajustement sur les trois jeux de données expérimentales est réalisé pour déterminer ces cinq paramètres. Cela donne les valeurs suivantes : $\Omega_1(t = \tau) = 2\pi \times 43,4$ kHz, $\Omega_2(t = 0) = 2\pi \times 14,4$ kHz, $B_0 = 2,446$ G, $\Gamma = 635$ s⁻¹ et $\Gamma_{col} = 160$ s⁻¹. Le modèle avec pertes, équations (5.27) et (5.28), est représenté par une ligne rouge sur les figures 5.9 et 5.10 avec les paramètres ajustés.

Les oscillations de l'efficacité de transfert simulée en fonction de τ (voir la ligne rouge sur la figure 5.9) sont attribuées à $\Omega_2(\tau)$ et $\Omega_1(0)$ qui ne sont pas nulles respectivement à la fin et au début du protocole de transfert. Cela engendre, à l'instant initial, une population non nulle des trois états adiabatiques de (5.7) donnant lieu à des interférences.

Dans la simulation, un bruit blanc gaussien est ajouté au champ magnétique pour tenir compte du bruit sur le champ magnétique ambiant (dû à l'absence de blindage magnétique) et du bruit sur les sources de courant. Ce bruit blanc gaussien est ajouté dans la bande de fréquence¹⁰ 4,5 Hz à 450 kHz avec un écart-type de 2,5 mG dans le domaine temporel. Cela correspond bien à l'ordre de grandeur de 5 mG des fluctuations magnétiques déterminées à partir du temps de décohérence des oscillations de Rabi de la figure 5.7. Environ un millier de simulations sont effectuées à chaque fois avec une réalisation différente du bruit magnétique. Sur les figures 5.9 et 5.10, nous avons représenté en cyan la dispersion à deux écart-types de l'efficacité de transfert autour de sa valeur moyenne. Cela nous permet de reproduire la dispersion des données expérimentales à l'exception des τ longs ($\tau \geq 10$ ms, voir figure 5.9). Nous expliquerons cette différence dans la section 5.4.

5.3.3.2 Discussion des valeurs des différents paramètres

La valeur trouvée pour $\Omega_1(t = \tau)$ est en accord avec une mesure indépendante de 43 kHz de la fréquence de Rabi (cf figure 5.7) pour la transition entre $|e_1\rangle$ et $|g\rangle$. B_0 est aussi en accord avec la mesure du champ au fond du piège de $2,45$ G \pm 7 mG. $\Omega_1(t = \tau)$ et $\Omega_2(t = 0)$ ne sont pas égales pour les raisons déjà invoquées dans la section 5.3.1.

L'ordre de grandeur de la valeur optimisée de Γ_{col} peut être retrouvé en considérant une mesure indépendante du taux de collision par unité de densité considéré ici, par exemple la référence [Egorov *et al.*, 2013] donne la valeur $\gamma_{22} \propto 10^{-19}$ m³.s⁻¹. Cela donne $\Gamma_{col} = \gamma_{22}n_0 = 50$ s⁻¹, où $n_0 \sim 5 \cdot 10^{14}$ cm⁻³ est la densité pic du condensat. Nous retrouvons le même ordre de grandeur que la valeur ajustée sur les données, toutefois la valeur ajustée est plus élevée.

Les pertes Γ dues à l'état anti-piége $|g\rangle$ proviennent de deux phénomènes :

i) La forme du champ magnétique éjecte les atomes dans l'état $|g\rangle$ de la zone expérimentale. Considérons un atome dans l'état $|e_1\rangle$ immobile au fond du piège magnétique. Après une tran-

9. La dépendance spatiale du champ correspondant à la forme du piège n'est pas prise en compte.

10. Les fréquences de coupures haute et basse sont déterminées par la bande passante de l'expérience.

sition vers l'état $|g\rangle$, cet atome voit une colline de potentiel du au champ magnétique du piège. Cette colline de potentiel à une fréquence $j\omega/\sqrt{2}$ où ω est la fréquence du piège dans l'état $|e_1\rangle$.

ii) La gravité qui fait tomber les atomes dans l'état non-piégé $|g\rangle$.

Le mouvement d'un atome soumis aux deux forces précédentes est régi par l'équation suivante :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg + \frac{1}{2} m \omega^2 z(t) \quad (5.39)$$

où l'axe z pointe vers le haut et son origine est prise au minimum du champ magnétique servant à créer les pièges. A l'instant initial l'atome est en $z(0) = -g/\omega^2$ avec une vitesse nulle car il provient du condensat dans l'état $|e_1\rangle$ qui est à l'équilibre dans un piège de fréquence ω . Définissons t_{out} comme le temps pris par un tel atome pour sortir du nuage atomique de demi-largeur verticale σ_z , i.e. pour tomber jusqu'à la position $-2\sigma_z - g/\omega^2$. Le taux de perte Γ est alors proportionnel à l'inverse de t_{out} :

$$\Gamma^{-1} \propto t_{out} = \frac{\sqrt{2}}{\omega} \text{acosh} \left(\frac{2\sigma_z + 3g/\omega^2}{3g/\omega^2} \right) \quad (5.40)$$

Nous supposons que le régime de Thomas-Fermi est vérifié pour estimer la demi-largeur du condensat $\sigma_z = 2,4 \mu\text{m}$, nous donnant ainsi $\Gamma = 1.3 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, qui est du même ordre de grandeur que la valeur optimisée.

5.4 Discussion physique des résultats

Cette partie qui pourrait s'appeler « Pourquoi avons-nous besoin de désaccords à un et deux photons non nuls ? » montre comment les pertes par l'état anti-piégé Γ , par les collisions Γ_{col} et le déséquilibre des deux fréquences de Rabi, i.e. $\Omega_1(\tau) \neq \Omega_2(0)$ peuvent modifier les conditions de résonances à un photon Δ et à deux photons δ .

Pour souligner l'importance d'avoir une valeur non nulle pour les désaccords à un et deux photons, une simulation numérique en fonction de τ est présentée sur la figure 5.9 (ligne magenta tireté-pointillé) avec les paramètres ajustés et en forçant les désaccords à un et deux photons à zéro. Comme prévu l'efficacité de transfert est plus basse.

5.4.1 Effet des pertes par l'état anti-piégé

Les pertes par l'état intermédiaire, de taux Γ , ne se manifeste que si la condition de résonance Raman, $\delta = 0$, n'est pas satisfaite. En effet l'état non couplé $|0\rangle$ est alors contaminé par l'état intermédiaire $|g\rangle$ (cf équation (5.16)). En reprenant le raisonnement de la référence [Romanenko et Yatsenko, 1997], il est possible de calculer l'effet de ces pertes sur l'efficacité de transfert, η , en considérant δ comme une perturbation d'ordre un. La condition exacte sur δ est donnée par l'équation (5.17). Considérons que $N(0)$ atomes sont disponibles dans l'état $|e_1\rangle$ juste avant le début du STIRAP. A l'instant t , $N(t)$ atomes sont disponibles, ainsi

$N_g(t) = |\langle g|0\rangle|^2 N(t)$ atomes¹¹ sont dans l'état intermédiaire $|g\rangle$. Le nombre d'atomes disponibles pour le transfert suit l'équation :

$$\dot{N} = -\Gamma N_g(t) = -\Gamma \frac{4\delta^2 \Omega_2^2 \Omega_1^2}{\Omega_0^6} N(t) \quad (5.41)$$

A la fin de la séquence STIRAP, l'efficacité de transfert est :

$$\eta(\tau) = \frac{N(\tau)}{N(0)} = \exp\left(-4\Gamma\delta^2 \int_0^\tau \frac{\Omega_2^2 \Omega_1^2}{\Omega_0^6} dt\right) \quad (5.42)$$

dans le cas de deux impulsions parfaitement équilibrées, i.e. $\Omega_2(t) = \Omega_0 \cos(\pi t/(2\tau))$ et $\Omega_1(t) = \Omega_0 \sin(\pi t/(2\tau))$, nous aboutissons à :

$$\eta(\tau) = \exp\left(-\frac{\delta^2 \Gamma \tau}{2\Omega_0^2}\right) \quad (5.43)$$

D'après cette dernière équation, l'efficacité de transfert est maximale quand le désaccord à deux photons est nul. Cette conclusion, comme expliqué dans la suite, est contre balancée par le déséquilibre des fréquences de Rabi et l'effet des pertes par collisions.

5.4.2 Effet des pertes par collisions

Pour comprendre l'effet des pertes par collisions, Γ_{col} , nous dérivons un modèle plus simple que les équations de Bloch optiques du paragraphe 5.2.2. Seules ces dernières pertes Γ_{col} sont considérées dans la suite. A l'instant t il y a $N_2(t) = |\langle e_2|0\rangle|^2 N(t)$ atomes dans l'état $|e_2\rangle$, et le taux de collisions est $\Gamma_{col} |\langle e_2|0\rangle|^2$. Le nombre d'atomes disponibles pour le transfert suit donc l'équation :

$$\dot{N} = -\Gamma_{col} |\langle e_2|0\rangle|^2 N_2(t) = -\Gamma_{col} |\langle e_2|0\rangle|^4 N(t) \quad (5.44)$$

Pour continuer le calcul, l'énergie $\hbar|\delta|$ est considérée petite devant toutes les différences des énergies propres de \hat{H}_0 (cf équation (5.17)). En supposant des impulsions parfaitement équilibrées, i.e. $\Omega_2(t) = \Omega_0 \cos(\pi t/(2\tau))$ et $\Omega_1(t) = \Omega_0 \sin(\pi t/(2\tau))$, l'efficacité de transfert est donc :

$$\eta(\tau) = \exp\left[-\Gamma_{col}\tau \left(\frac{3}{8} + \frac{\delta\Delta}{\Omega_0^2}\right)\right] \quad (5.45)$$

Sur cette dernière équation, il est évident que la minimisation de l'effet des pertes par collisions implique δ et Δ non-nuls et $\delta\Delta$ négatif. C'est bien ce que nous avons observé expérimentalement et sur la simulation (cf figure 5.10 où $\delta > 0$ et $\Delta < 0$). L'hypothèse de l'équation (5.17) utilisée pour dériver l'équation (5.45) n'est pas tout à fait vérifiée dans la pratique. L'équation (5.45) ne peut donc pas être utilisée pour une prédiction quantitative, néanmoins une simulation complète sera présentée dans les deux parties suivantes. Physiquement, la réduction de l'effet de ces pertes

11. Avec les notations du début du chapitre : $|0\rangle = |0^{(0)}\rangle + |0^{(1)}\rangle + \dots$ est le développement de l'état $|0\rangle$ en puissance de δ .

peut être comprise comme une croissance plus lente de la population dans l'état $|e_2\rangle$, au prix d'une condition de suivi adiabatique plus restrictive (5.15), ce qui réduit le taux de pertes instantanées $\Gamma_{col} |\langle e_2|0\rangle|^2$. Cet effet est à mitiger avec celui du paragraphe précédent : si $|\delta|$ est trop grand les pertes par l'état intermédiaire seront trop importantes.

En pratique le STIRAP sera utilisé dans le chapitre 6 avec des nuages atomiques thermiques moins denses, ce qui réduira l'effet des pertes par collision. Une fois le STIRAP effectué, ces pertes sont toujours présentes. La réduction de densité augmentera donc la durée de vie du nuage atomique dans l'état $|2,1\rangle$, permettant ainsi la réalisation des longues séquences de Ramsey du chapitre 6.

5.4.3 Effet du déséquilibre des fréquences de Rabi

Dans ce paragraphe nous allons montrer que le déséquilibre entre les fréquences de Rabi peut aussi mener à une optimisation de l'efficacité de transfert avec les deux désaccords non-nuls et donc accentuer l'effet du paragraphe précédent.

D'après les conclusions du paragraphe précédent, considérons que des valeurs non-nulles sont imposées à δ et à Δ . Nous allons montrer que le signe de δ impose une fois de plus celui de Δ . Pour cela utilisons la même hypothèse que précédemment sur δ (5.17) ainsi que $|\Delta| \ll \Omega_0$. Nous aboutissons aux énergies propres pour $\hat{H}_{stirap} + \hbar\Delta$:

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{\hbar}{2} \left[-\Delta - \delta \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{\Omega_0^2} \right], \\ E_+ &= \frac{\hbar}{2} \left[+\Omega_0 + \delta \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{2\Omega_0^2} \right], \\ E_- &= \frac{\hbar}{2} \left[-\Omega_0 + \delta \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{2\Omega_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (5.46)$$

L'évolution de ces trois énergies, pour $\Delta = 0$, au cours de la séquence de STIRAP est tracée sur la figure 5.11.a avec les rampes de fréquences de Rabi $\Omega_1 = \Omega_1(\tau) \sin(\pi t/(2\tau))$ et $\Omega_2 = \Omega_2(0) \cos(\pi t/(2\tau))$. Pour accentuer l'effet, les paramètres utilisés pour le tracé (voir légende de la figure 5.11) violent légèrement la condition (5.17).

Pour les formes d'impulsions $\Omega_1 = \Omega_1(\tau) \sin(\pi t/(2\tau))$ et $\Omega_2 = \Omega_2(0) \cos(\pi t/(2\tau))$, la condition adiabatique locale, équation (5.14), peut se réécrire :

$$\frac{\pi}{2} \frac{\Omega_1(\tau)\Omega_2(0)}{\Omega_0^2(t)\tau} \ll \left| \frac{E_0 - E_{\pm}}{\hbar} \right| \quad (5.47)$$

Sur la figure 5.11.a, la plus faible distance entre les énergies est entre les niveaux E_- et E_0 autour de $t \simeq 0$. Dans l'expérience $\Omega_2(0) < \Omega_1(\tau)$, c'est donc aussi autour de ce point que $1/\Omega_0^2(t)$ est maximum. La condition de suivi adiabatique est donc moins bien satisfaite autour de $t = 0$. Une manière de relâcher cette contrainte est de choisir une valeur négative pour le désaccord à un photon Δ comme illustré sur la figure 5.11.b. C'est le signe opposé de δ donc cela est bien compatible avec la condition $\delta\Delta < 0$ du paragraphe précédent.

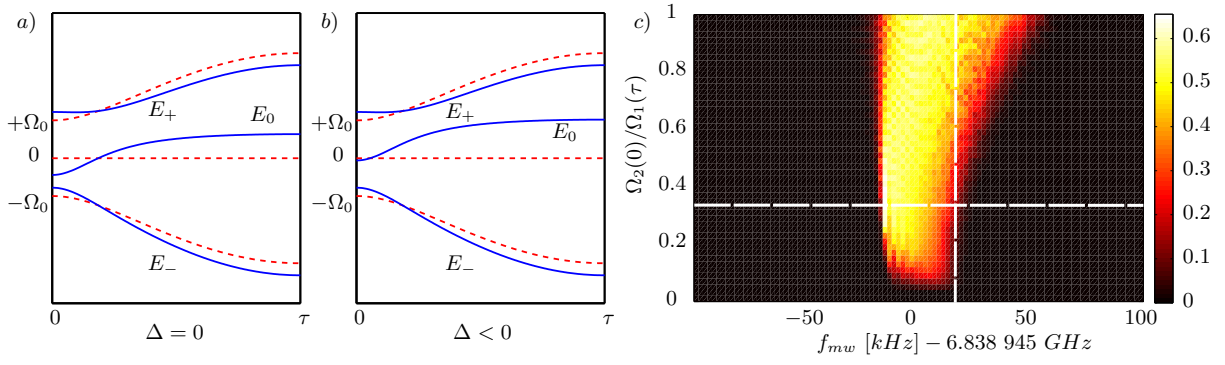


FIGURE 5.11 – (a) traits pleins bleus : variations des énergies habillées en fonction du temps t , équation (5.46), dans le cas $\delta = 2\pi \times 10$ kHz, $\Omega_2(0) = 2\pi \times 14,4$ kHz, $\Omega_1(\tau) = 2\pi \times 43,4$ kHz et $\Delta = 0$. Traits pointillés rouges : variations des énergies habillées pour $\Delta = 0$ et $\delta = 0$. (b) : mêmes courbes avec $\Delta = -2\pi \times 6$ kHz. (c) : efficacité de transfert (simulation complète avec les paramètres ajustés et $\tau = 2,5$ ms) en fonction de la fréquence micro-onde f_{mw} et du rapport entre les maxima des fréquences de Rabi des deux impulsions $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$. La ligne blanche tirée verticale indique $\Delta = 0$, celle horizontale indique le ratio $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$ utilisé dans l'expérience.

Une étude quantitative basée sur la simulation des équations (5.27) et (5.28) avec les paramètres ajustés ainsi que $\tau = 2,5$ ms présente, sur la figure 5.11.c, l'évolution de la position de la résonance à un photon en fonction du ratio $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$. La valeur optimale de $|\Delta|$ augmente quand $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$ diminue. Contrairement aux déplacements des résonances dus aux pertes par collisions, les déplacements dus au déséquilibre des fréquences de Rabi peuvent être annulés si l'équilibre est rétabli. Dans le cas où cet équilibre est rétabli, la partie supérieure de la figure 5.11.c montre que l'efficacité est toujours maximale, comme prévu, avec $\delta\Delta < 0$.

5.4.4 Réunir les deux effets précédents

L'approche précédente, équation (5.46), laisse penser que, dans le cas $\Gamma_{col} = 0$, le choix $\delta = 0$ et $\Delta = 0$ est judicieux pour maximiser le transfert même dans le cas $\Omega_1(\tau) \neq \Omega_2(0)$. Mais, il n'en est rien. Ce phénomène, de déplacement des résonances en fonction du déséquilibre des fréquences de Rabi, a déjà été étudié dans la référence¹² [Boradjiev et Vitanov, 2010]. Il est dû à une violation de la condition adiabatique locale, autour du point $(\delta, \Delta) = (0, 0)$, à un certain instant du transfert.

Sur la figure 5.12, la variation de l'efficacité de transfert en fonction du désaccord à deux photons δ et de celui à un photon Δ est représentée. L'absence de pertes par collisions et des impulsions équilibrées (figure 5.12.a) aboutissent bien à un transfert maximum pour $(\delta, \Delta) = (0, 0)$. Les figures 5.12.b et 5.12.c présentent respectivement l'efficacité de transfert dans le cas où seulement les deux impulsions sont déséquilibrées, et où seulement les pertes par collisions sont présentes. Dans ces deux cas l'efficacité de transfert est meilleure en dehors du voisinage $(\delta, \Delta) = (0, 0)$ et le maximum de l'efficacité de transfert se déplace dans les mêmes régions $\delta\Delta < 0$. Cela montre que ces deux phénomènes aboutissent à des déplacements similaires des

12. Je remercie Nikolay Vitanov de nous avoir signalé l'existence de ses travaux.

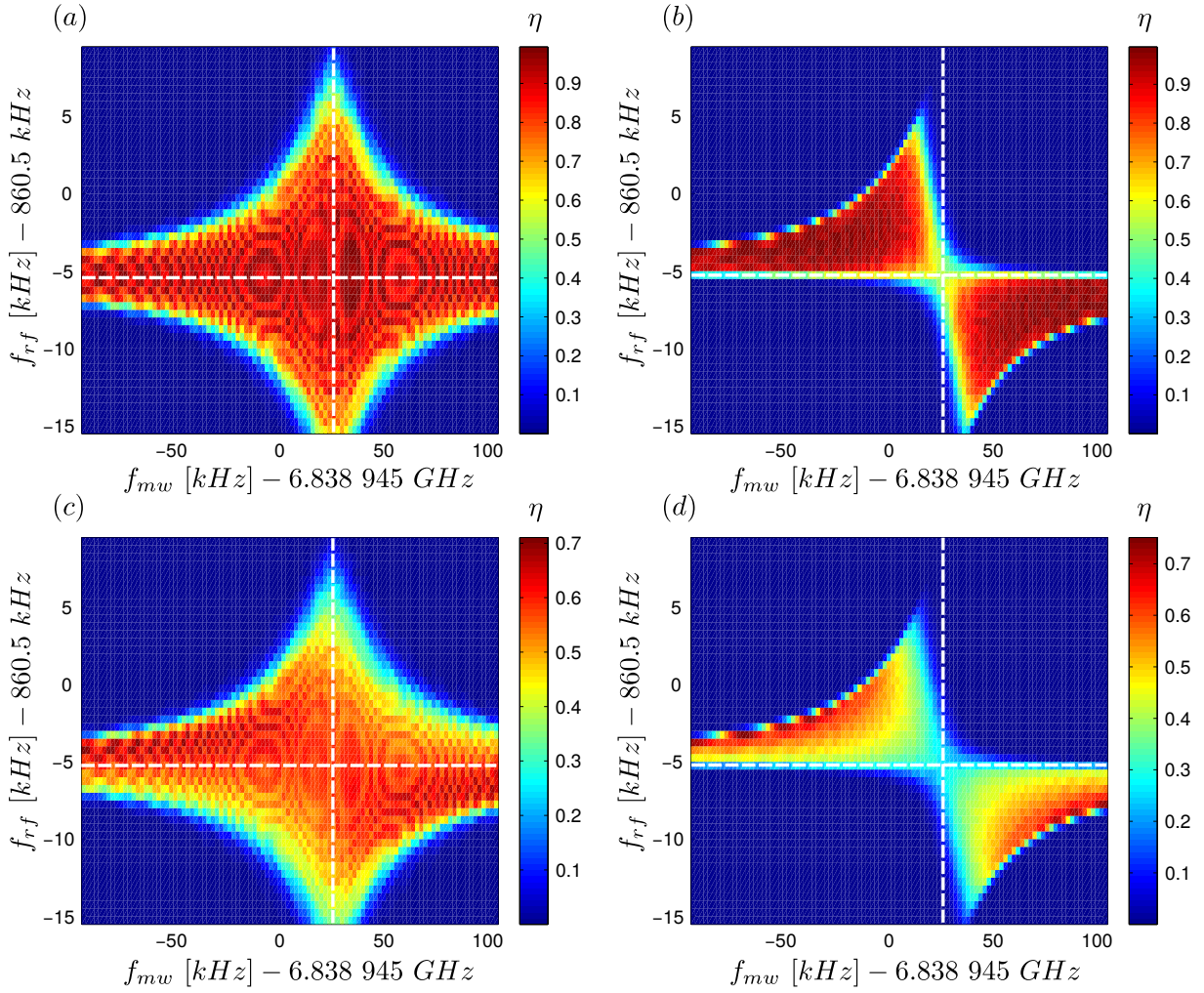


FIGURE 5.12 – Efficacité de transfert en fonction de f_{mw} et f_{rf} , qui sont reliées respectivement à Δ et δ par $\Delta = 2\pi f_{mw} - (\omega_{01} + \omega_{02})/2$ et $\delta = 4\pi f_{rf} - (\omega_{01} - \omega_{02})$. (a) impulsions équilibrées, $\Omega_1(\tau) = \Omega_2(0)$, et pas de pertes par collisions, $\Gamma_{col} = 0$. (b) impulsions déséquilibrées, $\Omega_1(\tau) = 4\Omega_2(0)$, et pas de pertes par collisions, $\Gamma_{col} = 0$. (c) impulsions équilibrées, $\Omega_1(\tau) = \Omega_2(0)$, et pertes par collisions présentes, $\Gamma_{col} \neq 0$. (d) impulsions déséquilibrées, $\Omega_1(\tau) = 4\Omega_2(0)$, et pertes par collisions présentes, $\Gamma_{col} \neq 0$. Les lignes blanches pointillées horizontales représentent la condition de résonance à deux photons $\delta = 0$ et celles verticales représentent la condition de résonance à un photon $\Delta = 0$.

résonances et sont donc compatible entre eux pour réaliser un transfert efficace. La figure 5.12.d présente les deux effets ensemble, cela a pour effet de réduire la largeur des résonances.

5.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons démontré la possibilité de changer l'état interne d'un condensat de rubidium 87 à l'aide de la méthode : *STImulated Raman Adiabatic Passage* (STIRAP). L'utilisation de champs micro-ondes pour ce transfert (au lieu de champs laser) permet une mise œuvre rapide et robuste.

Contrairement à ce qui est suggéré par un modèle simple du STIRAP, deux phénomènes décalent le maximum de l'efficacité de transfert dans une région où les désaccords à un et deux

photons sont non nuls : i) le déséquilibre des deux impulsions de Rabi, ii) la présence des pertes par collisions dans l'état d'arrivée du STIRAP. Le désaccord à deux photons non nul entraîne l'existence d'un temps au-delà duquel l'efficacité de transfert diminue à cause de la contamination de l'état non couplé par l'état intermédiaire qui est instable.

Nous avons aussi réalisé des transferts par STIRAP pour des nuages thermiques en diminuant légèrement le désaccord à deux photons car la diminution de la densité atomique entraîne une diminution des pertes par collisions. Ce transfert d'un nuage thermique est utilisé pour la préparation des atomes lors des mesures de franges de Ramsey reportées dans le chapitre 6.

Microwave-stimulated Raman adiabatic passage in a Bose-Einstein condensate on an atom chip

M. Dupont-Nivet,^{1,2} M. Casiulis,¹ T. Laudat,¹ C. I. Westbrook,² and S. Schwartz¹

¹*Thales Research and Technology France, Campus Polytechnique, 1 avenue Fresnel, 91767 Palaiseau, France*

²*Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, Campus Polytechnique, 2 avenue Fresnel, 91127 Palaiseau, France*

(Received 20 March 2015; published 26 May 2015)

We report the achievement of stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP) in the microwave frequency range between internal states of a Bose-Einstein condensate magnetically trapped in the vicinity of an atom chip. The STIRAP protocol used in this experiment is robust to external perturbations as it is an adiabatic transfer and power efficient as it involves only resonant (or quasiresonant) processes. Taking into account the effect of losses and collisions in a nonlinear Bloch equations model, we show that the maximum transfer efficiency is obtained for nonzero values of the one- and two-photon detunings, which is confirmed quantitatively by our experimental measurements.

DOI: [10.1103/PhysRevA.91.053420](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.053420)

PACS number(s): 32.80.Wr, 67.85.Jk

I. INTRODUCTION

Since its first demonstration as an efficient tool for exciting vibrational states in molecular beams [1,2], stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP) [3–5] has been applied to various situations involving multilevel systems [6], such as quantum information processing [7–9], atomic physics [10–15], cold molecules [16–19], and deterministic single-photon source [20]. As regards theoretical studies, extensive literature exists as well [21–26]. An important advantage of this technique is that it permits quasiresonant multiphoton transitions without populating unstable intermediate states. Moreover, as an adiabatic transfer method, it is relatively insensitive to fluctuation in the experimental parameters [4].

In this paper we demonstrate the use of STIRAP with two microwave frequencies to perform population transfer between hyperfine ground states of a ^{87}Rb Bose-Einstein condensate (BEC) trapped in the vicinity of an atom chip. Our STIRAP starts from the highest energy level in an upside-down Λ system [27]. Because of collision losses within the BEC in the target state, the maximum transfer efficiency is obtained for nonresonant driving fields. This is quantitatively confirmed by a theoretical model based on nonlinear Bloch equations [28].

More precisely, we prepare the BEC in the $|F = 2, m_F = 2\rangle$ hyperfine level of the $5^2S_{1/2}$ ground state and transfer it coherently into $|F = 2, m_F = 1\rangle$, from which the two-photon transition $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 1, m_F = -1\rangle$, which has very good coherence properties [29–32], can be addressed. Preparing the BEC in $|F = 2, m_F = 2\rangle$, whose magnetic moment is twice as big as other trappable hyperfine levels of $5^2S_{1/2}$, has the advantage of bigger magnetic forces for equivalent electrical power dissipation, allowing, for example, the capture of atoms from a magneto-optical trap farther away from the current-carrying wires [33,34] or an increase in the trap confinement during evaporative cooling [35].

In order to benefit from these advantages, a reliable protocol for coherent population transfer between $|F = 2, m_F = 2\rangle$ and $|F = 2, m_F = 1\rangle$ is required. The most straightforward transfer method would be to use a single-photon transition in the radio-frequency range. However, with the typical magnetic field values used in our experiment (less than a few tens of gauss), the Zeeman effect is nearly linear [36] and single-photon transitions would spread the atoms in all

(equally spaced) Zeeman sublevels of the $F = 2$ manifold. A second possibility is to use a two-photon transition in the microwave range, with $|F = 1, m_F = 1\rangle$ as an intermediate level. For such a transition, the two-photon detuning ($\delta \equiv \delta_1 - \delta_2$ in Fig. 1) could be arbitrarily low to maximize the transfer efficiency η , but the one-photon detuning $\Delta \equiv (\delta_1 + \delta_2)/2$ has to remain much bigger than Ω_1 and Ω_2 (which are the maximum available Rabi frequencies associated with the two microwave fields drawn in Fig. 1) in order to keep the population of the antitrapping state $|F = 1, m_F = 1\rangle$ at a reasonably low level [37]. When the latter condition is fulfilled the two-photon transition is equivalent to a single-photon transition with the effective Rabi frequency $\Omega_{\text{eff}} = \Omega_1 \Omega_2 / (2|\Delta|)$ [37]. It can thus be used to implement a population transfer either with a π pulse (though it would imply more stringent constraints on the stability of experimental parameters) [38] or with an adiabatic passage across resonance (which then has to be much slower than the time scale $1/\Omega_{\text{eff}}$). In comparison, the STIRAP protocol that we consider in this paper allows us to perform the same adiabatic population transfer with a shorter time scale, on the order of $1/\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$.

This article is organized as follows. In Sec. II we briefly summarize the basic principles of STIRAP and describe how the usual theoretical model is adapted to account for losses and collisions that play a major role in our experiment. Section III is devoted to the description of our experimental protocol and results. In Sec. IV we report numerical simulations of the STIRAP process, in good quantitative agreement with our measurements. Finally, we physically discuss in Sec. V the need for nonzero one- and two-photon detunings for maximum transfer efficiency η .

II. THEORETICAL FRAMEWORK

A. Basics of the STIRAP protocol

Let us consider the three-level upside-down Λ system of Fig. 1, with all the atoms initially in the highest-energy level $|e_1\rangle$. The two levels $|e_{1,2}\rangle$ are coupled to $|g\rangle$ by two microwave fields with time-dependent Rabi frequency $\Omega_{1,2}(t)$ and constant frequency $\omega_{1,2}$ detuned by $\delta_{1,2} = \omega_{1,2} - \omega_{0,1,2}$, where $\hbar\omega_{0,1,2}$ is the energy difference between $|e_{1,2}\rangle$ and $|g\rangle$. Under the rotating-wave approximation and after an

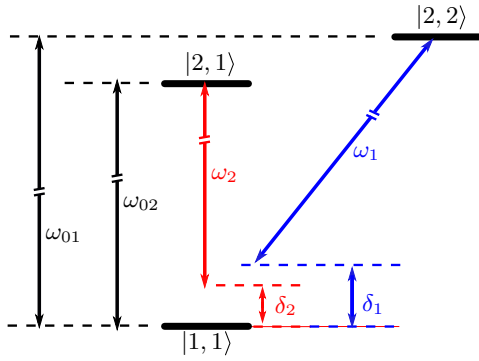


FIG. 1. (Color online) Hyperfine ground states of ^{87}Rb involved in the STIRAP process, forming an upside-down Λ system. We transfer population from state $|F = 2, m_F = 2\rangle$ to state $|F = 2, m_F = 1\rangle$ via the unpopulated intermediate level $|F = 1, m_F = 1\rangle$. We write $|F = 2, m_F = 2\rangle = |e_1\rangle$, $|F = 2, m_F = 1\rangle = |e_2\rangle$, and $|F = 1, m_F = 1\rangle = |g\rangle$. The one- and two-photon detunings are respectively define as $\Delta \equiv (\delta_1 + \delta_2)/2$ and $\delta \equiv \delta_1 - \delta_2$.

appropriate unitary transformation, the Hamiltonian of the system can be written as [2,39,40]

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \{-2\delta_1 |e_1\rangle\langle e_1| - 2\delta_2 |e_2\rangle\langle e_2| + \Omega_1 [|e_1\rangle\langle g| + \text{H.c.}] + \Omega_2 [|e_2\rangle\langle g| + \text{H.c.}]\}. \quad (1)$$

In the case where the two-photon detuning $\delta \equiv \delta_1 - \delta_2$ is zero, one of the eigenstates of \hat{H} takes the form [2,39,40]

$$|\Phi_0\rangle = \frac{\Omega_2}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} |e_1\rangle - \frac{\Omega_1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} |e_2\rangle, \quad (2)$$

which, remarkably, does not involve the state $|g\rangle$. In order to transfer the population from $|e_1\rangle$ to $|e_2\rangle$ following the usual STIRAP protocol, the microwave field Ω_2 is turned on first (with $\Omega_1 = 0$) such that $|\Phi_0\rangle = |e_1\rangle$ at the beginning of the sequence. Then Ω_2 is gradually ramped down to zero while Ω_1 is ramped up to its maximum value such that $|\Phi_0\rangle$ becomes proportional to $|e_2\rangle$ at the end of the sequence. If the variations in the Rabi frequencies Ω_1 and Ω_2 are sufficiently slow, the atoms will adiabatically follow the change in $|\Phi_0\rangle$ and thus be transferred from $|e_1\rangle$ to $|e_2\rangle$ without populating the intermediate state $|g\rangle$. More precisely, the adiabaticity condition reads [4] $\dot{\theta}^2 \ll |E_0 - E_{\pm}|^2/\hbar^2$, where $\dot{\theta} = (\dot{\Omega}_1\Omega_2 - \Omega_1\dot{\Omega}_2)/(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)$, E_0 is the energy of state $|\Phi_0\rangle$, and E_{\pm} are the two other eigenvalues of \hat{H} . For example, in the particular case where $\Omega_1 = \Omega_0 \cos[\pi t/(2\tau)]$ and $\Omega_2 = \Omega_0 \sin[\pi t/(2\tau)]$ with $0 \leq t \leq \tau$ (see the following sections for a possible practical implementation), the adiabaticity condition takes the following simple form:

$$\tau \gg 1/(\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} - |\Delta|), \quad (3)$$

where τ is the duration of the STIRAP process. In this simple model, the maximum efficiency is obtained for zero one- and two-photon detunings ($\Delta = \delta = 0$), a condition that will

change in the following sections when considering a more realistic experimental situation.

B. Modeling losses and collisions

Interparticle interactions play a significant role in our experiment, even more since we use BECs with relatively high density. These effects include both energy shifts and collisional losses [41]. In the following, we will take these effects (and other loss mechanisms) into account using the formalism of nonlinear Bloch equations.

Following [28], we model the effects of surroundings upon our three-level system by introducing an ensemble of additional states called a bath and by considering the reduced density matrix $\hat{\rho}$ obtained by tracing over bath variables. Throughout this paper we will use the standard notation $\rho_{ij} = \langle i|\hat{\rho}|j\rangle$, with $i, j \in \{e_1, g, e_2\}$. In the absence of loss and collisions, the evolution of $\hat{\rho}$ is described by $i\hbar\partial\hat{\rho}/\partial t = [\hat{H}, \hat{\rho}]$.

The effects of atomic losses due to the antitrapping behavior of the state $|g\rangle$ is modeled by a constant loss rate Γ . We neglect collisional effects for atoms in the state $|g\rangle$ because the population of the latter remains very low at all times. Atoms confined in the two other states $|e_1\rangle$ and $|e_2\rangle$ are subject to collisional effects. In the mean-field theory, these can be modeled [41] by adding to the Hamiltonian (1) a term of the form $n_0 g(\rho_{e_1 e_1} |e_1\rangle\langle e_1| + \rho_{e_2 e_2} |e_2\rangle\langle e_2|)$, where $n_0 \sim 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ is the typical density of our BEC and g is the coupling constant related to the scattering length a through $g = 4\pi\hbar^2 a/m$, with m the atomic mass and $a \simeq 5.77 \text{ nm}$ for ^{87}Rb [41]. Although the typical value of $n_0 g/\hbar$ in our experiment (on the order of a few kHz) is not negligible with respect to other parameters, mean-field collision shifts in our model only lead to a very small visible effect on the numerical simulations of the STIRAP process, which will be described in the following sections.

On the other hand, inelastic collisions of the form $|2, 1\rangle + |2, 1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle + |2, 2\rangle$ play a significant role in the dynamics of our system. Note that atoms falling into $|2, 0\rangle$ are untrapped and therefore lost. For this reason, we shall neglect the reverse collision process. Other processes with different output and input states are also neglected, because of conservation rules. The rate of the relevant collision process, which can be rewritten as $|e_2\rangle + |e_2\rangle \rightarrow |2, 0\rangle + |e_1\rangle$, has the form $\Gamma_{\text{col}}\rho_{e_2 e_2}$, where $\Gamma_{\text{col}} = \gamma_{22}n_0$ can be obtained from the value of γ_{22} published in the literature (typically, $\gamma_{22} \simeq 10^{-19} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ [42], which results in $\Gamma_{\text{col}} \simeq 50 \text{ s}^{-1}$ in our case). Following [28], we model this collision process by the combination of a loss process on level $|e_2\rangle$ and a population flow from $|e_2\rangle$ to $|e_1\rangle$, both occurring at the rate $\Gamma_{\text{col}}\rho_{e_2 e_2}$.

This procedure leads [28] to the following equations for the population terms of the reduced density operator:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e_1 e_1} &= i\frac{\Omega_1}{2}(\rho_{e_1 g} - \rho_{g e_1}) + \Gamma_{\text{col}}\rho_{e_2 e_2}^2, \\ \dot{\rho}_{g g} &= i\frac{\Omega_1}{2}(\rho_{g e_1} - \rho_{e_1 g}) + i\frac{\Omega_2}{2}(\rho_{g e_2} - \rho_{e_2 g}) - \Gamma_{\text{col}}\rho_{g g}, \\ \dot{\rho}_{e_2 e_2} &= i\frac{\Omega_2}{2}(\rho_{e_2 g} - \rho_{g e_2}) - 2\Gamma_{\text{col}}\rho_{e_2 e_2}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

and for the coherences

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{e_1g} &= i\tilde{\delta}_1\rho_{e_1g} + i\frac{\Omega_2}{2}\rho_{e_1e_2} + i\frac{\Omega_1}{2}(\rho_{e_1e_1} - \rho_{gg}) - \frac{\Gamma}{2}\rho_{e_1g}, \\ \dot{\rho}_{e_1e_2} &= i(\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2)\rho_{e_1e_2} + i\frac{\Omega_2}{2}\rho_{e_1g} - i\frac{\Omega_1}{2}\rho_{ge_2} \\ &\quad - \Gamma_{\text{col}}\rho_{e_2e_2}\rho_{e_1e_2}, \\ \dot{\rho}_{ge_2} &= i\frac{\Omega_2}{2}(\rho_{gg} - \rho_{e_2e_2}) - i\frac{\Omega_1}{2}\rho_{e_1e_2} - i\tilde{\delta}_2\rho_{ge_2} \\ &\quad - \frac{\Gamma}{2}\rho_{ge_2} - \Gamma_{\text{col}}\rho_{e_2e_2}\rho_{ge_2},\end{aligned}\quad (5)$$

where $\tilde{\delta}_1 = \delta_1 - n_0g\rho_{e_1e_1}$ and $\tilde{\delta}_2 = \delta_2 - n_0g\rho_{e_2e_2}$ include mean-field effects. This set of equations will be the starting point for the numerical simulation of our experimental sequence, which will be described in the following sections.

III. EXPERIMENT

A. Protocol

We start by using a setup similar to [33], with a ^{87}Rb BEC of $(6.8 \pm 0.6) \times 10^3$ atoms, which is transferred after the evaporative cooling stage into a harmonic trap with trapping frequencies 120 and 210 Hz in the horizontal plane and 228 Hz in the vertical plane. The STIRAP is performed in the latter trap.

The two microwave field needed for the experimental protocol are generated by in-phase-quadrature-phase modulation. For this purpose, we use a microwave carrier wave of the form $C \propto \cos(2\pi f_{\text{mw}}t)$ and two radio-frequency in-phase and quadrature signal waves of the form $S_{\pm} \propto \cos[2\pi f_{\text{rf}}t + \varphi_{\pm}(t)]$, with

$$\varphi_{\pm}(t) = \pm\left(\frac{\pi t}{2\tau} - \frac{\pi}{4}\right), \quad (6)$$

where $t \in [0, \tau]$. This results in a microwave with a magnetic field of the form $\mathbf{B}_{\text{mw}} \propto (B_{\text{mw}1} + B_{\text{mw}2})\mathbf{u}$, where \mathbf{u} is a unit (linear) polarization vector and

$$\begin{aligned}B_{\text{mw}1}(t) &\propto B_{\text{mw}}\alpha(t)\cos[2\pi(f_{\text{mw}} + f_{\text{rf}})t], \\ B_{\text{mw}2}(t) &\propto B_{\text{mw}}\beta(t)\cos[2\pi(f_{\text{mw}} - f_{\text{rf}})t],\end{aligned}\quad (7)$$

corresponding to two sidebands $f_{\text{mw}} + f_{\text{rf}}$ and $f_{\text{mw}} - f_{\text{rf}}$ with their relative amplitudes $\alpha(t) = \sin[\pi t/(2\tau)]$ and $\beta(t) = \cos[\pi t/(2\tau)]$ changing over time. In order to take into account the nonzero extinction ratio ϵ of our modulator (typically $\epsilon = 2\%$ in our case), we introduce the following phenomenological expressions for α and β :

$$\begin{aligned}\alpha(t) &\propto \sqrt{(1 - \epsilon)\sin^2[\pi t/(2\tau)] + \epsilon}, \\ \beta(t) &\propto \sqrt{(1 - \epsilon)\cos^2[\pi t/(2\tau)] + \epsilon}.\end{aligned}\quad (8)$$

In practice, τ is the duration of the STIRAP sequence, ω_1 and ω_2 are equal to $2\pi(f_{\text{mw}} + f_{\text{rf}})$ and $2\pi(f_{\text{mw}} - f_{\text{rf}})$, respectively, and Ω_1 and Ω_2 are proportional to α and β . The overall microwave signal is amplified to 40 dBm before being radiated by a microwave horn in the direction of the atomic cloud. The modeled variations of α and β are shown by solid and dashed lines, respectively, in Fig. 2. The corresponding experimental power levels, measured at the output of the

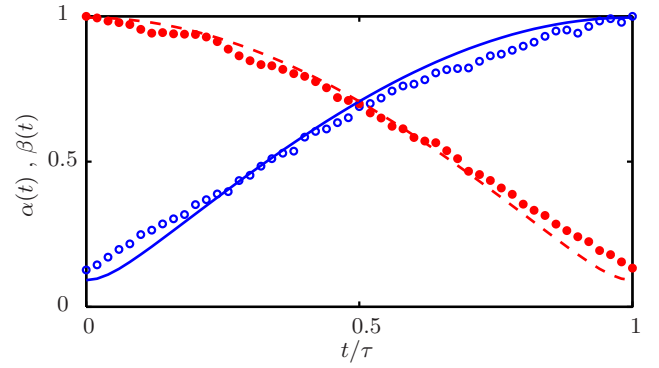


FIG. 2. (Color online) Relative amplitude of the microwave field α and β used for the STIRAP protocol, as a function of time: the solid blue line and open blue circles correspond to $\alpha \propto \Omega_1(t)$ tuned to the transition between $|e_1\rangle$ and $|g\rangle$; the red dashed line and filled red circles correspond to $\beta \propto \Omega_2(t)$ tuned to the transition between $|e_2\rangle$ and $|g\rangle$. Circles are the measured values at the output of the amplifier and solid and dashed lines are plotted after the model of Eqs. (8).

microwave amplifier, are plotted as circles in the same figure showing relatively good agreement.

Since ω_1 is mostly resonant with the transition $|e_1\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ and ω_2 is mostly resonant with the transition $|e_2\rangle \leftrightarrow |g\rangle$, the Rabi frequencies $\Omega_{1,2}$ can be written as $\hbar\Omega_1 = \sqrt{3/4}\mu_B|B_{\perp}|$ and $\hbar\Omega_2 = \sqrt{3/4}\mu_B|B_{\parallel}|$ [43], where μ_B is the Bohr magneton, $B_{\perp} = B_{\text{mw}1}(\mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{B}/|\mathbf{B}|)$ is the component of $B_{\text{mw}1}\mathbf{u}$ in the plane perpendicular to the local direction of the dc magnetic field \mathbf{B} , and $B_{\parallel} = B_{\text{mw}2}\mathbf{u} \cdot \mathbf{B}/|\mathbf{B}|$ is the component of $B_{\text{mw}2}\mathbf{u}$ along the local direction of \mathbf{B} . For a given amount of microwave power, the STIRAP duration τ (which must be longer than $1/\Omega_0$ to satisfy the adiabaticity condition) is minimized for $\max[\Omega_1(t)] = \max[\Omega_2(t)]$, which is expected to occur in our experimental setup for $\max|B_{\perp}| = \max|B_{\parallel}|$, corresponding to an angle of 45° between \mathbf{u} and \mathbf{B} . In practice, we also aim for \mathbf{u} to be almost parallel to the plane of the atom chip (which is compatible with the latter condition), as it contains several conductive wires (and considering the fact that in the case of a perfectly conducting plane the magnetic field would have to be parallel to the latter). Experimentally, we obtained $\Omega_1(t = \tau) \simeq 43$ kHz and $\Omega_2(t = 0) \simeq 14$ kHz (see Sec. IV for the estimation procedure). We attribute the difference between these two values to residual uncertainties on the orientation of the horn, the magnetic field at the bottom of the trap, and the propagation of the microwave field from the horn to the atoms. Still, the two values are sufficiently close to perform an efficient STIRAP protocol, as will be shown in the next section.

To distinguish between atoms in states $|e_1\rangle$ and $|e_2\rangle$ and measure the transfer efficiency, we let the atoms fall under gravity in a magnetic-field gradient after the STIRAP sequence. This results in their spatial separation as shown in Fig. 3.

B. Results

In order to determine the optimal values for the microwave frequencies, we first measured the modulus of the magnetic field at the bottom of the trap with radio-frequency

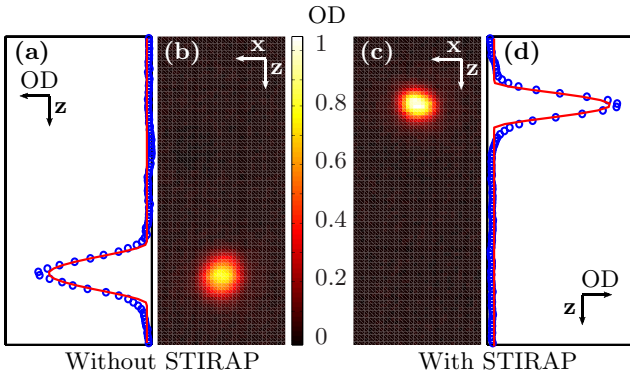


FIG. 3. (Color online) (a) Vertical optical density (OD) profile of the BEC after the time of flight in $|F = 2, m_F = 2\rangle$ without the STIRAP and (b) optical density of the same BEC. (c) Optical density of the BEC after the time of flight in $|F = 2, m_F = 1\rangle$ with a 900- μ s STIRAP sequence and (d) vertical optical density profile of the same BEC. Blue open circles stand for experimental data and the solid red line is a parabolic fit. In order to discriminate between the Zeeman sublevels of the $F = 2$ manifold, during the time of flight we apply a magnetic-field gradient in the vertical direction of the plot. This gradient causes different accelerations for atoms with different m_F numbers resulting in different spatial positions. Without the STIRAP sequence we produce a BEC of $(6.8 \pm 0.6) \times 10^3$ atoms and with the STIRAP sequence we produce a BEC of $(6.0 \pm 0.5) \times 10^3$ atoms. The transfer efficiency is around 87%.

spectroscopy. We found $2.45 \text{ G} \pm 7 \text{ mG}$, which led, based on the Breit-Rabi formula [36], to the target values $f_{\text{rf}} = 856.3 \pm 2.4 \text{ kHz}$ and $f_{\text{mw}} = 6.838976 \text{ GHz} \pm 12.3 \text{ kHz}$ to match the one- and two-photon resonance conditions. We then varied the three experimental parameters f_{rf} , f_{mw} , and τ to maximize the transfer efficiency. The optimal parameters were found to be $\tau = 900 \mu\text{s}$, $f_{\text{rf}} = 860.5 \text{ kHz}$, and $f_{\text{mw}} = 6.838945 \text{ GHz}$. This corresponds to a transfer efficiency around 87%, as illustrated in Fig. 3, which shows the optical density of a BEC without and with the STIRAP sequence. A summary of the atomic and field frequencies used in the optimal case is provided in Table I. Interestingly, they correspond to nonzero values of the one- and two-photon detunings, a point that will be discussed in detail in the following sections.

From the data in Fig. 3 we observe that the maximum optical density after the population transfer is higher. We attribute this to an oscillation in the size of the BEC, as a consequence of

TABLE I. Atomic transition frequencies $\omega_{0,1,2}$ computed using the Breit-Rabi formula [36] and the measured magnetic-field value of 2.446 G (obtained from the numerical fit see Sec. IV), and microwave frequencies $\omega_{1,2}$ experimentally obtained by optimizing the STIRAP efficiency. We deduce the values of the two-photon detuning $\delta/(2\pi) = 11 \text{ kHz}$ and the one-photon detuning $\Delta/(2\pi) = -24.5 \text{ kHz}$.

Parameter	Transition	
	$ e_1\rangle \leftrightarrow g\rangle$	$ e_2\rangle \leftrightarrow g\rangle$
$\omega_{0i}/(2\pi)$ (GHz)	6.839 824 5	6.838 114 5
$\omega_i/(2\pi)$ (GHz)	6.839 805 5	6.838 084 5
$\delta_i/(2\pi)$ (kHz)	-19	-30

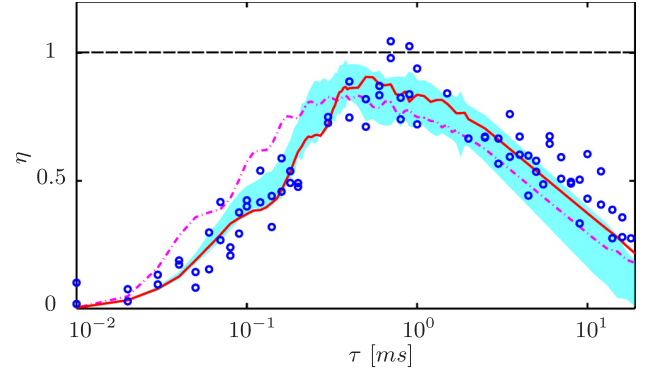


FIG. 4. (Color online) Transfer efficiency η as a function of the duration of the STIRAP sequence for $f_{\text{mw}} = 6.838945 \text{ GHz}$ and $f_{\text{rf}} = 860.5 \text{ kHz}$ (optimal parameters): the open blue circles correspond to experimental data; the solid red line corresponds to the model of Eqs. (4) and (5) with the fitted parameters given in Sec. IV; the cyan surface corresponds to the simulation with the fitted parameters and with noise as discussed in Sec. IV; and the dash-dotted magenta line corresponds to the model of Eqs. (4) and (5) with the fitted parameters and setting the one- and two-photon detunings to zero.

the rapid change (i.e., τ lower than the inverse of the trap frequencies) in the magnetic potential during the STIRAP process.

For the optimal frequencies, we plot in Fig. 4 (open circles) the experimental transfer efficiency η against the duration of the frequency ramp. First the efficiency η increases to near 100% in 900 μs and then it exponentially decreases to near 0% at a rate of 60 s^{-1} . For $\tau = 2.5 \text{ ms}$ [44] we plot in Fig. 5 (open circles) the one- and two-photon resonance curves, obtained by varying f_{mw} [Fig. 5(b)] and f_{rf} [Fig. 5(a)], respectively. Experimentally, we found a 45-kHz linewidth for the one-photon resonance curve and a 18-kHz linewidth for the two-photon resonance curve. The dispersion in the experimental points mostly corresponds to the shot-to-shot fluctuation in the atom number before the STIRAP sequence.

IV. SIMULATION

A. Simulation protocol

To simulate the behavior of our STIRAP protocol, we numerically integrate Eqs. (4) and (5), with the Rabi frequency ramps of Eq. (8). This set of equations contains five independent parameters: the magnetic-field modulus at the position of the atoms $B_0 = |\mathbf{B}|$ that determines the two detunings δ_1 and δ_2 , the maximum Rabi frequencies for the two microwave ramps $\Omega_1(t = \tau)$ and $\Omega_2(t = 0)$, and the loss rates Γ_{col} and Γ . A fit to the three experimental data sets shown in Figs. 4, 5(a), and 5(b) was performed to estimate these five parameters. It led to $\Omega_1(t = \tau) = 2\pi \times 43.4 \text{ kHz}$, $\Omega_2(t = 0) = 2\pi \times 14.4 \text{ kHz}$, $B_0 = 2.446 \text{ G}$, $\Gamma = 635 \text{ s}^{-1}$, and $\Gamma_{\text{col}} = 160 \text{ s}^{-1}$. The corresponding fitting curves are plotted as red solid lines in Figs. 4, 5(a), and 5(b).

The oscillations of the simulated transfer efficiency η with τ (see the red solid line in Fig. 4) are attributed to the fact that

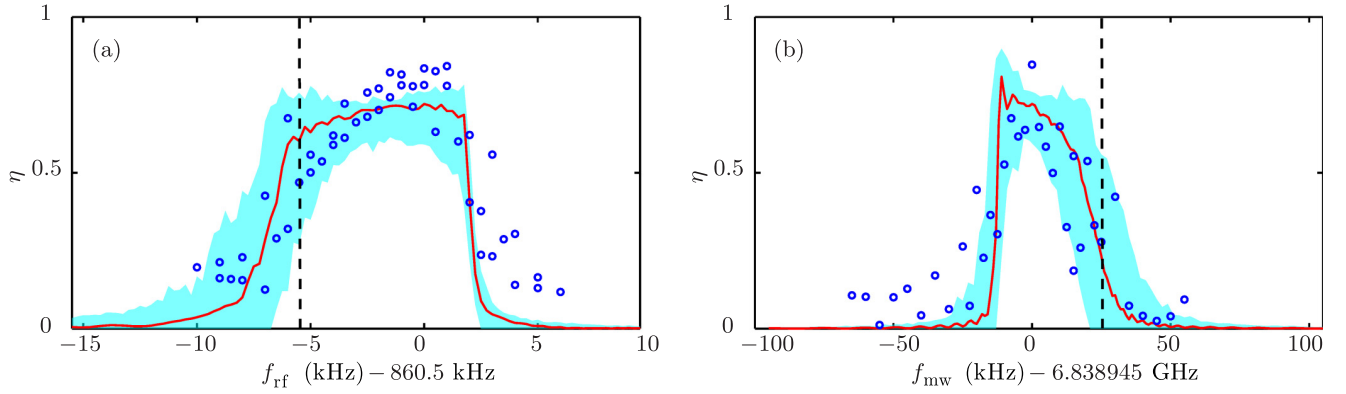


FIG. 5. (Color online) (a) Variation of the transfer efficiency η as a function of f_{rf} (which is related to the two-photon detuning δ by $\delta = 4\pi f_{\text{rf}} + \omega_{02} - \omega_{01}$) for $\tau = 2.5$ ms and $f_{\text{mw}} = 6.838945$ GHz. (b) Variation of the transfer efficiency η as a function of f_{mw} (which is related to the one-photon detuning Δ by $\Delta = 2\pi f_{\text{mw}} - (\omega_{01} + \omega_{02})/2$) for $\tau = 2.5$ ms and $f_{\text{rf}} = 860.5$ kHz. The open blue circles correspond to the experimental data; the solid red line corresponds to the model of Eqs. (4) and (5); and the cyan surface corresponds to the simulation with the fitted parameters and with noise as discussed in Sec. IV. In both sets of curves the frequency offset corresponds to the experimental parameters of Fig. 3 (optimal parameters). The vertical black dashed lines are the positions of the one- and two-photon resonances estimated theoretically from the fitted value of the magnetic field $B_0 = 2.446$ G.

$\Omega_2(\tau)$ and $\Omega_1(0)$ are not exactly zero as they ideally should be [see Eqs. (8)]. This induces a nonzero population of the three eigenstates of \hat{H} , which interfere and give rise to these oscillations.

In order to account for the noise in the current sources and ambient magnetic field (our experiment was performed without any magnetic shielding), we added in the simulation a magnetic Gaussian white noise, with a standard deviation of 2.5 mG in the time domain and an effective frequency range between 4.5 Hz and 450 kHz. About 100 independent runs of the simulation were performed, with random realizations of the magnetic-field noise. In Figs. 4 and 5 the cyan surface shows the two-standard-deviation dispersion of the transfer efficiency η around its mean value. This allows us to capture some of the dispersion of our experimental data.

B. Discussion of the fitted parameters

The fitted value for $\Omega_1(t = \tau)$ is in good agreement with an independent measurement of $43 \text{ kHz} \pm 5 \text{ kHz}$ obtained by direct Rabi oscillations on the transition $|e_1\rangle \leftrightarrow |g\rangle$. The value of B_0 is also in good agreement with the magnetic-field modulus $2.45 \text{ G} \pm 7 \text{ mG}$ measured by radio-frequency spectroscopy. The values of $\Omega_1(t = \tau)$ and $\Omega_2(t = 0)$ are not equal for the reasons already discussed in Sec. III A.

The fitted value of Γ_{col} is of the same order of magnitude as the estimated value of Sec. II B. For Γ , it is not straightforward to give a theoretical estimate as it results from multiple and complex loss mechanisms. However, we observe that the order of magnitude of the fitted value (635 s^{-1}) is consistent with the inverse of t_{out} ($1.4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$), defined as the time taken for an atom initially at rest to fall under gravity by a distance $\sigma_z = 2.3 \text{ } \mu\text{m}$, which is half the vertical dimension of the BEC (obtained using the Thomas-Fermi approximation). Note that the repulsive magnetic force has in our case the same order of magnitude as the gravity force, hence it does not change the order of magnitude for t_{out} . To conclude, our numerical model

including losses and collisions shows very good agreement with the experimental data, with realistic values of the fitted parameters.

C. Numerical simulation at one- and two-photon resonance

In order to emphasize the importance of having nonzero values of both the one-photon Δ and two-photon δ detunings, we show in Fig. 4 (dash-dotted magenta line) a numerical simulation of the transfer efficiency η versus τ using the fitted parameters discussed above, with the additional condition $\delta = \Delta = 0$. As expected, the overall efficiency of the STIRAP process is lower in this case. In the following sections we will give some physical insights into the reason why nonzero detunings improve the situation in this particular case.

V. PHYSICAL DISCUSSION: WHY DO WE NEED NONZERO ONE- AND TWO-PHOTON DETUNINGS?

A. Effect of collision losses

To make the physical effect of collision losses more obvious, we will use in the following a much simpler theoretical model than nonlinear Bloch equations. For this purpose, we consider only a pure state $|\psi(t)\rangle$ and we write the number of atoms in state $|e_2\rangle$ as $N_2(t) = |\langle e_2 | \psi(t) \rangle|^2 N(t)$, where $N(t)$ is the overall atom number [26]. In this framework the instantaneous loss rate for N_2 due to the inelastic collisions in $|e_2\rangle$ is $\Gamma_{\text{col}} |\langle e_2 | \psi(t) \rangle|^2$, leading to the following equation for $N(t)$:

$$\dot{N} = -\Gamma_{\text{col}} |\langle e_2 | \psi(t) \rangle|^4 N. \quad (9)$$

In an ideal STIRAP sequence, $|\psi(t)\rangle$ is equal at any time to the eigenstate $|\Phi_0(t)\rangle$ [given by Eq. (2)] of \hat{H}_0 , the latter being defined as the Hamiltonian of Eq. (1) with the additional condition $\delta = 0$. To go further, we assume that the two-photon detuning δ is small enough to be treated as a perturbation of \hat{H}_0 , which is the case if $|\delta|$ is much smaller than all the differences between the eigenvalues of \hat{H}_0 . This condition can be rewritten

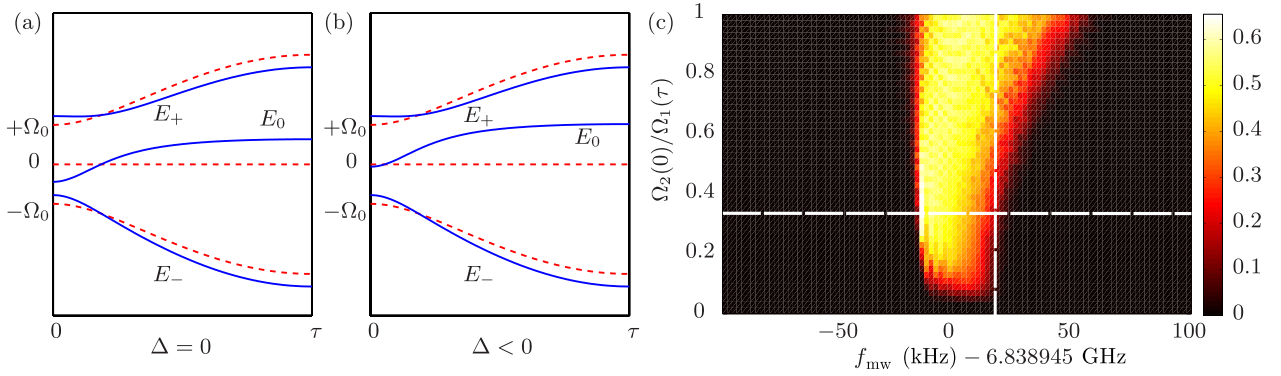


FIG. 6. (Color online) (a) Variations of the eigenenergies as a function of time [Eqs. (13)] for $\delta = 2\pi \times 10$ kHz, $\Omega_2(0) = 2\pi \times 14.4$ kHz, $\Omega_1(\tau) = 2\pi \times 43.4$ kHz and $\Delta = 0$; (b) same curves with $\Delta = -6$ kHz; and (c) transfer efficiency (full simulation with fitted parameters and $\tau = 2.5$ ms) as a function of the microwave frequency f_{mw} and the ratio of the maximum Rabi frequencies $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$. The vertical white dashed line indicates $\Delta = 0$. The horizontal white dashed line indicates the ratio $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$ used in our experiment.

as

$$\frac{|\delta|}{\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} - |\Delta|} \ll 1, \quad (10)$$

where $\Omega_0^2 = \Omega_1^2 + \Omega_2^2$. Applying the perturbation theory to $|\Phi_0\rangle$ up to the first order in the small parameter defined in Eq. (10) then leads to a corrected state $|\Phi_0^{(corr)}\rangle$, with the following expression for $|\langle e_2 | \Phi_0^{(corr)} \rangle|^2$:

$$|\langle e_2 | \Phi_0^{(corr)} \rangle|^2 = \frac{\Omega_1^2}{\Omega_0^2} \left(1 + \frac{8\delta\Delta\Omega_2^2}{\Omega_0^4} \right). \quad (11)$$

Inserting Eq. (11) in (9) and integrating over time by assuming ideal STIRAP pulses of the form $\Omega_1 = \Omega_0 \cos[\pi t/(2\tau)]$ and $\Omega_2 = \Omega_0 \sin[\pi t/(2\tau)]$ yields the following expression for N_2 at the end of the STIRAP sequence:

$$N_2(\tau) = \exp \left[-\Gamma_{col}\tau \left(\frac{3}{8} + \frac{\delta\Delta}{\Omega_0^2} \right) \right] N(0). \quad (12)$$

As can be seen in this equation, the effect of collision losses can be mitigated by choosing a nonzero value for both δ and Δ . For this purpose, the product $\delta\Delta$ has to be negative, which is indeed what we found experimentally when optimizing the parameters for maximum transfer efficiency (see Table I and related caption). Physically, the reduction in losses can be understood as resulting from the slower growth of the population in $|e_2\rangle$ during the STIRAP sequence, reducing the instantaneous loss rate $\Gamma_{col}|\langle e_2 | \psi(t) \rangle|^2$ [at the price of a more stringent adiabaticity condition (3)]. In practice, $|\delta|$ cannot be made too big because the effect described above is counterbalanced by losses from the antitrapped state $|g\rangle$, which can be shown under the same hypotheses to induce additional losses on N_2 of the form $\exp[-\delta^2\Gamma\tau/(2\Omega_0^2)]$ [26].

In conclusion, we have shown in this section that the need for nonzero one- and two-photon detunings could be understood as a consequence of the collision-induced losses in $|e_2\rangle$. It should be kept in mind, however, that Eq. (12) is only valid for small values of $|\delta|$ and cannot quantitatively predict the optimal values of the detunings in our case (although it correctly predicts the sign of $\delta\Delta$).

B. Effect of the imbalance of the Rabi frequencies

In this section we show how the need for a nonzero one-photon detuning Δ is accentuated by the fact that the maximum values of the two Rabi frequencies $\Omega_1(\tau)$ and $\Omega_2(0)$ are not equal. For this purpose, we proceed in the same way as in the previous section, with the additional hypothesis $|\Delta| \ll \Omega_0$. This leads to the following eigenenergies for $\hat{H} + \hbar\Delta$ up to the first order in $|\delta|/\Omega_0$ and $|\Delta|/\Omega_0$:

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{\hbar}{2} \left[-\Delta - \delta \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{\Omega_0^2} \right], \\ E_+ &= \frac{\hbar}{2} \left[+\Omega_0 + \delta \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{2\Omega_0^2} \right], \\ E_- &= \frac{\hbar}{2} \left[-\Omega_0 + \delta \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{2\Omega_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

The shape of these three energy curves versus time when $\Delta = 0$ is shown in Fig. 6(a), where they have been plotted using Rabi frequency ramps of the form $\Omega_1 = \Omega_1(\tau) \cos[\pi t/(2\tau)]$ and $\Omega_2 = \Omega_2(0) \sin[\pi t/(2\tau)]$, with the following values: $\delta = 2\pi \times 10$ kHz, $\Omega_1(\tau) = 2\pi \times 43.4$ kHz, and $\Omega_2(0) = 2\pi \times 14.4$ kHz. The parameters used to plot the curves slightly violate the conditions $|\delta|/\Omega_0 \ll 1$ and $|\Delta|/\Omega_0 \ll 1$ to emphasize the effect on the shape of the curves. With $\Omega_2(0) < \Omega_1(\tau)$, as is the case in our experiment, the adiabaticity condition $[\Omega_1(\tau)\Omega_2(0)/(\tau\Omega_0^2(t))] \ll |E_0 - E_{\pm}|/\hbar$ is more stringent around $t = 0$. As can be seen in Fig. 6(b), a nonzero and negative value for Δ relaxes this condition by increasing the minimal distance between the energy curves around $t = 0$, making the STIRAP process more efficient.

A more quantitative study of the interplay between the optimal value of Δ and the Rabi frequency imbalance, based on the full simulation of our model, is shown in Fig. 6(c), where the transfer efficiency is plotted as a function of f_{mw} and $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$ for $\delta = 2\pi \times 11$ kHz and $\tau = 2.5$ ms. It can be seen, as expected, that the optimal value for $|\Delta|$ increases as $\Omega_2(0)/\Omega_1(\tau)$ decreases.

Unlike the shift in the microwave frequencies due to collisional losses, the shift due to imbalance of Rabi frequencies can be canceled if $\Omega_1(\tau)$ and $\Omega_2(0)$ are made equal. In this

case, the full simulation [upper row in Fig. 6(c)] shows that the transfer efficiency is still maximum with $\delta\Delta < 0$ as expected.

VI. CONCLUSION

We have experimentally demonstrated a microwave STIRAP sequence to transfer a BEC from state $|F = 2, m_F = 2\rangle$ to state $|F = 2, m_F = 1\rangle$ with a transfer efficiency around 87% in 900 μs . The STIRAP optimization leads to nonzero values of the one- and two-photon detunings, which can be understood as a result of the mitigation of inelastic collisions that induce losses within $|F = 2, m_F = 1\rangle$. The dynamics of our experimental sequence is described to a very good extent by a set of nonlinear Bloch equations, with realistic values of the parameters.

This transfer protocol is a useful tool for atom interferometry with magnetically trapped ^{87}Rb , as it allows one to prepare the atoms in $|F = 2, m_F = 2\rangle$, where they have maximal magnetic moment, and coherently transfer them to $|F =$

$2, m_F = 1\rangle$. From this state one can address the $|F = 2, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 1, m_F = -1\rangle$ two-photon transition, which can be made very robust against magnetically induced decoherence. More generally, this work shows that microwave STIRAP between hyperfine ground states of magnetically trapped BECs is feasible and quantitatively described by nonlinear Bloch equations, paving the way for STIRAP-based quantum information or metrology experiments integrated on a chip.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge a loan of microwave components and help for the microwave horn design by the Peter Rosenbusch team at SYRTE. The authors also thank Bruce W. Shore for a careful rereading of the manuscript. This work was carried out within the OnACIS Project No. ANR-13-ASTR-0031 funded by the French National Research Agency in the frame of its Astrid program.

-
- [1] U. Gaubatz, P. Rudecki, M. Becker, S. Schiemann, M. Klzl, and K. Bergmann, *Chem. Phys. Lett.* **149**, 463 (1988).
 - [2] U. Gaubatz, P. Rudecki, S. Schiemann, and K. Bergmann, *J. Chem. Phys.* **92**, 5363 (1990).
 - [3] B. W. Shore, K. Bergmann, J. Oreg, and S. Rosenwaks, *Phys. Rev. A* **44**, 7442 (1991).
 - [4] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1003 (1998).
 - [5] N. V. Vitanov, T. Halfmann, B. W. Shore, and K. Bergmann, *Annu. Rev. Phys. Chem.* **52**, 763 (2001).
 - [6] L. S. Goldner, C. Gerz, R. J. C. Spreeuw, S. L. Rolston, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. Marte, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 997 (1994).
 - [7] Z. Kis and F. Renzoni, *Phys. Rev. A* **65**, 032318 (2002).
 - [8] N. Timoney, I. Baumgart, M. Johanning, A. Varn, M. Plenio, A. Retzker, and C. Wunderlich, *Nature (London)* **476**, 185 (2011).
 - [9] S. C. Webster, S. Weidt, K. Lake, J. J. McLoughlin, and W. K. Hensinger, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 140501 (2013).
 - [10] P. Pillet, C. Valentin, R.-L. Yuan, and J. Yu, *Phys. Rev. A* **48**, 845 (1993).
 - [11] M. Weitz, B. C. Young, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2563 (1994).
 - [12] G. Nandi, R. Walser, and W. P. Schleich, *Phys. Rev. A* **69**, 063606 (2004).
 - [13] E. M. Graefe, H. J. Korsch, and D. Witthaut, *Phys. Rev. A* **73**, 013617 (2006).
 - [14] M. Rab, J. H. Cole, N. G. Parker, A. D. Greentree, L. C. L. Hollenberg, and A. M. Martin, *Phys. Rev. A* **77**, 061602 (2008).
 - [15] S. A. Snigirev, A. A. Golovizin, G. A. Vishnyakova, A. V. Akimov, V. N. Sorokin, and N. N. Kolachevskii, *Quantum Electron.* **42**, 714 (2012).
 - [16] P. D. Drummond, K. V. Kheruntsyan, D. J. Heinzen, and R. H. Wynar, *Phys. Rev. A* **65**, 063619 (2002).
 - [17] K. Winkler, G. Thalhammer, M. Theis, H. Ritsch, R. Grimm, and J. H. Denschlag, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 063202 (2005).
 - [18] A. P. Itin and S. Watanabe, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 223903 (2007).
 - [19] E. Kuznetsova, M. Gacesa, P. Pellegrini, S. F. Yelin, and R. Côté, *New J. Phys.* **11**, 055028 (2009).
 - [20] A. Kuhn, M. Hennrich, and G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 067901 (2002).
 - [21] J. R. Kuklinski, U. Gaubatz, F. T. Hioe, and K. Bergmann, *Phys. Rev. A* **40**, 6741 (1989).
 - [22] C. E. Carroll and F. T. Hioe, *Phys. Rev. A* **42**, 1522 (1990).
 - [23] M. P. Fewell, M. W. Shore, and K. Bergeman, *Aust. J. Phys.* **50**, 281 (1997).
 - [24] N. Vitanov and S. Stenholm, *Opt. Commun.* **135**, 394 (1997).
 - [25] N. V. Vitanov and S. Stenholm, *Phys. Rev. A* **56**, 1463 (1997).
 - [26] V. Romanenko and L. Yatsenko, *Opt. Commun.* **140**, 231 (1997).
 - [27] B. W. Shore, *Acta Phys. Slovaca* **63**, 361 (2013).
 - [28] B. W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation, Simple Atoms and Fields* (Wiley-VCH, Weinheim, 1990), Vols. 1 and 2.
 - [29] D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. A* **66**, 053616 (2002).
 - [30] P. Treutlein, P. Hommelhoff, T. Steinmetz, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 203005 (2004).
 - [31] P. Bohi, M. Riedel, J. Hoffrogge, J. Reichel, T. Hansch, and P. Treutlein, *Nat. Phys.* **5**, 592 (2009).
 - [32] C. Deutsch, F. Ramirez-Martinez, C. Lacroûte, F. Reinhard, T. Schneider, J. N. Fuchs, F. Pichon, F. Lalo, J. Reichel, and P. Rosenbusch, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 020401 (2010).
 - [33] D. M. Farkas, K. M. Hudek, E. A. Salim, S. R. Segal, M. B. Squires, and D. Z. Anderson, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 093102 (2010).
 - [34] L. Huet, M. Ammar, E. Morvan, N. Sarazin, J.-P. Pocholle, J. Reichel, C. Guerlin, and S. Schwartz, *Appl. Phys. Lett.* **100**, 121114 (2012).
 - [35] W. Ketterle and N. Van Druten, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 181 (1996).
 - [36] D. A. Steck, Source <http://steck.us/alkalidata> (2003).
 - [37] T. R. Gentile, B. J. Hughey, D. Kleppner, and T. W. Ducas, *Phys. Rev. A* **40**, 5103 (1989).

- [38] B. W. Shore, K. Bergmann, A. Kuhn, S. Schieman, J. Oreg, and J. H. Eberly, *Phys. Rev. A* **45**, 5297 (1992).
- [39] C. Cohen-Tannoudji, lecture notes at Collège de France 1991–1992, <http://www.phys.ens.fr/~cct/college-de-france>.
- [40] C. Cohen-Tannoudji and D. Guéry-Odelin, *Advances in Atomic Physics* (World Scientific Singapore, 2011).
- [41] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [42] M. Egorov, B. Opanchuk, P. Drummond, B. V. Hall, P. Hannaford, and A. I. Sidorov, *Phys. Rev. A* **87**, 053614 (2013).
- [43] P. Treutlein, Coherent manipulation of ultracold atoms on atom chips, Ph.D. thesis, Ludwig Maximilians Universität München, 2008.
- [44] The data in Fig. 5 were taken before we were able to create short STIRAP pulses, thus in Fig. 5 τ is longer than the optimal value in Fig. 4.

Franges de Ramsey et étude du contraste

Dans ce chapitre, nous rapportons les premières expériences d'interférométries atomiques menées sur le dispositif décrit dans le chapitre 4. La puce atomique de ce dispositif n'a qu'une seule couche de métallisation et ne permet que de faire des pièges en forme de Z et de *dimple*. Il est donc possible de réaliser des séquences d'interférométrie de type Ramsey telles qu'utilisées dans une horloge à atomes piégés sur puce [Lacroûte *et al.*, 2010]. Par contre, comme aucun guide d'onde micro-onde n'est présent sur cette puce, il n'est pas possible de réaliser les pièges habillés permettant la séparation spatiale et donc la réalisation d'un accéléromètre tel que discuté dans le chapitre 3. A l'heure de la rédaction de ce chapitre une telle puce atomique est en cours de réalisation (cf figure 6.15).

Dans une première partie, 6.1, nous présenterons théoriquement et expérimentalement la réalisation des impulsions de Rabi à deux photons. Ces impulsions sont utilisées dans les deux parties suivantes, 6.2 et 6.3, où nous présenterons les franges de Ramsey en fonction de la fréquence et du temps. La réalisation de franges de Ramsey en fonction du temps permettra l'étude du contraste de l'interféromètre en fonction de la température du gaz et de la différence de forme entre les deux potentiels piégeant les deux états de l'interféromètre. Cela nous permettra de vérifier une partie de la théorie développée dans le chapitre 2.

6.1 Création d'une superposition cohérente - Oscillations de Rabi

Nous créons une superposition cohérente entre les deux états internes $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$ en utilisant une impulsion $\pi/2$ à deux photons via l'état intermédiaire $|F = 2, m_F = 0\rangle$. C'est le système représenté sur la figure 6.1.

Dans cette partie nous montrons qu'il est possible, moyennant certaines hypothèses qui seront explicitées, d'induire des oscillations de Rabi à deux photons dans un système à trois niveaux [Gentile *et al.*, 1989]. Nous mettrons l'accent sur l'existence d'un déplacement lumineux dans cette transition [Gentile *et al.*, 1989], ainsi que sur la possibilité de le mesurer avec une séquence d'interférométrie de type Ramsey. Enfin nous présenterons la réalisation expérimentale de ces oscillations pour les utiliser en tant qu'impulsion $\pi/2$.

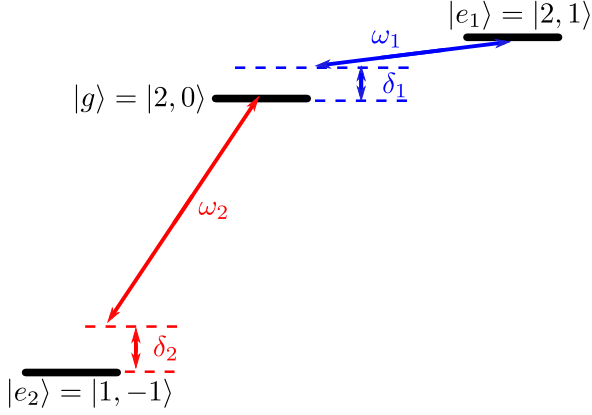


FIGURE 6.1 – *Système à trois niveaux utilisé dans l'impulsion $\pi/2$ pour créer une superposition cohérente entre les niveaux $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$. Pour reprendre les notations et les calculs du chapitre sur le STIRAP, nous notons $|e_1\rangle = |F = 2, m_F = 1\rangle$, $|e_2\rangle = |F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|g\rangle = |F = 2, m_F = 0\rangle$.*

6.1.1 Description de l'impulsion $\pi/2$ à deux photons

6.1.1.1 Dérivation de l'hamiltonien

Considérons le système à trois niveaux de la figure 6.1. Utilisons les notations suivantes pour les niveaux : $|e_1\rangle = |F = 2, m_F = 1\rangle$, $|e_2\rangle = |F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|g\rangle = |F = 2, m_F = 0\rangle$. Nous utilisons les mêmes notations que dans la partie précédente sur le STIRAP, le niveau de départ est identifié par l'indice 1 et le niveau d'arrivée par l'indice 2. Les niveaux $|e_i\rangle$ et $|g\rangle$ sont couplés par une onde de fréquence ω_i induisant un couplage de fréquence de Rabi Ω_i . Le désaccord entre cette onde et la fréquence de résonance atomique ω_{0i} est noté : $\delta_i = \omega_i - \omega_{0i}$. Contrairement au chapitre précédent sur le STIRAP, le système forme une échelle et donc les fréquences des résonances atomiques sont définies par $\omega_{01} = \epsilon_1 - \epsilon_g$ et $\omega_{02} = \epsilon_g - \epsilon_2$ (notons que les ϵ sont en unité de fréquence). L'approximation de l'onde tournante mène à un hamiltonien légèrement différent de celui du STIRAP :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 e^{i(\delta_1 t + \phi_1)} & 0 \\ \Omega_1 e^{-i(\delta_1 t + \phi_1)} & 0 & \Omega_2 e^{i(\delta_2 t + \phi_2)} \\ 0 & \Omega_2 e^{-i(\delta_2 t + \phi_2)} & 0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Après transformation de notre hamiltonien avec l'opérateur unitaire $\hat{U} = \text{diag}(e^{-i(\delta_1 t + \phi_1)}, 1, e^{i(\delta_2 t + \phi_2)})$ nous aboutissons à :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 2\dot{\phi}_1 + 2\delta_1 & \Omega_1 & 0 \\ \Omega_1 & 0 & \Omega_2 \\ 0 & \Omega_2 & -2\dot{\phi}_2 - 2\delta_2 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

qui permet de décrire le système en échelle dans lequel nous effectuons les impulsions à deux photons.

6.1.1.2 Oscillations de Rabi à deux photons

Nous introduisons le désaccord par rapport au niveau intermédiaire Δ ainsi que l'écart à la condition de résonance Raman δ . Nous avons donc $\delta_1 = \Delta$ et $\delta_2 = \delta - \Delta$. L'hamiltonien de cette transition à deux photons s'écrit donc ¹ :

$$\hat{H}_{\pi/2} = \underbrace{\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 2\Delta & \Omega_1 & 0 \\ \Omega_1 & 0 & \Omega_2 \\ 0 & \Omega_2 & 2\Delta \end{pmatrix}}_{\hat{H}_0} + \underbrace{\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\delta \end{pmatrix}}_{\hat{W}} \quad (6.3)$$

La partie \hat{H}_0 est similaire à celle du STIRAP (5.7) mis à part la substitution $\Delta \leftarrow -\Delta$, cela nous permet de réutiliser les vecteurs et énergies propres du chapitre sur le STIRAP.

Nous cherchons à montrer l'analogie entre une impulsion à deux photons avec $|\Delta|^2 \gg \Omega_1^2, \Omega_2^2$ et une impulsion à un photon. Pour expliquer comment mener le calcul aboutissant aux oscillations de populations, considérons un cas simple où la condition de résonance Raman est vérifiée, i.e. $\delta = 0$. Un vecteur d'état quelconque évolue de la manière suivante :

$$|\Psi(t)\rangle = c_0 \exp\left(-i \frac{E_0^{(0)}}{\hbar} t\right) |0^{(0)}\rangle + c_+ \exp\left(-i \frac{E_+^{(0)}}{\hbar} t\right) |+\rangle + c_- \exp\left(-i \frac{E_-^{(0)}}{\hbar} t\right) |-\rangle \quad (6.4)$$

où $E_i^{(0)}$ et $|i^{(0)}\rangle$, avec $i = \{0, +, -\}$, sont les énergies et vecteurs propres de \hat{H}_0 . Mis à part la substitution $\Delta \leftarrow -\Delta$ ils sont donnés par les équations (5.8) à (5.13). La condition initiale $|\Psi(t)\rangle = |e_1\rangle$ permet de déterminer c_0 , c_+ et c_- :

$$c_0 = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \quad c_+ = \frac{\Omega_1}{\sqrt{\Omega_0^2 + \left(-\Delta + \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}\right)^2}} \quad c_- = \frac{\Omega_1}{\sqrt{\Omega_0^2 + \left(+\Delta + \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}\right)^2}} \quad (6.5)$$

nous avons noté $\Omega_0^2 = \Omega_1^2 + \Omega_2^2$. Pour calculer la population dans l'état final $|e_2\rangle$, nous avons besoin de faire l'hypothèse d'un grand désaccord par rapport au niveau intermédiaire, i.e. $|\Delta|^2 \gg \Omega_1^2, \Omega_2^2$. Cette hypothèse est tout à fait justifiée car, pour simuler le système à deux niveaux nécessaire à la séquence de type Ramsey décrite dans le chapitre 2, nous cherchons à mettre les atomes dans une superposition cohérente des seuls états $|e_1\rangle$ et $|e_2\rangle$ tout en minimisant la contamination par l'état intermédiaire $|g\rangle$. Une fois cette approximation faite il est possible de calculer la population dans l'état $|e_2\rangle$ en développant les énergies propres à l'ordre 1 en Ω_0^2/Δ^2 et les c_k à l'ordre 0. Tout calcul fait, nous obtenons :

$$P_2(t) = |\langle e_2 | \Psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{2} \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \delta_{21}^2} \left[1 - \cos\left(\sqrt{\Omega_R^2 + \delta_{21}^2} t\right) \right] \quad (6.6)$$

1. Nous considérons deux ondes de fréquences constantes, i.e. $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = 0$.

avec la fréquence de Rabi à deux photons² :

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2|\Delta|} \quad (6.7)$$

et le déplacement lumineux :

$$\delta_{21} = \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{4\Delta} \quad (6.8)$$

Le calcul précédent peut s'étendre à un désaccord Raman non nul. Dans le cas $|\delta| \ll |\Omega_1|, |\Omega_2|$, nous considérons \widehat{W} comme une perturbation et obtenons les corrections à l'ordre 1 en δ/Ω_0 des énergies propres :

$$E_0^{(1)} = -\delta \frac{\Omega_1^2}{\Omega_0^2} \quad E_+^{(1)} = -\delta \frac{\Omega_2^2}{4\Delta^2} \quad E_-^{(1)} = -\delta \left(\frac{\Omega_2^2}{\Omega_0^2} - \frac{\Omega_2^2}{4\Delta^2} \right) \quad (6.9)$$

où nous avons déjà développé les énergies propres à l'ordre 1 en Ω_0^2/Δ^2 . Nous ne considérons pas la correction des vecteurs propres induite par l'ajout de la perturbation \widehat{W} car seule la fréquence des oscillations de Rabi nous intéresse³. En procédant comme pour le cas $\delta = 0$ nous obtenons les populations suivantes :

$$P_2(t) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \delta_{21}^2} \left[1 - \cos \left(\sqrt{\Omega_R^2 + (\delta - \delta_{21})^2} t \right) \right] \quad (6.10)$$

$$P_1(t) = 1 - \frac{1}{2} \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \delta_{21}^2} \left[1 - \cos \left(\sqrt{\Omega_R^2 + (\delta - \delta_{21})^2} t \right) \right] \quad (6.11)$$

$$P_g(t) = 0 \quad (6.12)$$

Le terme δ_{21} peut effectivement s'interpréter comme un déplacement lumineux car il en a bien la forme et nous sommes bien dans le cas où le désaccord des deux ondes par rapport à leur transition atomique respective est grand devant leur fréquence de Rabi. L'existence de ce déplacement lumineux est un inconvénient pour la réalisation d'une horloge (au moins pour son exactitude) mais il peut être minimisé en rendant les deux fréquences de Rabi Ω_1 et Ω_2 les plus égales possibles. Bien sûr expérimentalement, pour assurer la stabilité d'une horloge ou d'un capteur inertiel, cela nécessite de réduire les fluctuations de puissance des chaînes de fréquences utilisées pour la génération des deux ondes.

6.1.2 Oscillations de Rabi - protocole et mesures

Dans ce chapitre nous mesurons la valeur du champ magnétique au fond du piège, cela nous sert d'information de départ pour régler la fréquence du champ à utiliser pour induire des oscillations de Rabi dans notre système.

Les impulsions $\pi/2$ utilisées sont à deux photons, l'un est dans le domaine radio-fréquence, c'est la pulsation ω_1 de la figure 6.1, l'autre est dans le domaine micro-onde, c'est la pulsation

2. Pour aider le lecteur motivé à faire le calcul, remarquons que : $(\Omega_0^2/4/\Delta)^2 = \Omega_R^2 + \delta_{21}^2$

3. Notons que si nous regardons la correction à l'ordre zéro en Ω_0^2/Δ^2 , alors la corrections à l'ordre 1 en δ/Ω_0 des vecteurs propres est nulle.

ω_2 de la figure 6.1. Dans toutes les expériences décrites dans la suite, la fréquence du photon ω_1 est fixée à 1 MHz, c'est la fréquence du photon ω_2 qui est variée afin d'accorder la fréquence de l'impulsion de Rabi avec la fréquence de la transition atomique $|1, -1\rangle \leftrightarrow |2, 1\rangle$ pour un champ magnétique donné. L'onde ω_1 est envoyée aux atomes par la même boucle de courant que le couteau radio-fréquence (cf chapitre 4). L'onde de fréquence ω_2 est générée par la chaîne de fréquence micro-onde du STIRAP (cf chapitre 5), les phases entre les signaux I et Q à l'entrée du modulateur⁴ sont réglées pour privilégier la bande latérale inférieure, et le signal micro-onde résultant est envoyé aux atomes par le cornet déjà utilisé pour le STIRAP. L'impulsion de Rabi est réalisée dans un piège légèrement modifié (après le STIRAP) par rapport au piège d'imagerie (cf chapitre 4), cela permet de choisir le champ magnétique au fond du piège. Les oscillations de Rabi sont optimisées pour plusieurs valeurs de ce champ.

Expérimentalement pour changer le champ magnétique au fond du piège, seul un des champs de biais du *dimple*, dit d'imagerie, est changé (cf chapitre 4 et annexe A.6) : c'est le paramètre I_{Bvar} de la figure 6.3.a. On pourrait s'inquiéter que le changement de I_{Bvar} ne change pas seulement le champ de biais au fond du piège. Il n'en est rien : la position du piège change de moins de 1 μm d'après la simulation et les fréquences changent de moins de 5 Hz toujours d'après la simulation.

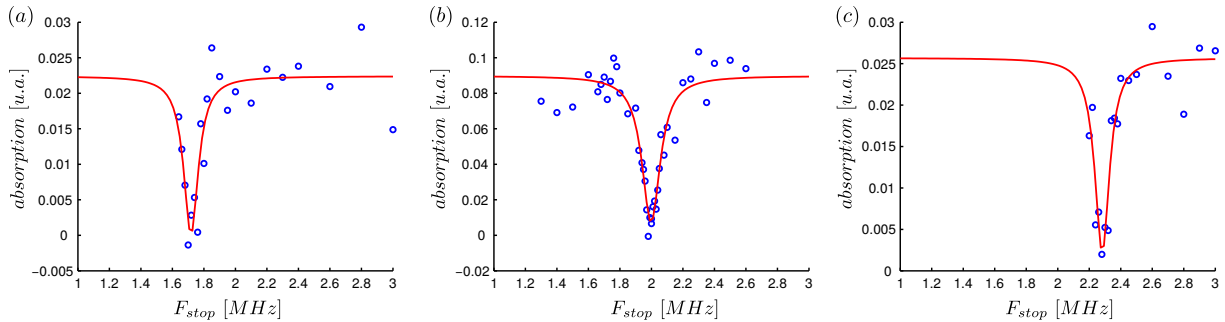


FIGURE 6.2 – *Signal d'absorption des atomes dans l'état $|2, 2\rangle$ [u.a.] en fonction de la fréquence du couteau radio-fréquence F_{stop} [MHz]. (a) $I_{Bvar} = 0,0$ A, (b) $I_{Bvar} = 0,4$ A et (c) $I_{Bvar} = 0,8$ A. Les cercles bleus sont les données expérimentales et les lignes rouges sont des ajustements lorentziens de la résonance.*

Pour trouver la bonne fréquence pour l'impulsion de Rabi, il est nécessaire de mesurer le champ magnétique au fond du piège. Cela est fait par spectroscopie radio-fréquence sur la figure 6.2. Un couteau radio-fréquence de fréquence constante est appliqué aux atomes. Quand il est à résonance sur la transition $|2, 1\rangle \leftrightarrow |2, 2\rangle$, il induit des pertes atomiques qui sont mesurées en comptant le nombre d'atomes restant dans $|2, 2\rangle$ après son application. La fréquence correspondant au minimum du signal d'absorption est traduite en champ magnétique sur la figure 6.3.a (les valeurs sont données dans la table 6.1) en tenant compte des corrections de Breit-Rabi. Cela permet de connaître la fréquence de la transition $|1, -1\rangle \leftrightarrow |2, 1\rangle$ f_{trans} (cf figure 6.3.b) et d'avoir un point de départ pour maximiser le contraste des oscillations de Rabi.

4. Les signaux I et Q sont à une fréquence de 900 kHz.

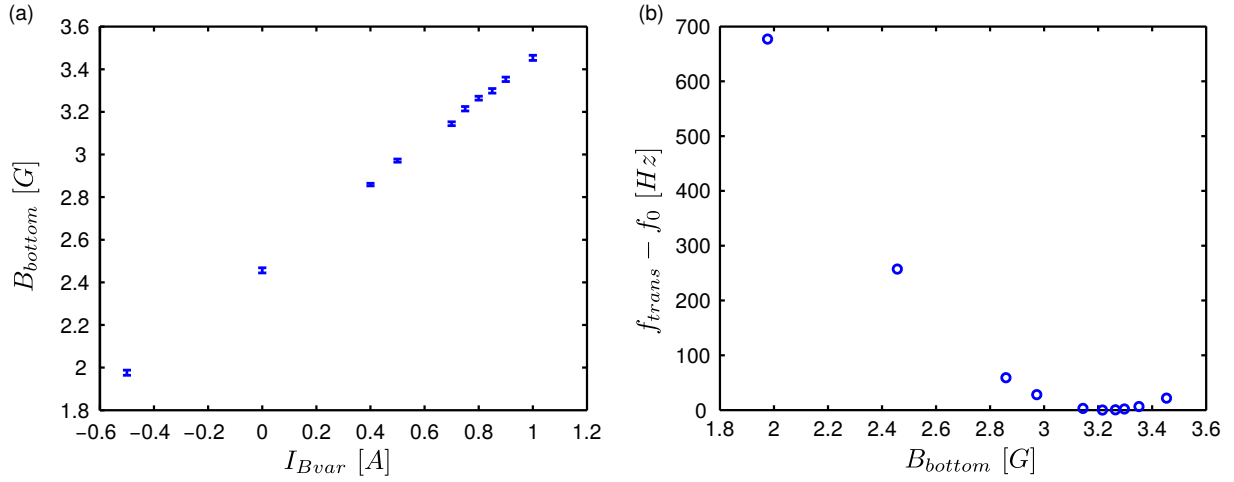


FIGURE 6.3 – (a) Etalonnage du champ magnétique au fond du piège B_{bottom} [G] en fonction du paramètre expérimental I_{Bvar} [A]. Le champ magnétique au fond du piège est déduit de la position des minima des signaux d'absorption de la figure 6.2. (b) Fréquence de la transition f_{trans} entre les niveaux $|1, -1\rangle$ et $|2, 1\rangle$ en fonction du champ magnétique au fond du piège mesuré sur la partie (a) de la figure. f_0 correspond à la fréquence de la transition pour un champ magnétique de 3,229 G.

La maximisation du contraste des oscillations de Rabi passe par la minimisation de la fréquence des oscillations de Rabi⁵ à deux photons Ω_R , cf équations (6.10) et (6.11). Pour plusieurs valeurs de la fréquence de l'impulsion de Rabi $f = (\omega_1 + \omega_2)/(2\pi)$, la fréquence des oscillations de Rabi est relevée (cf figure 6.5). Les données obtenues sont ajustées par une loi de forme $\sqrt{\Omega_2^2 + (\delta - \delta_{21})^2}$. Cela permet d'en déduire la fréquence $f_{osc} = (\omega_1 + \omega_2)/(2\pi)$ maximisant le contraste des oscillations de Rabi. La fréquence f_{osc} de l'impulsion est alors décalée du déplacement lumineux, cf équation (6.8), par rapport à la fréquence sans champ f_{trans} , d'où une mesure de ce déplacement lumineux $\delta_{21} = f_{trans} - f_{osc}$. Nous n'avons pas cherché à minimiser ce déplacement lumineux car il est suffisamment stable pour les études de contraste réalisées dans la suite. Enfin un exemple d'oscillations de Rabi typique est représenté sur la figure 6.4.

Cette recherche de la fréquence des oscillations de Rabi f_{osc} est réalisée pour trois valeurs différentes du champ magnétique au fond du piège. Les valeurs trouvées pour f_{osc} et Ω_R ainsi que la fréquence de transition f_{trans} sont reportées dans la table 6.1.

6.2 Franges de Ramsey en fonction de la fréquence

Une fois les paramètres des oscillations de Rabi déterminés, il est possible de réaliser des impulsions $\pi/2$ et ainsi de construire une séquence d'interférométrie de type Ramsey. C'est un interféromètre dans l'espace des spins. Pour cela une première impulsion $\pi/2$, de l'oscillateur local à la fréquence $f = (\omega_1 + \omega_2)/(2\pi)$, est appliquée aux atomes. Ensuite, nous attendons un certain temps d'évolution libre T_r pour que les atomes et l'oscillateur local accumulent une certaine phase. Enfin, une seconde impulsion de l'oscillateur local à la même fréquence f est appliquée

5. Une fréquence est plus simple à mesurer précisément qu'un contraste.

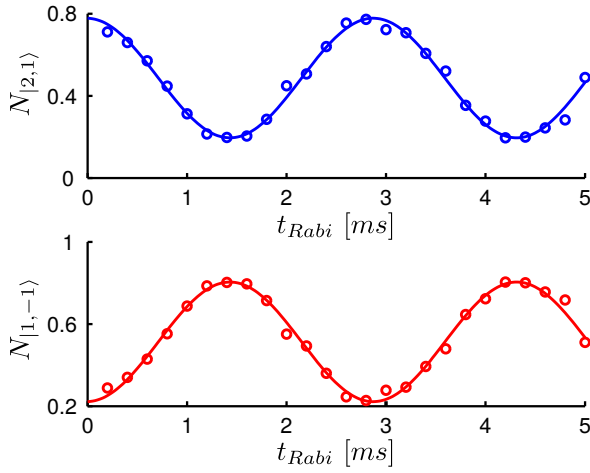


FIGURE 6.4 – Exemple d'oscillations de Rabi. Population des deux niveaux $|1, -1\rangle$ et $|2, 1\rangle$ (la somme est normalisée à un) en fonction de la durée de l'impulsion de Rabi t_{Rabi} [ms].

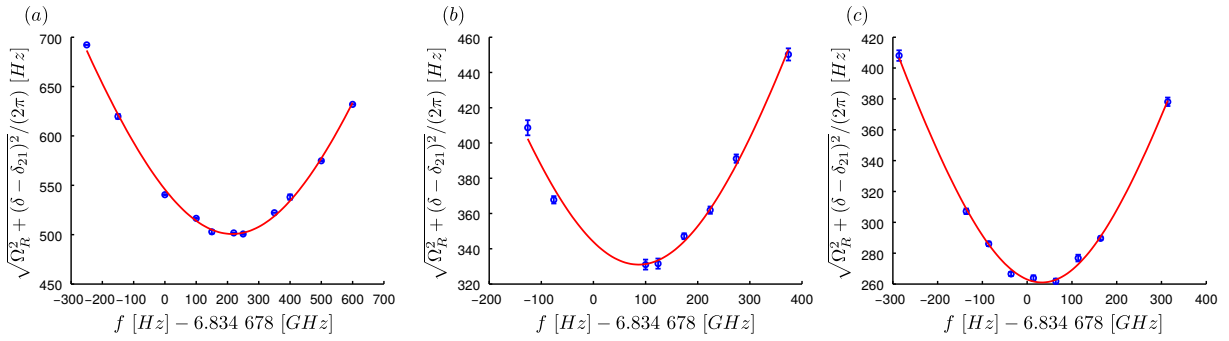


FIGURE 6.5 – Fréquence des oscillations de Rabi $\sqrt{\Omega_R^2 + (\delta - \delta_{21})^2 / (2\pi)}$ [Hz] en fonction du décalage, par rapport à 6,834 678 GHz, de la fréquence de l'impulsion de Rabi f [Hz]. (a), (b) et (c) correspondent à différents champs magnétiques au fond du piège. (a) pour $I_{Bvar} = 0,0$ A, (b) pour $I_{Bvar} = 0,4$ A et (c) pour $I_{Bvar} = 0,8$ A.

aux atomes. Cela permet de transcrire sur les populations atomiques la différence entre les deux phases accumulées. Les populations dans les deux états sont détectées pour mesurer la différence entre les deux phases (voir le chapitre 4 pour une description du système de détection). La mesure des populations dans les deux états sert à connaître le nombre total d'atomes pour normaliser les mesures de population.

Nous regarderons tout d'abord les franges en fonction de la fréquence de l'oscillateur local f comme cela est nécessaire pour la réalisation d'une horloge atomique ou de notre accéléromètre. Ensuite nous les regarderons en fonction du temps d'interrogation pour étudier le temps de décroissance du contraste et vérifier sa dépendance avec la symétrie des pièges telle que prédite dans le chapitre 2.

6.2.1 Oscillations en fonction de la fréquence

Dans ce paragraphe, nous présentons les oscillations des populations atomiques en fonction de la différence entre les phases accumulées par les atomes et par l'oscillateur local. Pour varier cette différence de phases nous changeons la fréquence f_{osc} de l'oscillateur local.

Sur la figure 6.6 un exemple de franges de Ramsey en fonction de la différence de fréquence entre l'impulsion de Rabi et la transition atomique f_{trans} est représenté. Le temps d'interrogation

	I_{Bvar} [A]	Valeur	Erreur
F_{stop}^{min} [MHz]	0,0	1,718	0,008
	0,4	1,997	0,005
	0,8	2,282	0,007
B_{bottom} [G]	0,0	2,456	0,012
	0,4	2,859	0,006
	0,8	3,264	0,009
f_{trans} [Hz] + 6,834 678 GHz	0,0	371,3	8,0
	0,4	172,6	1,9
	0,8	114,1	0,3
f_{osc} [Hz] + 6,834 678 GHz	0,0	215,3	3,3
	0,4	86,6	4,5
	0,8	32,9	2,2
$\Omega_R/(2\pi)$ [Hz]	0,0	500,7	1,9
	0,4	331,0	3,1
	0,8	261,0	1,3

TABLE 6.1 – F_{Stop}^{Min} correspond à la position du minimum du signal d'absorption sur la figure 6.2 et B_{bottom} au champ magnétique correspondant. f_{trans} est la fréquence (sans champ radio-fréquence et micro-onde) de la transition entre les niveaux $|1, -1\rangle$ et $|2, 1\rangle$ au champ magnétique B_{bottom} . f_{osc} est la fréquence du champ oscillant minimisant la fréquence des oscillations de Rabi, déduite de la figure 6.5, et $\Omega_R/(2\pi)$ correspond à la fréquence minimale de ces oscillations (les valeurs de ce dernier paramètre ne sont pas utilisées dans la suite de la discussion mais sont données par souci de complétude).

est $T_r = 10$ ms, donc d'après l'équation (2.55) il doit y avoir une frange tous les $1/T_r = 100$ Hz. Expérimentalement, en ajustant des données, une frange défile tous les 93,4 Hz. Sur la figure 6.6 l'enveloppe des franges n'est pas visible, elle l'est sur la figure 6.7. Sur cette dernière figure, le temps d'interrogation est changé à 2 ms pour ne pas avoir trop de franges à échantillonner et pouvoir vérifier la forme de l'enveloppe sans avoir trop de points expérimentaux⁶. La largeur de l'enveloppe est d'environ 2 kHz cela correspond bien à $1/(500 \mu s)$, où 500 μs est la durée de l'impulsion de Rabi. Un ajustement de ces données est réalisé à l'aide de l'équation (2.61) où la température est considérée comme nulle. L'ajustement correspond bien aux données et des oscillations ayant moins de 10% de contraste sont même visibles.

6.2.2 Vers une horloge, variance d'Allan

En se plaçant au champ magnétique, dit magique, 3,23 G, il a été remarqué dans la référence [Harber *et al.*, 2002] que la fréquence de la transition $|1, -1\rangle \leftrightarrow |2, 1\rangle$ présente un minimum ce qui permet de la rendre peu sensible aux fluctuations du champ magnétique, mais son utilisation pour en faire une horloge est écartée car sa stabilité n'atteindrait pas celle d'une fontaine atomique [Harber *et al.*, 2002]. L'idée de la réalisation d'une horloge avec des atomes piégés a été reprise dans les références [Treutlein *et al.*, 2004, Treutlein, 2008]. Grâce à l'utilisation du champ magique, ainsi qu'à des temps d'interrogations de Ramsey de plusieurs secondes, une stabilité de $1,7 \cdot$

6. Trop de points expérimentaux rendent la mesure longue et donc la probabilité d'une dérive de l'expérience augmente.

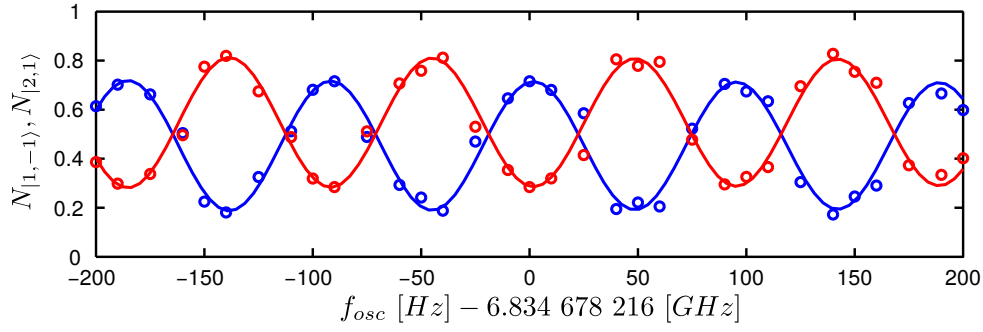


FIGURE 6.6 – *Franges de Ramsey pour $I_{Bvar} = 0,0$ A. Population dans les deux niveaux $|1, -1\rangle$ (en bleu) et $|2, 1\rangle$ (en rouge) en fonction de la fréquence des deux impulsions de Rabi f_{osc} [Hz]. La durée des impulsions $\pi/2$ est de $500 \mu s$ et le temps de Ramsey est de 10 ms. Les cercles correspondent aux données expérimentales et les lignes sont des ajustements sinusoïdaux.*

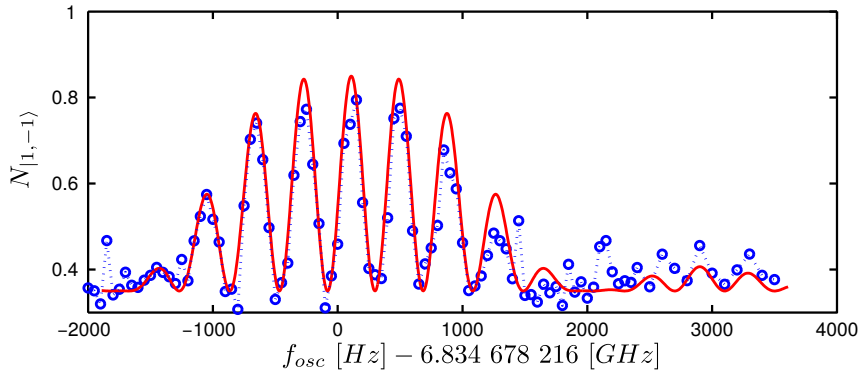


FIGURE 6.7 – *Franges de Ramsey pour $I_{Bvar} = 0,0$ A. Population dans le niveau $|1, -1\rangle$ en fonction de la fréquence des deux impulsions de Rabi f_{osc} [Hz]. La durée des impulsions $\pi/2$ est de $500 \mu s$ et le temps de Ramsey est de 2 ms. Les cercles bleus correspondent aux données expérimentales et la ligne rouge est un ajustement avec l'équation (2.61).*

10^{-11} à une seconde, avec un plancher de bruit de flicker de fréquence à $8 \cdot 10^{-13}$, atteint en 1000 secondes, a été réalisée. Cette idée ainsi que l'ajout de la compensation des variations de la fréquence de transition à travers le nuage, dues à des variations de la densité, par un léger décalage (environ 10 mG), du champ au fond du piège, en-dessous du champ magique [Lewandowski *et al.*, 2002], est reprise dans la référence [Rosenbusch, 2009]. La découverte de l'*identical spin rotation effect* (ISRE) [Deutsch *et al.*, 2010, Deutsch, 2011, Kleine Büning *et al.*, 2011] a permis de réaliser des temps de cohérence de l'ordre de la minute. L'utilisation de cet effet dans une horloge à atomes piégés [Lacroûte *et al.*, 2010, Ramirez-Martinez *et al.*, 2011] permet une stabilité de fréquence de $1,5 \cdot 10^{-12}$ à une seconde, s'intégrant à $7 \cdot 10^{-14}$ en 1000 secondes, mais au prix un oscillateur local avec un bruit très faible à basse fréquence. Récemment ces performances ont été portées à $7,2 \cdot 10^{-13}$ à une seconde avec un plancher de bruit de flicker de fréquence de $8 \cdot 10^{-14}$ atteint après 100 secondes d'intégration. Une analyse de l'influence des différents paramètres expérimentaux sur la stabilité d'une telle horloge se trouve dans les références [Reinhard, 2009, Deutsch, 2011, Szmuk *et al.*, 2015].

Ici nous ne cherchons pas à réaliser une horloge aussi stable. Nous allons seulement mesurer la variance d'Allan [Allan, 1966, Riehle, 2006, Riley, 2008] de la référence de fréquence fournie par les atomes pour caractériser la stabilité de notre expérience.

Soient : τ_0 la durée d'une mesure élémentaire de fréquence (un cycle préparation-interrogation-détection des atomes) et y_i le i ème échantillon de mesure de la fréquence relative sur la durée τ_0 . En supposant qu'il n'y a pas de temps mort entre les mesures, la variance d'Allan avec des échantillons sans recouvrement est alors définie par [Riley, 2008] :

$$\sigma_y^2(\tau = n\tau_0) = \frac{1}{2(M_n - 1)} \sum_{i=1}^{M_n-1} [\bar{y}_{in+1}^n - \bar{y}_{(i-1)n+1}^n]^2 \quad (6.13)$$

où $M_n = E(N/n)$ est le nombre d'échantillons disponibles de mesure de fréquence relative moyennée sur le temps $\tau = n\tau_0$ (réalisé sans recouvrement des mesures élémentaires y_i), avec $E(X)$ la partie entière et X le nombre total d'échantillons y_i . Les moyennes des échantillons de fréquence relative y_i s'écrivent :

$$\bar{y}_{j+m}^n = \frac{1}{n} \sum_{k=j}^{n+j-1} y_{k+m} \quad (6.14)$$

Pour diminuer le bruit sur la mesure de la variance d'Allan, il est possible d'utiliser la variance d'Allan avec recouvrement des échantillons, elle est définie par [Riley, 2008] :

$$\sigma_y^2(\tau = n\tau_0) = \frac{1}{2(N+1-2n)} \sum_{j=1}^{N-2n+1} [\bar{y}_{j+n}^n - \bar{y}_j^n]^2 \quad (6.15)$$

Les deux variances d'Allan définies précédemment ne permettent pas de distinguer entre le bruit de flicker sur la phase et le bruit blanc de phase. Pour ces types de bruits, elles ont toutes les deux un comportement en $\sigma_y^2(\tau) \simeq 1/\tau^2$. Pour les distinguer il est utile de calculer la variance d'Allan modifiée, elle est définie par [Riley, 2008] :

$$\sigma_y^2(\tau = n\tau_0) = \frac{1}{2n^2(N-3n+2)} \sum_{j=1}^{N-3n+2} \left\{ \sum_{i=j}^{j+n-1} [\bar{y}_{j+n}^n - \bar{y}_j^n]^2 \right\} \quad (6.16)$$

Nous avons représenté sur la figure 6.8 les trois écart-types d'Allan correspondant aux trois définitions précédentes. La mesure est réalisée en détectant les deux états de l'interféromètre, abstraction faite du déplacement par collision, cela permet d'éviter qu'une variation du nombre d'atomes utilisés entre deux mesures de phases consécutives ne soit vue comme une variation de la fréquence de transition atomique [Treutlein, 2008, Santarelli *et al.*, 1999]. Les fluctuations de la fréquence de transition sont suivies en supposant que l'oscillateur local, servant à la génération des deux impulsions $\pi/2$, est plus stable que la fréquence atomique suivie (c'est une horloge atomique en boucle ouverte). L'utilisation d'un champ magnétique loin du champ magique, 2,446 G, c'est celui du piège pour le transfert STIRAP, limite la mesure. En effet, le bruit sur le champ magnétique 2,5 mG (cf chapitre 5) se transcrit en un bruit d'environ 2 Hz sur la fréquence

de la transition, soit $3 \cdot 10^{-10}$ en relatif. Cela correspond bien au premier point de l'écart-type d'Allan reporté sur la figure 6.8. Cet écart-type d'Allan décroît en $1/\tau^{1/2}$ jusqu'à environ 1000 s, cela est caractéristique d'un bruit blanc de fréquence [Riehle, 2006]. Ensuite la remontée est en $\tau^{1/2}$ caractéristique d'un bruit de marche aléatoire sur la fréquence [Riehle, 2006]. Le plancher de bruit de flicker de fréquence est très peu visible entre les deux.

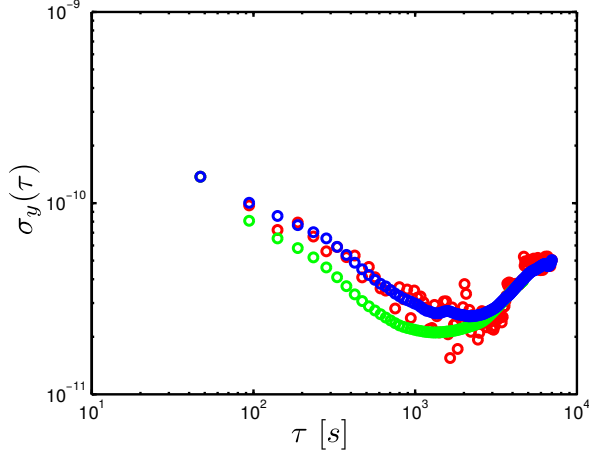


FIGURE 6.8 – *Ecart-type d'Allan $\sigma_y(\tau)$ (en fréquence relative) en fonction du temps d'intégration τ [s]. Rouge : écart-type d'Allan avec des échantillons sans recouvrement (6.13). Bleu : écart-type d'Allan avec recouvrement des échantillons (6.15). Vert : écart-type d'Allan modifié (6.16)*

6.2.2.1 Effet du temps d'interrogation de Ramsey

Dans la suite de ce chapitre nous reportons, au voisinage du champ magique, une absence de décroissance du contraste avec un temps de Ramsey de 600 ms, laissant espérer des temps de cohérence d'une seconde (cf figure 6.14.c). Par rapport au temps de Ramsey de 25 ms utilisé pour les mesures de la figure 6.8, cela permettrait un gain d'un facteur 40, faisant descendre le premier point de l'écart-type d'Allan à $5 \cdot 10^{-12}$. Cela est similaire aux valeurs reportées dans la référence [Treutlein, 2008] sans blindage magnétique. L'ajout d'un blindage magnétique et d'alimentation de courant plus stable permettrait de gagner encore en stabilité. La mesure de cette stabilité passe par l'utilisation d'une référence plus stable que celle actuellement disponible au laboratoire⁷.

6.2.2.2 Effet du temps de cycle T

Dans le cas où un temps mort non nul existe entre les mesures des y_i , ce qui est le cas dans notre interféromètre où il correspond à la préparation des atomes (pour la mesure de la figure 6.8 le temps de cycle est de 47 s et le temps de Ramsey de 25 ms), les variances d'Allan calculées avec les équations (6.13), (6.15) et (6.16) correspondent à $\sigma_y^2(T, n\tau_0)$ où T est la durée d'un cycle d'une mesure élémentaire d'un y_i , i.e. la durée entre deux interrogations consécutives de Ramsey et τ_0 est le temps effectif de la mesure de fréquence, i.e. le temps d'interrogation de Ramsey. La fonction de biais B_2 introduite par Barnes (voir les références [Barnes, 1972, Barnes et Allan, 1990, Riley, 2008]) permet d'extrapoler la variance d'Allan avec n'importe quelle

7. La référence utilisée est le système GPS-10 de Menlo-Systems, qui est à $5 \cdot 10^{-12}$ à une seconde et descend sous les 10^{-12} après 1000 s d'intégration.

valeur de cycle T à partir d'une mesure pour un temps de cycle donnée. B_2 est définie comme le rapport entre la variance d'Allan avec temps mort et la variance d'Allan sans temps mort :

$$B_2(r, \mu) = \frac{\sigma_y^2(T, n\tau_0)}{\sigma_y^2(\tau_0, n\tau_0)} \quad (6.17)$$

où $r = T/\tau_0$. L'expression analytique et une table de valeurs de B_2 peuvent être trouvées dans les références [Barnes, 1972, Barnes et Allan, 1990]. La valeur de μ se déduit du comportement de $\sigma_y(\tau)$ avec τ , voir la table 6.2.

$\sigma_y(\tau)$	$\propto \tau^{1/2}$	$\propto \tau^0$	$\propto \tau^{-1/2}$	$\propto \tau^{-1}$
μ	1	0	-1	-2

TABLE 6.2 – *Correspondance entre le comportement de l'écart-type d'Allan (avec ou sans recouvrement des échantillons) et la valeur du paramètre μ utilisé dans l'évaluation des fonctions de biais.*

Le temps de mesure d'un y_i est de 47 s, soit $r_1 = T_1/\tau_0 = 47 \text{ s}/25 \text{ ms} = 1880$. Ce temps de mesure est limité par le chauffage par effet Joule de la puce atomique. Un meilleur système de refroidissement permettrait de descendre ce temps de cycle à 2 s, soit $r_2 = T_2/\tau_0 = 2 \text{ s}/25 \text{ ms} = 80$. La fonction B_2 permet de prédire l'écart-type d'Allan à partir de la figure 6.8. Il suffit de multiplier les valeurs de cette figure par $\sqrt{B_2(r_2, \mu)/B_2(r_1, \mu)}$, soit par 1 pour la partie en $\tau^{-1/2}$, par environ $\sqrt{4/6,5}$ pour la partie en τ^0 et par environ $\sqrt{95/3000}$ pour la partie en $\tau^{1/2}$. Ainsi l'erreur relative minimale atteinte après intégration ne sera pas diminuée de beaucoup, mais la remontée partira de plus bas permettant de rester plus longtemps au plancher du bruit de flicker de fréquence (deux décades de plus).

En pratique, pour améliorer l'écart-type d'Allan mesuré, il faut à la fois diminuer le temps de cycle T et augmenter le temps d'interrogation de Ramsey τ_0 . Cette amélioration de la variance d'Allan passe par une meilleure dissipation thermique de la puce atomique et par l'ajout d'un blindage magnétique et l'utilisation d'alimentations de courant plus stables pour améliorer la stabilité du champ magnétique au niveau des atomes.

6.3 Franges de Ramsey en fonction du temps

Bien que n'étant pas directement utiles pour la réalisation d'un capteur (horloge, accéléromètre ou gyroscope), les franges de Ramsey en fonction du temps d'interrogation nous renseignent sur certaines caractéristiques de notre capteur : i) le déplacement lumineux induit par les impulsions du champ oscillant ainsi que ii) la décroissance temporelle du contraste des franges de Ramsey.

6.3.1 Mesurer le déplacement lumineux induit par l'impulsion à deux photons

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 6.1.1.2, l'impulsion $\pi/2$ à deux photons induit un déplacement $\delta_{ls} = \omega_0^{ls} - \omega_0$ de la fréquence de résonance atomique. Nous allons voir que, ce déplacement se répercute sur le fréquence de défilement des franges de Ramsey. Nous avons noté ω_0 la fréquence atomique sans appliquer l'impulsion de Rabi et ω_0^{ls} en l'appliquant. Si nous n'y prenons pas garde, ce déplacement peut facilement être de l'ordre de la centaine de Hertz. Il est donc important de pouvoir le mesurer et de rétroagir sur les fréquences de Rabi des ondes utilisées pour les rendre égales et ainsi minimiser ce déplacement.

Nous proposons de mesurer ce déplacement avec une séquence de type Ramsey. En effet en suivant la population dans les deux niveaux de l'interféromètre en fonction du temps de Ramsey T , les franges de Ramsey oscillent à la fréquence du déplacement lumineux. Pour le voir reprenons le calcul déjà effectué dans la section 2.2.1 en prenant ω_0^{ls} pour la fréquence atomique lors de l'application des impulsions $\pi/2$ et ω_0 et hors des impulsions. Tout calcul fait nous aboutissons à la population suivante pour l'un des deux états de l'interféromètre :

$$p_a = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\left(\omega - \omega_0^{ls} + \delta_{ls} \right) T \right) \right] \quad (6.18)$$

En réglant l'impulsion $\pi/2$ de telle façon que $\omega = \omega_0^{ls}$, comme décrit dans le paragraphe 6.1.2, les oscillations temporelles des franges de Ramsey sont à la fréquence du déplacement lumineux. Expérimentalement nous pouvons varier la puissance envoyée aux antennes radio-fréquence et micro-onde pour minimiser ce déplacement lumineux.

6.3.2 Une mesure du déplacement lumineux

Comme expliqué dans le paragraphe 6.3.1, une fois la fréquence de Rabi réglée pour être en résonance avec la fréquence atomique décalée (décalée par la présence du champ de l'impulsion) (cf paragraphe 6.1.2), la fréquence des franges de Ramsey en fonction du temps correspond au déplacement lumineux (cf paragraphe 6.3.1). Ainsi, dans le tableau 6.3, nous comparons cette fréquence avec le déplacement lumineux donné par $|f_{Rabi} - f_{trans}|$. Nous constatons un bon accord entre les valeurs sauf pour $I_{Bvar} = 0,4$ A, désaccord que nous ne savons pas expliquer.

I_{Bvar} [A]	fréquence d'oscillation des franges de Ramsey	$ f_{Rabi} - f_{trans} $
0,0 A	150 ± 3 Hz	$156,0 \pm 11,4$ Hz
0,4 A	$99,0 \pm 1,5$ Hz	$86,0 \pm 6,4$ Hz
0,8 A	$82,6 \pm 1,0$ Hz	$81,1 \pm 1,7$ Hz

TABLE 6.3 – Fréquence d'oscillation des franges de Ramsey en fonction du champ magnétique au fond du piège et comparaison avec la différence entre la fréquence de l'impulsion de Rabi (réglée de la façon décrite dans le paragraphe 6.1.2) et la fréquence de la transition atomique sans champ.

6.3.3 Vers une étude du contraste

Connaître le temps de décroissance du contraste de notre accéléromètre est un point important. En effet, comme nous l'avons vu à la fin du chapitre 3, cela permet de prédire ses performances. Confronter ces prédictions à l'expérience est encore plus important, c'est l'objet des paragraphes suivants. Nous mesurerons la décroissance du contraste en fonction de la température du gaz atomique et de la symétrie entre les pièges. Nous comparerons ces mesures avec les prédictions théoriques, faites au chapitre 2, sur le temps de décroissance du contraste.

6.3.3.1 Protocole et résultats

L'étude de la variation du contraste en fonction de la symétrie entre les pièges pour les deux états internes $|1, -1\rangle$ et $|2, 1\rangle$, nécessite de faire varier expérimentalement cette symétrie. Cela est fait en variant le paramètre I_{Bvar} qui contrôle un des champs de biais du piège *dimple* et donc contrôle le champ magnétique au fond du piège. Plus nous nous rapprochons du champ magnétique magique, 3,23 G, plus les moments magnétiques effectifs⁸ des deux états $|1, -1\rangle$ et $|2, 1\rangle$ sont identiques et moins une petite variation du champ magnétique (sa courbure) autour du minimum du piège aura d'effet sur la symétrie (la différence de courbure) des deux potentiels. Ainsi, comme cela est présenté sur la figure 6.9, aux environs du champ magnétique magique, les deux potentiels sont symétriques et loin de cette valeur ils sont dissymétriques. L'évolution et les valeurs du paramètre d'asymétrie sont les mêmes dans les trois directions propres du piège. Le calcul numérique de la figure 6.9 est fait en utilisant la simulation complète du champ magnétique, ainsi que les équations de Breit-Rabi (3.16) et (3.17) pour calculer les potentiels.

Un petit modèle analytique peut être dérivé pour décrire cet effet. Considérons les équations (3.26) et (3.27) donnant les énergies des niveaux fondamentaux du Rubidium à l'ordre deux en champ magnétique. Considérons aussi que le champ magnétique créant le piège est de la forme $B(x) = B_0 + (\partial^2 B / \partial x^2)x^2$. La fréquence du piège pour l'état $|1, -1\rangle$ est alors :

$$\omega_{1,-1} = \sqrt{\frac{\mu_B g_J}{2m} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}} \sqrt{1 + \frac{g_I}{g_J} \left(-5 + 4 \frac{B_0}{B_m^0} \right)} \quad (6.19)$$

où B_m^0 est la valeur du champ magnétique magique définie par l'équation (3.28). La fréquence du piège pour l'état $|2, 1\rangle$ est :

$$\omega_{2,1} = \sqrt{\frac{\mu_B g_J}{2m} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}} \sqrt{1 + \frac{g_I}{g_J} \left(3 - 4 \frac{B_0}{B_m^0} \right)} \quad (6.20)$$

La symétrie entre les deux pièges, définie par $\delta\omega/\omega = 2|\omega_{2,1} - \omega_{1,-1}|/|\omega_{2,1} + \omega_{1,-1}|$, est alors de la forme :

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{4}{1 - g_I/(2g_J)} \frac{g_I}{g_J} \left(1 - \frac{B_0}{B_m^0} \right) \quad (6.21)$$

8. Le moment magnétique effectif est défini comme $\mu_{F,m_F} = \partial E_{F,m_F} / \partial B(|\mathbf{B}_0|)$, où les énergies E_{F,m_F} sont calculées avec les formules de Breit-Rabi.

Nous retrouvons bien la description qualitative du paragraphe précédent ainsi que la simulation de la figure 6.9. Cette dernière équation laisse penser que, pour un champ magnétique égale à la valeur du champ magique, les pièges sont parfaitement symétriques. Il n'en est rien, des corrections d'ordres supérieurs, non prises en compte dans ce modèle, sont présentes dans les équations de Breit-Rabi et empêchent l'annulation complète de $\delta\omega/\omega$ pour un champ magnétique égale au champ magique.

Pour vérifier la loi sur le contraste (équation (2.99)), il convient de varier aussi la température du nuage⁹. En changeant la fréquence de fin de la rampe d'évaporation, la température est ajustée sur une décade, entre 100 nK et 1 μ K soit de une à dix fois la température de condensation, voir la figure 6.10. L'incertitude sur la température est importante : cela est dû à l'absence de blindage magnétique et aux bruits sur les alimentations de courants qui entraînent des fluctuations de la valeur du champ magnétique au fond du piège. Comme la fréquence du couteau radio-fréquence ne fluctue pas, cela entraîne des fluctuations de la température. Aucune augmentation significative de la température n'a été mesurée sur une durée de 600 ms, ce qui correspond aux plus longues séquences de Ramsey réalisées pour mesurer le contraste.

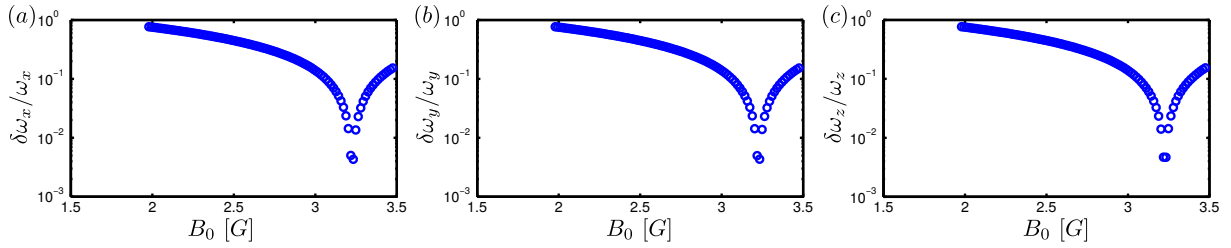


FIGURE 6.9 – Paramètre d'asymétrie $\delta\omega_i/\omega_i$ entre les potentiels (différence de courbures) pour $|1, -1\rangle$ et $|2, 1\rangle$ [%] suivant les différents axes propres des potentiels en fonction du minimum du module du champ magnétique B_0 [G]. (a), (b) et (c) représentent les trois axes propres des potentiels. Ces données sont issues de la simulation complète des potentiels.

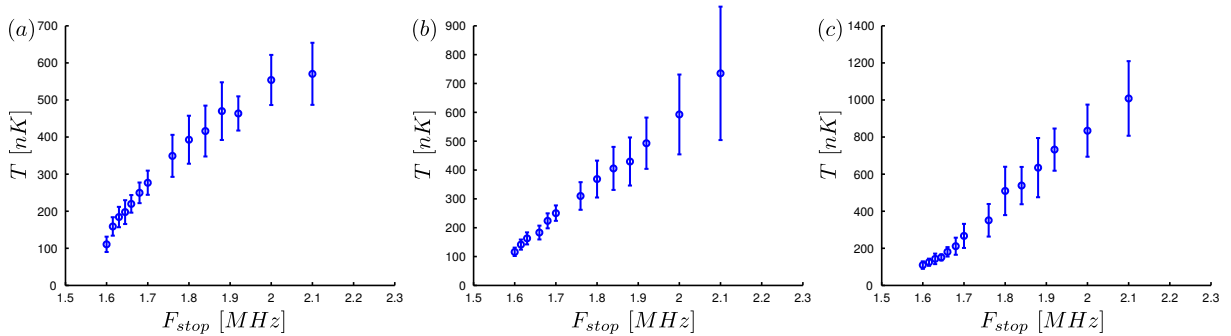


FIGURE 6.10 – Température T [nK] pour l'état $|2, 1\rangle$ dans le piège où les franges de Ramsey sont réalisées, en fonction de la fréquence de fin de la rampe d'évaporation F_{stop} [MHz]. (a) pour $I_{bvar} = 0, 0$ A, soit $B_0 = 2, 456 \pm 0, 012$ G, (b) pour $I_{bvar} = 0, 4$ A, soit $B_0 = 2, 859 \pm 0, 006$ G, et (c) pour $I_{bvar} = 0, 8$ A, soit $B_0 = 3, 264 \pm 0, 009$ G.

9. La température est mesurée sur le maximum de la densité optique (pour des temps de vol compris entre 8 et 12 ms) comme expliqué dans l'annexe C.

Pour différents couples température - symétrie des pièges, nous enregistrons les franges de Ramsey (cf figure 6.14) où, pour normaliser la mesure, les atomes dans les deux états $|2, 1\rangle$ et $|1, -1\rangle$ sont comptés (cercles bleus et rouges sur la figure 6.14). L'enveloppe des franges est extraite en utilisant un filtrage de type Hilbert, puis cette enveloppe est ajustée par une exponentielle, i.e. $\exp(-t/t_c)$. Les résultats de ces ajustements sont les courbes vertes sur la figure 6.14. Le temps de décroissance t_c à $1/e$ du contraste est ensuite considéré comme fixé pour être utilisé dans l'ajustement sinusoïdal des franges de Ramsey (lignes bleus et rouges sur la figure 6.14). Qualitativement quand la température et l'asymétrie $\delta\omega/\omega$ diminuent le temps de décroissance du contraste augmente. Une précision s'impose : nous mesurons un temps de décroissance du contraste et non un temps de décohérence des franges. En effet, comme cela est visible sur, par exemple, la figure 6.14.a, les fluctuations du champ magnétiques entraînent une décohérence des franges pour les longs temps d'interrogations. Cette décohérence plus rapide que la chute de contraste n'empêche pas d'examiner ce dernier. Pour un temps d'interrogation fixé, une fluctuation du champ magnétique entraîne une fluctuation de la fréquence des franges de Ramsey. Ainsi le ratio des populations fluctue d'une mesure à l'autre. Si les fluctuations du champ magnétique sont telles qu'elles entraînent une fluctuation de plus de π sur la différence entre la phase atomique et la phase de l'oscillateur local, i.e. $(\omega - \omega_0)T$, alors les bornes des fluctuations du ratio de population permettent de mesurer le contraste des franges de Ramsey, même si ces dernières sont complètement brouillées.

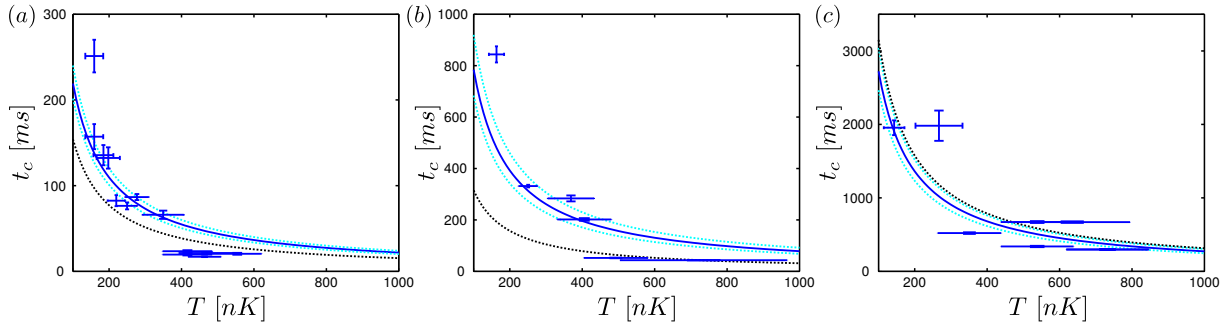


FIGURE 6.11 – Mesure (croix bleus) du temps de décroissance du contraste des franges de Ramsey t_c [ms] en fonction de la température du nuage atomique T [nK]. (a) $B_0 = 2,456 \pm 0,012$ G, (b) $B_0 = 2,859 \pm 0,006$ G et (c) $B_0 = 3,264 \pm 0,009$ G. Les lignes bleues sont un ajustement des données par la loi $\hbar\omega/(\delta\omega kT)$, équation (2.99), les lignes bleues ciels pointillées correspondent aux barres d'erreurs de cet ajustement. Lignes noires pointillées : équation (2.99) avec la différence de courbure simulée $\delta\omega/\omega$.

I_{Bvar} [A]	0,0	0,4	0,8
B_0 mesuré [G]	$2,456 \pm 0,012$	$2,859 \pm 0,006$	$3,264 \pm 0,009$
$\delta\omega/\omega$ simulé [‰]	0,47	0,23	0,023
$\delta\omega/\omega$ ajusté [‰]	$0,33 \pm 0,03$	$0,092 \pm 0,015$	$0,033 \pm 0,004$

TABLE 6.4 – Comparaison entre l'asymétrie $\delta\omega/\omega$ simulée et ajustée pour les trois pièges dans lesquels sont réalisées les mesures de temps de décroissance du contraste.

Une étude quantitative de cette décroissance de contraste est présentée, pour trois valeurs de $\delta\omega/\omega$, sur la figure 6.11. Le temps de décroissance du contraste est multiplié par un facteur dix quand la symétrie $\delta\omega/\omega$ est améliorée d'un facteur dix, cf figures 6.11.a et 6.11.c. Ces mesures sont ajustées par la loi (2.99), $t_c \sim \hbar\omega/(\delta\omega kT)$, où $\delta\omega/\omega$ est le paramètre ajusté. L'ordre de grandeur de la valeur ajustée de $\delta\omega/\omega$ correspond à la simulation (cf table 6.4). Notons qu'un accord quantitatif est impossible car les pré-facteurs sont omis dans la loi (2.99), mais que cette dernière décrit très bien le comportement de la décroissance du contraste. Au premier ordre les valeurs du temps de décroissance, pour une symétrie donnée, diminuent en $1/T$, mais une erreur systématique apparaît sur les trois figures 6.11.a, 6.11.b et 6.11.c. Aux températures faibles, $\lesssim 200$ nK, le temps mesuré est supérieur à celui prédit et pour des températures élevées, $\gtrsim 500$ nK, il est inférieur à la prédiction. Il n'est pas clair de savoir si cela est dû à un artefact venant de la manière de prendre et d'analyser les données ou si cela est dû à un effet physique non pris en compte dans la loi (2.99). Une hypothèse peut toutefois être formulée : plus le gaz est chaud, plus il voit des régions du piège loin du minimum. Ainsi il peut voir des non-harmonicités du piège, qui n'ont aucune raison d'être les mêmes pour les deux états, et qui ne sont pas prises en compte dans l'équation (2.99) pour la décroissance du contraste¹⁰.

6.3.3.2 Identical spin rotation effect

Quand nous changeons la température du nuage, en changeant la fréquence de fin de l'évaporation, nous changeons en même temps la densité atomique, nous devons donc nous intéresser aux effets de la densité sur le contraste. Un de ces effets est l'*identical spin rotation effect*, ou ISRE. Plusieurs fois observé [Deutsch *et al.*, 2010, Deutsch, 2011, Kleine Büning *et al.*, 2011], c'est un effet de certaines collisions qui permettent de limiter la décroissance du contraste des franges de Ramsey. Il fonctionne comme expliqué dans les paragraphes suivants.

Plaçons nous dans le régime des collisions froides, c'est le régime où la longueur d'onde thermique de De Broglie λ_T est supérieure à la longueur de diffusion dans l'onde s . Il peut être atteint¹¹ avant le régime de dégénérescence quantique (i.e. $\lambda_T^3 \bar{n} \gg 1$, où \bar{n} est la densité moyenne du gaz). Le gaz est alors bien décrit par un ensemble de particules classiques, hormis pour les événements de diffusion où la nature quantique des collisions ne peut pas être négligée [Walraven, 2010]. Lors d'une collision vers l'avant¹² entre deux particules (se comportant comme deux spins 1/2), les effets d'échanges entraînent une rotation des deux spins autour de leur somme. Cet effet est théorisé par Lhuillier et Laloë dans les références [Lhuillier et Laloë, 1982a, Lhuillier et Laloë, 1982b]. Elles indiquent que le sens de la rotation dépend uniquement de la nature bosonique ou fermionique des particules, et chaque collision vers l'avant entraîne une rotation infinitésimale qui est cumulable avec les rotations précédentes. Dans notre système, le même que dans les références [Lewandowski *et al.*, 2002, Deutsch *et al.*, 2010], la décroissance du

10. Pour rappel cette loi prend uniquement en compte les différences de fréquences entre les deux pièges.

11. A 1 μ K, $\lambda_T = 150$ nm comparé au 5 nm de la longueur de diffusion dans l'onde s .

12. A *forward collision*.

contraste provient d'une différence entre la phase accumulée par les atomes les plus froids et les plus chauds du nuage. En effet les atomes les plus froids explorent seulement le fond du piège et voient ainsi, en moyenne, un champ magnétique plus faible que les atomes les plus chauds qui peuvent explorer des régions du piège où le champ magnétique est plus élevé. Comme la fréquence de la transition $|1, -1\rangle \leftrightarrow |2, 1\rangle$ dépend légèrement du champ magnétique, les deux classes d'atomes (froids et chauds) n'acquièrent pas le même déphasage^{13 14}, cela brouille les franges de Ramsey. Dans l'exemple de la figure 6.12.a, les atomes chauds (en rouge) acquièrent une phase plus importante que les atomes froids (en bleu). Lors d'une collision vers l'avant entre un atome chaud et un atome froid, leurs deux spins tournent autour de leur somme (cf figure 6.12.b). Une fois que suffisamment de collisions se sont accumulées pour réaliser une rotation de π , la polarisation transverse est alors inversée (cf figure 6.12.c). Ainsi, les atomes chauds accumulant une phase plus importante que les froids, et ils vont alors rattraper ces derniers. La dispersion de la polarisation transverse diminue alors, et le contraste est ainsi retrouvé.

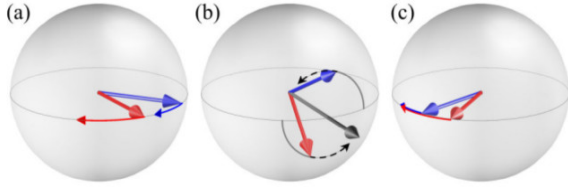


FIGURE 6.12 – Figure extraite de la référence [Deutsch et al., 2010]. Spins des atomes chauds (rouge) et froids (bleu) sur la sphère de Bloch. (a) déphasage dû aux vitesses de précessions différentes, (b) rotation par le mécanisme d'ISRE et (c) retour du contraste.

Trois échelles de temps entrent en jeu dans le mécanisme d'ISRE [Deutsch *et al.*, 2010] :

i) Δ_0 : la différence de vitesse de précession entre le spin des atomes chauds et celui des atomes froids. Cette différence définit la vitesse de déphasage et est donnée par [Kleine Büning *et al.*, 2011] :

$$\Delta_0 = \left| \frac{kT}{\hbar} \frac{\delta\omega}{\omega} - \gamma \frac{\bar{n}}{4} \right| \quad (6.22)$$

avec¹⁵ :

$$\gamma = \frac{4\pi\hbar}{m}(a_{22} - a_{11}) \quad \text{et} \quad \bar{n} = N\omega_x\omega_y\omega_z \left(\frac{m}{4\pi kT} \right)^{3/2} \quad (6.24)$$

où a_{11} , a_{22} et a_{12} sont respectivement les longueurs de diffusion dans l'onde s pour respectivement les collisions entre deux atomes dans $|1, -1\rangle$, entre deux atomes dans $|2, 1\rangle$ et entre un atome dans $|1, -1\rangle$ et un atome dans $|2, 1\rangle$. Les valeurs numériques sont dans la référence [Egorov *et al.*, 2013].

13. En dessous du champ magique, le spin des atomes froids précesse plus vite que celui des chauds, au-dessus du champ magique, c'est l'inverse.

14. Plus rigoureusement, il faut découper la densité de population en classes infinitésimales en fonction de la température. Chaque classe a sa propre vitesse de précession. Le contraste est donné par l'enveloppe de la somme des signaux d'interférences pour chaque classe d'atomes (nous retrouvons ici l'analogie avec la lumière blanche du chapitre 1). C'est exactement le calcul fait par un formalisme de matrice densité dans le chapitre 2 en utilisant l'asymétrie donnée par l'équation (6.21).

15. Pour γ nous avons supposé une superposition 50-50 entre les deux états de l'interféromètre, sinon [Harber *et al.*, 2002, Reinhard, 2009] :

$$\gamma = \frac{4\pi\hbar}{m} [(a_{22} - a_{11}) + f(2a_{12} - a_{22} - a_{11})] \quad \text{avec :} \quad f = \frac{n_1(\mathbf{r}) - n_2(\mathbf{r})}{n(\mathbf{r})} \quad (6.23)$$

Dans Δ_0 nous avons tenu compte de deux sources de déphasage, pouvant se compenser : l'asymétrie des potentiels et la densité atomique [Lewandowski *et al.*, 2002, Rosenbusch, 2009].

ii) ω_{ex} : la vitesse de rotation des spins d'un atome chaud et d'un froid autour de leur somme. Cette vitesse est celle du mécanisme de remise en phase, et est déterminée par la fréquence des collisions vers l'avant. Elle est paramétrée phénoménologiquement par la fréquence d'échange [Deutsch, 2011] :

$$\omega_{ex} = 4\pi\hbar |a_{12}| \frac{\bar{n}}{m} \quad (6.25)$$

iii) Γ_{col} : le taux de collision élastique [Deutsch *et al.*, 2010] :

$$\Gamma_{col} = \frac{32\sqrt{\pi}}{3} a_{12}^2 \bar{n} v_T \quad \text{avec} \quad v_T = \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (6.26)$$

pour écrire ce taux nous avons supposé que $a_{12} \approx a_{11} \approx a_{22}$ [Deutsch *et al.*, 2010], ce qui est justifié pour le rubidium [Egorov *et al.*, 2013]. Ces collisions entraînent un changement de classe des atomes et donc arrêtent le mécanisme de remise en phase.

Trois conditions entre les trois échelles de temps précédentes doivent être satisfaites pour permettre au mécanisme d'ISRE de maintenir le contraste [Deutsch *et al.*, 2010].

i) La différence de vitesse de précession entre les atomes chauds et froids Δ_0 doit être inférieure à la vitesse de rotation autour de leur somme qui est donnée par la fréquence d'échange ω_{ex} , c'est-à-dire que le mécanisme de déphasage doit être moins rapide que le mécanisme de remise en phase. Cette condition s'écrit :

$$\Delta_0 \ll \omega_{ex} \quad (6.27)$$

ii) La deuxième condition stipule que le mécanisme de remise en phase doit intervenir avant un changement de classe des atomes, i.e. le taux de collisions vers l'avant, donné par ω_{ex} , doit être supérieur au taux de collisions élastiques, donné par $2\pi\Gamma_{col}$. Cette condition s'écrit :

$$2\pi\Gamma_{col} \ll \omega_{ex} \quad (6.28)$$

iii) Pour garder la corrélation entre le spin transverse des atomes et leurs énergies, i.e. leurs classes, le gaz doit être dans le régime de Knudsen : un atome doit osciller beaucoup de fois dans le piège avant de subir une collision élastique qui le fait changer de classe et ainsi détruit la corrélation entre le spin transverse et l'énergie. Cette condition s'écrit :

$$2\pi\Gamma_{col} \ll \min \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\} \quad (6.29)$$

Les trois conditions précédentes sont tracées sur la figure 6.13 avec les paramètres expérimentaux utilisés pour les mesures du temps de décroissance du contraste de la figure 6.11. A titre de comparaison les paramètres de l'article [Deutsch *et al.*, 2010] sont aussi présentés. En comparant les deux jeux de paramètres, nous devrions observer l'ISRE sous la forme de remon-

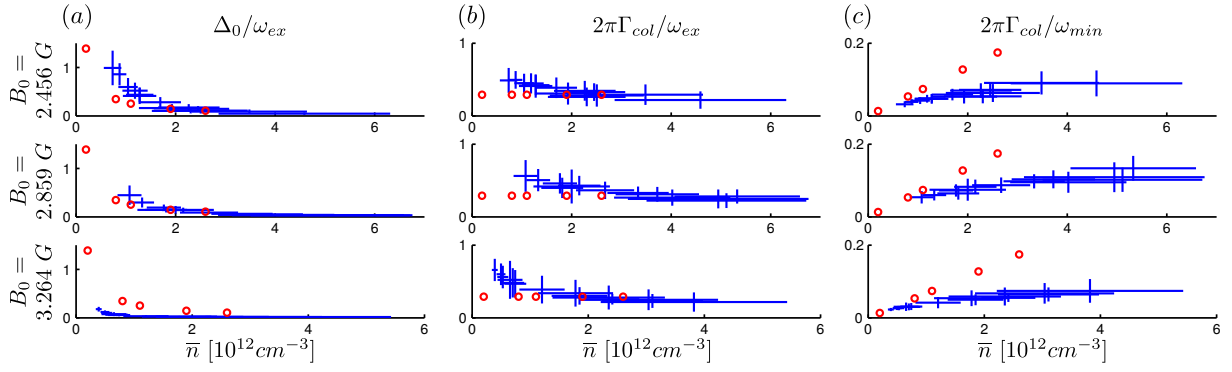


FIGURE 6.13 – Conditions pour enclencher le mécanisme d’ISRE, voir le texte pour les notations. (a) vitesse de re-phasage contre vitesse de déphasage Δ_0/ω_{ex} en fonction de la densité, (b) ratio des collisions élastiques et des collisions vers l’avant $2\pi\Gamma_{col}/\omega_{ex}$ en fonction de la densité et (c) nombre de collisions élastiques lors d’une oscillation dans le piège $2\pi\Gamma_{col}/\omega_{min}$. Les croix bleues sont les mesures de cette thèse avec les barres d’erreurs et les cercles rouges correspondent aux mesures de l’article [Deutsch et al., 2010].

tées du contraste à des temps multiples de π/ω_{ex} . Sur les mesures de la figure 6.14 nous n’avons pas observé ces retours de contraste, de plus les temps de contraste mesurés correspondent à la loi (2.99) qui ne prend pas en compte l’ISRE. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer cette non-observation de l’ISRE :

i) Le piège dans lequel nous travaillons est beaucoup plus isotrope que les pièges en forme de cigare utilisés dans toutes les observations d’ISRE, au JILA [Lewandowski *et al.*, 2002], à Duke [Du *et al.*, 2008, Du *et al.*, 2009], au SYRTE [Deutsch *et al.*, 2010] et au LUH [Kleine Büning *et al.*, 2011]. En effet dans un piège unidimensionnel, lors de leurs oscillations, les atomes chauds passent par le minimum et font ainsi des collisions vers l’avant avec les atomes froids, ce qui permet au mécanisme de remise en phase d’avoir lieu. Dans un piège tridimensionnel les atomes chauds peuvent décrire des orbites elliptiques en restant loin du minimum du piège. De telles trajectoires peuvent réduire les collisions vers l’avant avec les atomes froids se trouvant au minimum du piège et ainsi réduire l’efficacité du mécanisme de remise en phase.

ii) Les quelques atomes restant dans l’état $|2, 2\rangle$ après le STIRAP ne sont pas éliminés du nuage avant l’interrogation de Ramsey. Ils peuvent provoquer des collisions délétères pour le mécanisme de STIRAP.

iii) Un bruit sur la densité atomique a été observée entre deux réalisations consécutives de l’expérience. Il peut empêcher l’ISRE de se réaliser à chaque mesure. Ainsi les remontées du contraste ne sont pas visibles.

6.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons commencé par décrire théoriquement et expérimentalement la réalisation des impulsions de Rabi à deux photons nécessaires à une mesure de Ramsey avec des atomes piégés au voisinage d’une puce atomique. Le déplacement lumineux, introduit par les deux ondes des impulsions de Rabi, a été mesuré en utilisant la fréquence des franges de Ramsey.

En mesurant l'écart-type d'Allan de la référence de fréquence fournie par les atomes, nous avons extrapolé que quelques améliorations simples du dispositif actuel permettraient de réaliser une horloge atomique telle que celle constituant l'état de l'art des horloges à atomes piégés sur puce.

Le résultat principal de ce chapitre est l'étude du contraste des franges de Ramsey en fonction de la température du gaz atomique et de la symétrie entre les deux potentiels. Cette étude a permis de vérifier les prédictions théoriques, du chapitre 2, sur la décroissance du contraste en fonction du temps d'interrogation. Cela est très important pour la réalisation de l'accéléromètre et plus généralement pour la modélisation des interféromètres avec habillage des états internes, tels que proposés dans le chapitre 3.

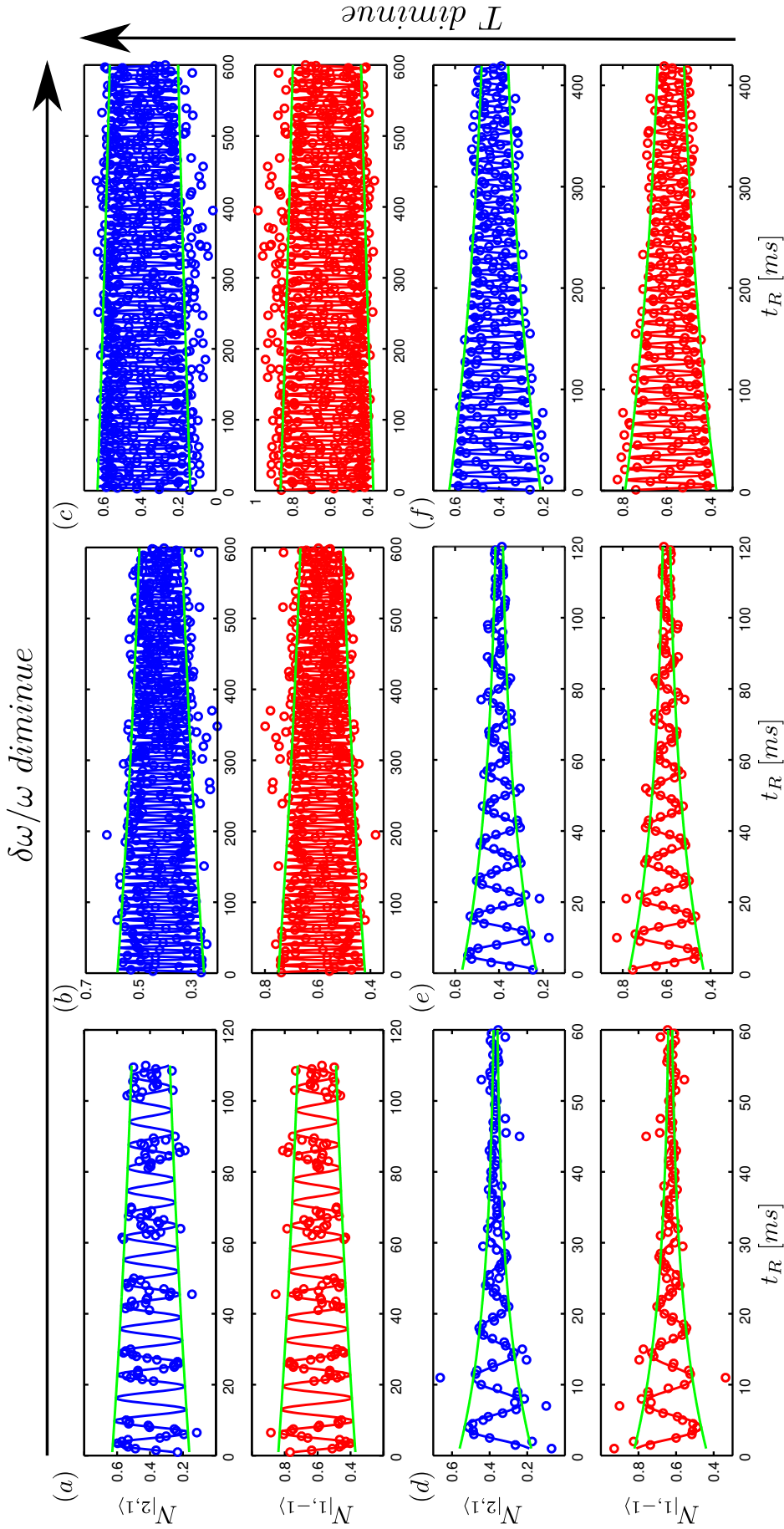


FIGURE 6.14 – Mesure du contraste des franges de Ramsey en fonction du temps, population dans les deux états de l'interféromètre $|1, -1\rangle$ (cercles rouges) et $|2, 1\rangle$ (cercles bleus) en fonction du temps de Ramsey t_R [ms], la fréquence des oscillations correspond au déplacement lumineux (voir texte). Les lignes rouges et bleues correspondent à l'ajustement décrit dans le texte, les lignes vertes correspondent à l'enveloppe des franges de Ramsey. La première ligne, courbes (a) et (c), correspond à un nuage à environ 150 nK et la seconde ligne, courbes (d) et (f), correspond à un nuage à environ 500 nK. La première colonne, courbes (a) et (d), correspond au champ magnétique $B_0 = 2,456 \pm 0,012$ G, la seconde colonne, courbes (b) et (e), correspond à un champ magnétique $B_0 = 2,859 \pm 0,006$ G et la dernière colonne, courbes (c) et (f), à un champ magnétique $B_0 = 3,264 \pm 0,009$ G.

Conclusions et perspectives

Le premier objectif de cette thèse était le choix d'un protocole d'interféromètre atomique sur puce permettant la mesure d'une accélération, ainsi que la modélisation théorique du contraste et du signal de cet interféromètre. Cette technique utilise le même principe qu'une horloge atomique sur puce, en ajoutant une séparation spatiale des deux états internes de l'interféromètre. En utilisant le protocole décrit dans le chapitre 2, l'interféromètre est rendu sensible à toutes les accélérations dont la projection sur l'axe de séparation est non nulle. Le signal d'accélération est alors vu comme un déplacement, en fréquence, des franges de Ramsey d'une horloge atomique. Des progrès théoriques ont aussi été réalisés pour la modélisation du signal et du contraste de notre interféromètre. De plus, nous avons montré que l'utilisation d'un formalisme de raccourcis aux transformations adiabatiques permet une séparation et une recombinaison optimale des deux états de l'interféromètre.

Le second objectif était la conception d'une puce atomique permettant d'implémenter le protocole d'interférométrie précédent. Une conception réaliste d'interféromètre permettant de mesurer des accélérations a été présentée dans le chapitre 3. Cette conception permet de viser une sensibilité relative de 10^{-6} pour la mesure de l'accélération de la pesanteur. La puce atomique comprenant ce design est actuellement en cours de réalisation (voir la figure 6.15). Le principe réside dans la création de *deux* puits de potentiels, chacun vu uniquement par un des *deux* états internes de l'interféromètre. Ces deux potentiels permettent un contrôle indépendant de la position spatiale des deux états ainsi que de la courbure des deux pièges, ce qui devrait faciliter la symétrisation des potentiels. Ces deux potentiels sont réalisés avec deux habillages par des champs micro-ondes, un pour chacun des deux états internes. Les chiffres utilisés pour extrapoler les performances de cette implémentation, le temps de cohérence et la distance de séparation, sont relativement conservateurs. Deux ordres de grandeurs pourraient être gagnés sur le temps de cohérence de l'interféromètre en assurant un meilleur contrôle de la symétrie des potentiels. Une meilleure dissipation thermique sur la puce atomique permettrait par ailleurs d'utiliser une puissance micro-onde plus importante pour augmenter la distance de séparation et pour augmenter le confinement des pièges. En effet augmenter le confinement des pièges est

important pour réduire les effets de la dé-symétrisation des pièges liés à l'accélération à mesurer et augmenter la vitesse de séparation et de recombinaison.

Le dernier objectif était la réalisation d'un dispositif expérimental permettant à terme d'utiliser les puces conçues pour mesurer les accélérations. Ce dispositif est présenté dans le chapitre 4. Nous avons aussi présenté une manière originale de préparer l'état atomique avant l'interféromètre. Les atomes sont refroidis dans l'état interne $|2, 2\rangle$, car ils sont alors plus faciles à piéger magnétiquement et à refroidir par évaporation radio-fréquence, puis transférés vers l'état $|2, 1\rangle$ par un protocole de type *stimulated Raman adiabatic passage* (SITRAP, voir le chapitre 5). Ce STIRAP utilise l'état intermédiaire $|1, 1\rangle$ et deux champs micro-onde quasi-résonnants. Il marche aussi bien pour des nuages thermiques que des condensats de Bose-Einstein. Nous avons aussi montré, expérimentalement et théoriquement, que les pertes par collisions dans l'état d'arrivée du STIRAP et le déséquilibre des fréquences de Rabi des deux champs micro-ondes aboutissent à une efficacité de transfert maximale avec des désaccords à un et deux photons non nuls.

De plus, nous avons, dans le chapitre 6, commencé à vérifier les prédictions théoriques du chapitre 2 sur le contraste de l'interféromètre grâce au dispositif de refroidissement mis en place au cours de cette thèse. En effet, en utilisant le dispositif du chapitre 4, nous avons pu faire varier la symétrie des potentiels et la température du nuage. Cette étude a permis de vérifier la loi sur le temps de décroissance du contraste. La modélisation théorique reproduit bien les résultats de l'expérience.

Le travail ne s'arrête pas là !

D'un point de vue théorique les développements pourraient être continués en incluant les effets de la densité du nuage atomique ainsi que des collisions pour connaître leurs impacts sur le temps de cohérence.

La construction d'une expérience incluant une puce atomique ayant la fonction de séparation spatiale des deux états internes de l'interféromètre est en cours. Pour cela des puces atomiques avec deux guides micro-ondes parallèles, telles que décrites dans le chapitre 3, ont été réalisées et testées électriquement (voir la figure 6.15). Elles sont en cours d'assemblage sur une nouvelle enceinte à vide qui viendra remplacer celle du dispositif du chapitre 4. Ce dispositif permettra d'étudier la phase de l'interféromètre et d'étudier sa sensibilité aux accélérations. Les sources micro-ondes, l'opto-mécanique et le blindage nécessaires à cette expérience sont aussi en cours de réalisation.

A terme, l'utilisation d'une puce atomique transparente en carbure de silicium permettrait d'améliorer la dissipation thermique et de réaliser un piège magnéto-optique à travers la puce. Un tel piège est important car il peut permettre d'éviter l'étape, coûteuse en puissance électrique, de transfert du nuage sur la puce. Il serait aussi possible de détecter la fluorescence des atomes à travers la puce en utilisant des optiques avec une très grande ouverture numérique. A plus long

terme une partie de l'électronique pourrait être intégrée sur la puce et plusieurs capteurs (une horloge, un accéléromètre et gyroscope) pourraient aussi être intégrés sur la même puce.

La réalisation d'un capteur inertiel à atomes froids embarquable ne s'arrête pas à la miniaturisation de la tête du capteur en utilisant des puces atomiques. Il faut aussi rendre compacte la source laser nécessaire au refroidissement et à la détection des atomes. Cette miniaturisation est simplifiée car notre architecture de capteur ne nécessite pas de piège optique ou de laser Raman, seul les lasers de refroidissement et de détection sont nécessaires. Pour cela deux solutions sont envisageables. A court terme, la réalisation d'une source entièrement fibrée à 1 560 nm et doublée en fréquence à 780 nm avec des composants fibrés. A long terme, le même type de sources peut être réalisé en optique intégré, rendant ainsi la source encore plus compacte. Deux voies sont possibles soit en photonique sur silicium avec un étage de doublage de fréquence, soit, directement à 780 nm avec des matériaux transparents à cette longueur d'onde, par exemple de la silice.

Ensuite, se pose la question d'amener la lumière aux atomes. Il est par exemple possible de réaliser un piège magnéto-optique en déposant des réseaux sur la surface de la puce atomique. Il pourrait aussi être envisageable d'hybrider les puces atomiques avec des cristaux photoniques. Le champ proche lumineux, se propageant dans ces cristaux, servirait alors à créer des pièges ou des réseaux optiques permettant d'explorer de nouvelles architectures de capteurs.

Par ailleurs, les capteurs à atomes froids possèdent une bande passante limitée au mieux à 10 Hz. Nous pourrions les hybrider avec des capteurs inertiels plus classiques, comme des MEMS (*micro-electro-mechanical-system*) [Schwartz et Dupont-Nivet, 2014, Lautier *et al.*, 2014], pour cumuler la bande passante de ces derniers capteurs et la stabilité des atomes froids.

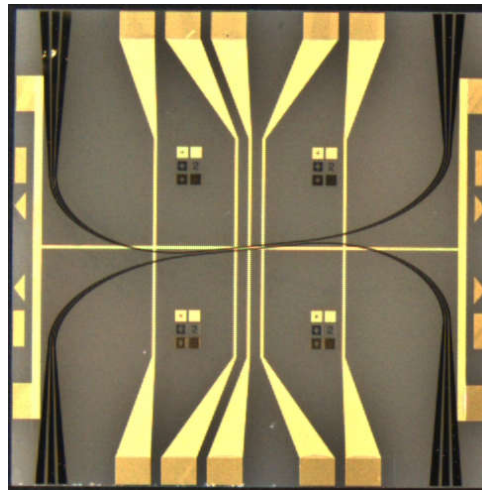


FIGURE 6.15 – Puce atomique correspond au design décrit dans le chapitre 3 en cours de caractérisation et d'intégration pour réaliser l'accéléromètre.

Calcul de champ magnétique

Dans cette section, nous présentons tous les calculs de champ magnétique DC utiles dans cette thèse : champ créé par des bobines rectangulaires en configuration de Helmholtz et anti-Helmholtz, par un fil en Z, et par un fil de section finie. Dans le cas d'un piège de type *dimple*, nous présentons aussi l'étude de l'orientation du champ magnétique par rapport aux axes du piège, cela est très utile pour la compréhension du couplage micro-onde dans le chapitre 3.

A.1 Champ créé par une bobine rectangulaire

Dans le but de calculer le champ créé par une bobine carrée, nous commençons par calculer celui produit par un fil infiniment mince de longueur finie L , toutes les notations sont définies sur la figure A.1a. En utilisant la loi de Biot et Savart et en intégrant :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \Xi(x, y, z, L) (-y\vec{u}_x + x\vec{u}_y) \quad (\text{A.1})$$

avec ¹ :

$$\begin{aligned} \Xi(x, y, z, L) &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz_p}{[x^2 + y^2 + (z - z_p)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{1}{x^2 + y^2} \left(\frac{L + 2z}{\sqrt{L^2 + 4zL + 4x^2 + 4y^2 + 4z^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{L - 2z}{\sqrt{L^2 - 4zL + 4x^2 + 4y^2 + 4z^2}} \right) \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

1. Cette intégrale est valable seulement si $x^2 + y^2 \neq 0$, c'est à dire pour un point qui n'est pas sur la distribution de courant.

Pour un fil de longueur L infiniment mince, nous obtenons :

$$B_x = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} y \Xi(x, y, z, L) \quad B_y = \frac{\mu_0 I}{4\pi} x \Xi(x, y, z, L) \quad (\text{A.3})$$

Nous obtenons le champ d'une bobine rectangulaire en sommant quatre fils et en prenant garde, dans le passage des notations de la figure A.1.a à celles de la figure A.1.b, aux changements d'axes et au signe du courant I . Nous utilisons donc les transformations suivantes :

$$\begin{aligned} \vec{B}_1 : x &\leftrightarrow y - \frac{b}{2}, y \leftrightarrow z, z \leftrightarrow x, L \leftrightarrow a, \vec{u}_x \leftrightarrow \vec{u}_y, \vec{u}_y \leftrightarrow \vec{u}_z \\ \vec{B}_2 : x &\leftrightarrow x - \frac{a}{2}, y \leftrightarrow z, z \leftrightarrow -y, L \leftrightarrow b, \vec{u}_x \leftrightarrow \vec{u}_x, \vec{u}_y \leftrightarrow \vec{u}_z \\ \vec{B}_3 : x &\leftrightarrow -y - \frac{b}{2}, y \leftrightarrow z, z \leftrightarrow -x, L \leftrightarrow a, \vec{u}_x \leftrightarrow -\vec{u}_y, \vec{u}_y \leftrightarrow \vec{u}_z \\ \vec{B}_4 : x &\leftrightarrow -y - \frac{a}{2}, y \leftrightarrow z, z \leftrightarrow y, L \leftrightarrow b, \vec{u}_x \leftrightarrow -\vec{u}_x, \vec{u}_y \leftrightarrow \vec{u}_z \end{aligned}$$

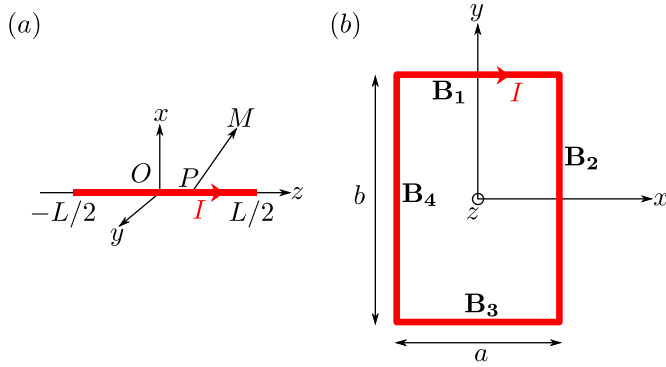


FIGURE A.1 – *Distribution de courant et notations utilisées dans les calculs, (a) fil de longueur finie, (b) bobine rectangulaire.*

Cela permet d'obtenir le champ \vec{B}_c pour une bobine rectangulaire de géométrie définie sur la figure A.1.b :

$$B_{cx} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} z \left[\Xi\left(-x - \frac{a}{2}, z, y, b\right) - \Xi\left(x - \frac{a}{2}, z, -y, b\right) \right] \quad (\text{A.4})$$

$$B_{cy} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} z \left[\Xi\left(-y - \frac{b}{2}, z, -x, a\right) - \Xi\left(y - \frac{b}{2}, z, x, a\right) \right] \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} B_{cz} = & \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\left(y - \frac{b}{2}\right) \Xi\left(y - \frac{b}{2}, z, x, a\right) + \left(x - \frac{a}{2}\right) \Xi\left(x - \frac{a}{2}, z, -y, b\right) \right] \\ & + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\left(y + \frac{b}{2}\right) \Xi\left(-y - \frac{b}{2}, z, -x, a\right) - \left(x + \frac{a}{2}\right) \Xi\left(-x - \frac{a}{2}, z, y, b\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Champ créé par une paire de bobines en configuration de Helmholtz

Deux bobines en configuration de Helmholtz permettent de créer un champ uniforme, dirigé suivant z au voisinage de leur centre O (figure A.2.a). Dans cette configuration, les deux bobines sont parcourues par le même courant dans le même sens et sont espacées d'une distance c . Pour

obtenir le champ total, nous sommes les champs créés par deux bobines rectangulaires B_1 et B_2 . Dans cette somme nous utilisons les changements de notations suivants : pour B_1 , nous effectuons $z \leftrightarrow z - c/2$ et pour B_2 , nous effectuons $z \leftrightarrow z + c/2$.

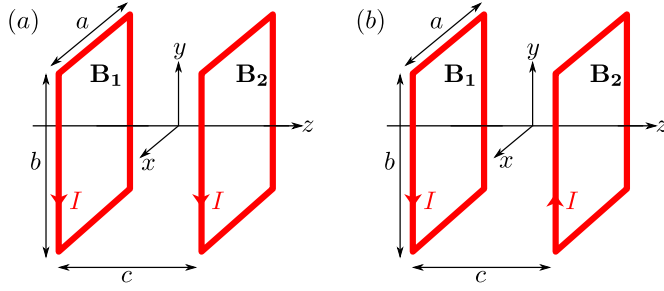


FIGURE A.2 – *Distribution de courant et notations utilisées dans les calculs, (a) configuration de Helmholtz, (b) configuration anti-Helmholtz.*

Ainsi nous obtenons le champ créé par la paire de bobines :

$$B_x = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z - \frac{c}{2} \right) \left[\Xi \left(x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, -y, b \right) - \Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, y, b \right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z + \frac{c}{2} \right) \left[\Xi \left(x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, -y, b \right) - \Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, y, b \right) \right] \quad (\text{A.7})$$

$$B_y = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z - \frac{c}{2} \right) \left[\Xi \left(y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, x, a \right) - \Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, -x, a \right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z + \frac{c}{2} \right) \left[\Xi \left(y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, x, a \right) - \Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, -x, a \right) \right] \quad (\text{A.8})$$

$$B_z = +\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(y - \frac{b}{2} \right) \left[\Xi \left(y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, x, a \right) + \Xi \left(y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, x, a \right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(y + \frac{b}{2} \right) \left[\Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, -x, a \right) + \Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, -x, a \right) \right] \\ + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(x - \frac{a}{2} \right) \left[\Xi \left(x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, -y, b \right) + \Xi \left(x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, -y, b \right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(x + \frac{a}{2} \right) \left[\Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, y, b \right) + \Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, y, b \right) \right] \quad (\text{A.9})$$

Si nous nous intéressons uniquement au champ au centre des bobines ($x = 0, y = 0, z \ll c$), nous obtenons :

$$B_x = 0 \quad B_y = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$B_z = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} b \left[\Xi \left(-\frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, 0, a \right) + \Xi \left(-\frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, 0, a \right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \left[\Xi \left(-\frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, 0, b \right) + \Xi \left(-\frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, 0, b \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

Nous obtenons le résultat suivant qui nous fournit la valeur du champ de biais en fonction de la géométrie des bobines :

$$B_z \approx -\frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{4ba}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \left[\frac{1}{b^2 + c^2} + \frac{1}{a^2 + c^2} \right] \quad (\text{A.12})$$

Plus généralement si nous effectuons un développement limité pour x, y et z petit devant a, b et c , pour B_z nous retrouvons l'équation précédente (A.12), ainsi que : $B_x \approx B_y \approx 0$.

A.3 Champ créé par une paire de bobines en configuration anti - Helmholtz

Deux bobines en configuration anti-Helmholtz (figure A.2.b) créent un champ de gradient, nul au centre des bobines et maximum dans leurs plans. Dans cette configuration, elles sont parcourues par le même courant mais dans des sens opposés et sont espacées d'une distance c . Comme dans le calcul précédent, pour obtenir le champ, nous sommions les champs créés par des bobines en effectuant les changements de notations suivants : pour B_1 , nous effectuons $z \leftrightarrow z - c/2, I \leftrightarrow I$ et pour B_2 , nous effectuons $z \leftrightarrow z + c/2, I \leftrightarrow -I$. Le champ magnétique est donc :

$$B_x = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z - \frac{c}{2}\right) \left[\Xi \left(x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, -y, b\right) - \Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, y, b\right) \right] \\ + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z + \frac{c}{2}\right) \left[\Xi \left(x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, -y, b\right) - \Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, y, b\right) \right] \quad (\text{A.13})$$

$$B_y = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z - \frac{c}{2}\right) \left[\Xi \left(y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, x, a\right) - \Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, -x, a\right) \right] \\ + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z + \frac{c}{2}\right) \left[\Xi \left(y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, x, a\right) - \Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, -x, a\right) \right] \quad (\text{A.14})$$

$$B_z = +\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(y - \frac{b}{2}\right) \left[\Xi \left(y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, x, a\right) - \Xi \left(y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, x, a\right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(y + \frac{b}{2}\right) \left[\Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, -x, a\right) - \Xi \left(-y - \frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, -x, a\right) \right] \\ + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(x - \frac{a}{2}\right) \left[\Xi \left(x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, -y, b\right) - \Xi \left(x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, -y, b\right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(x + \frac{a}{2}\right) \left[\Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, y, b\right) - \Xi \left(-x - \frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, y, b\right) \right] \quad (\text{A.15})$$

Nous nous intéressons au champ au centre des bobines ($x = 0, y = 0, z \ll c$), nous obtenons :

$$B_x = 0 \quad B_y = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$B_z = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} b \left[\Xi \left(-\frac{b}{2}, z - \frac{c}{2}, 0, a\right) - \Xi \left(-\frac{b}{2}, z + \frac{c}{2}, 0, a\right) \right] \\ - \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \left[\Xi \left(-\frac{a}{2}, z - \frac{c}{2}, 0, b\right) - \Xi \left(-\frac{a}{2}, z + \frac{c}{2}, 0, b\right) \right] \quad (\text{A.17})$$

Nous obtenons donc la formule recherchée donnant le gradient du champ au centre piège :

$$B_z \approx \frac{-8abc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \frac{\mu_0 I}{\pi} \left[\frac{2}{(b^2 + c^2)^2} + \frac{2}{(a^2 + c^2)^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} \left(\frac{1}{a^2 + c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} \right) \right] z \quad (\text{A.18})$$

Le résultat précédent se généralise au cas x , y et z petit devant a , b et c , nous retrouvons alors pour B_z l'équation (A.18), ainsi que B_x et B_y :

$$B_x \approx \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{8abc}{(a^2 + c^2)\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \left[\frac{2}{a^2 + c^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} \right] x \quad (\text{A.19})$$

$$B_y \approx \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{8abc}{(b^2 + c^2)\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \left[\frac{2}{b^2 + c^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} \right] y \quad (\text{A.20})$$

A.4 Champ créé par un fil en Z

Dans cette partie nous calculons le champ total créé par la superposition du champ d'un fil en forme de Z et d'un champ homogène \vec{B}_\perp (cf figure A.3). Nous donnons aussi la position verticale du minimum du champ et le gradient vertical, c'est-à-dire x dans nos notations, au voisinage de ce minimum. Commençons par calculer le champ créé par le fil en Z (partie rouge de la figure A.3), pour cela sommons les champs créés par trois fils de longueur finie. Pour les trois fils, effectuons les transformations suivantes :

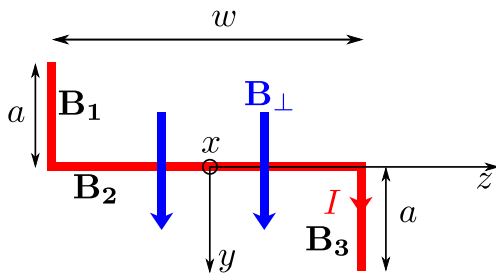


FIGURE A.3 – *Distribution de courant et notations utilisées dans les calculs du champ créé par un fil en Z.*

$$\vec{B}_1 : x \leftrightarrow x, y \leftrightarrow -z - \frac{w}{2}, z \leftrightarrow y + \frac{a}{2}, L \leftrightarrow a, \vec{u}_x \leftrightarrow \vec{u}_x, \vec{u}_y \leftrightarrow -\vec{u}_z$$

$$\vec{B}_2 : x \leftrightarrow x, y \leftrightarrow y, z \leftrightarrow y, L \leftrightarrow w, \vec{u}_x \leftrightarrow \vec{u}_x, \vec{u}_y \leftrightarrow \vec{u}_y$$

$$\vec{B}_3 : x \leftrightarrow x, y \leftrightarrow -z + \frac{w}{2}, z \leftrightarrow y - \frac{a}{2}, L \leftrightarrow a, \vec{u}_x \leftrightarrow \vec{u}_x, \vec{u}_y \leftrightarrow -\vec{u}_z$$

Cela donne pour chaque morceau du Z :

$$B_{1x} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z + \frac{w}{2} \right) \Xi \left(x, -z - \frac{w}{2}, y + \frac{a}{2}, a \right) \quad B_{1z} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} x \Xi \left(x, -z - \frac{w}{2}, y + \frac{a}{2}, a \right) \quad (\text{A.21})$$

$$B_{2x} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} y \Xi(x, y, z, w) \quad B_{2y} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} x \Xi(x, y, z, w) \quad (\text{A.22})$$

$$B_{3x} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(z - \frac{w}{2} \right) \Xi \left(x, -z + \frac{w}{2}, y - \frac{a}{2}, a \right) \quad B_{3z} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} x \Xi \left(x, -z + \frac{w}{2}, y - \frac{a}{2}, a \right) \quad (\text{A.23})$$

Nous nous intéressons aux variations verticales du champ (suivant x) au centre du Z ($y = z = 0$), en tenant compte du champ de biais $B_\perp > 0$:

$$B_x = 0 \quad B_y = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2w}{x\sqrt{w^2 + 4x^2}} + B_\perp \quad B_z = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{x^2 + \frac{w^2}{4}} \frac{4a}{\sqrt{4a^2 + 4x^2 + w^2}} \quad (\text{A.24})$$

B_y s'annule pour x négatif :

$$x_{min} = -\frac{w}{2\sqrt{2}} \left[\sqrt{1 + \frac{4\mu_0^2 I^2}{\pi^2 B_\perp^2 w^2}} - 1 \right]^{1/2} \quad (\text{A.25})$$

Le gradient suivant x de la composante suivant y est donné par :

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} 2w \left[\frac{1}{x^2 \sqrt{4x^2 + w^2}} + \frac{1}{(4x^2 + w^2)^{3/2}} \right] \quad (\text{A.26})$$

A.5 Champ créé par un fil fini de section finie

Pour simuler des pièges magnétiques avec la géométrie souhaitée, il est parfois utile d'effectuer une rotation des fils conducteurs d'un angle non multiple de $\pi/2$. Nous donnons ici une extension de la formule donnée dans [Treutlein, 2008] pour le cas d'un fil de longueur et de section finies. Notons θ l'angle d'une telle rotation par rapport aux axes privilégiés de la puce atomique ($\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$) et (x, y, z) les coordonnées dans ce repère, le repère tourné de θ dans le plan (x, y) est noté $(\vec{e}_{xR}, \vec{e}_{yR}, \vec{e}_{zR})$ et les coordonnées sont notées (x^R, y^R, z^R) . Nous avons $\vec{e}_{zR} = \vec{e}_z$ et $z^R = z$.

Considérons un fil parallélépipédique dont les arrêtes sont parallèles aux axes du repère $(\vec{e}_{xR}, \vec{e}_{yR}, \vec{e}_{zR})$. Il s'étend dans le domaine $x_0^R \leq x^R \leq x_1^R, y_0^R \leq y^R \leq y_1^R, z_0^R \leq z^R \leq z_1^R$ et est parcouru par une densité de courant $\vec{j} = j \vec{e}_{xR}$ où j est une densité homogène surfacique de courant dans le plan (y^R, z^R) . Le champ magnétique (B_x, B_y, B_z) généré par une telle distribution

de courant dans le système de coordonnées $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est alors :

$$B_x = -\sin(\theta) \frac{\mu_0 j}{4\pi} \sum_{k,l,m=0}^1 (-1)^{k+l+m} f(\tilde{x}_k^R, \tilde{y}_l^R, \tilde{z}_m^R) \quad (\text{A.27})$$

$$B_y = -\cos(\theta) \frac{\mu_0 j}{4\pi} \sum_{k,l,m=0}^1 (-1)^{k+l+m} f(\tilde{x}_k^R, \tilde{y}_l^R, \tilde{z}_m^R) \quad (\text{A.28})$$

$$B_z = \frac{\mu_0 j}{4\pi} \sum_{k,l,m=0}^1 (-1)^{k+l+m} f(\tilde{x}_k^R, \tilde{z}_m^R, \tilde{y}_l^R) \quad (\text{A.29})$$

$$(\text{A.30})$$

où les coordonnées tildées sont définies de la manière suivante : $\tilde{x}_k^R = x^R - x_k^R$, $\tilde{y}_l^R = y^R - y_l^R$ et $\tilde{z}_m^R = z^R - z_m^R$. Les coordonnées (x^R, y^R, z^R) du repère tourné sont reliées à celles du repère privilégié de la puce (x, y, z) par :

$$x^R = \cos(\theta) \left(x - \frac{x_1^R - x_0^R}{2} \right) - \sin(\theta) \left(y - \frac{y_1^R - y_0^R}{2} \right) + \frac{x_1^R - x_0^R}{2} \quad (\text{A.31})$$

$$y^R = \sin(\theta) \left(x - \frac{x_1^R - x_0^R}{2} \right) + \cos(\theta) \left(y - \frac{y_1^R - y_0^R}{2} \right) + \frac{y_1^R - y_0^R}{2} \quad (\text{A.32})$$

$$z^R = z \quad (\text{A.33})$$

La fonction f est définie par [Treutlein, 2008] :

$$f(u, v, w) = w \arctan \left(\frac{uv}{w\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \right) - u \ln \left(v + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) - v \ln \left(u + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \quad (\text{A.34})$$

Notons que ces équations pour le champ magnétique ne vérifient pas une des équations de Maxwell : $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ car notre distribution de courant ne parcourt pas une boucle fermée (dû aux extrémités du fil [Treutlein, 2008]). Il convient donc, dans les simulations, de mettre les extrémités des fils loin de la zone d'intérêt.

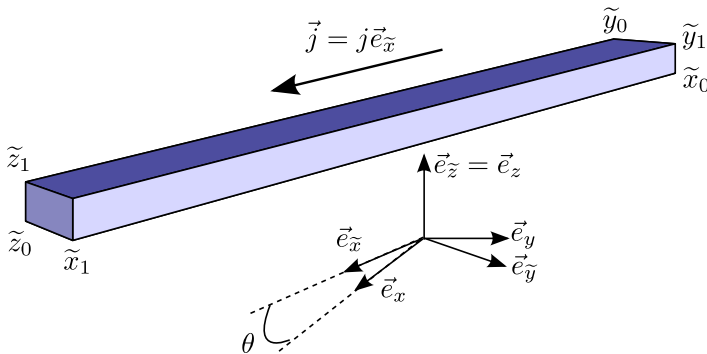


FIGURE A.4 – Géométrie et notations utilisées dans le calcul de la distribution de champ magnétique créé par un fil de longueur finie et de section finie.

A.6 Etude de l'orientation relative des axes du piège et du champ magnétique au fond du piège dans le cas du dimple

La réalisation de la séparatrice proposée dans le chapitre 3 nécessite de connaître l'orientation des axes mou et raide du piège pour le choix d'une séparatrice transverse ou axiale, ainsi que l'orientation du champ magnétique du fond de piège pour le choix des transitions σ et π , voir le chapitre 3. Nous verrons dans ce paragraphe que nous pouvons avec un piège *dimple*, en effectuant le bon choix de paramètres, orienter indépendamment les axes du piège et le champ magnétique au fond du piège.

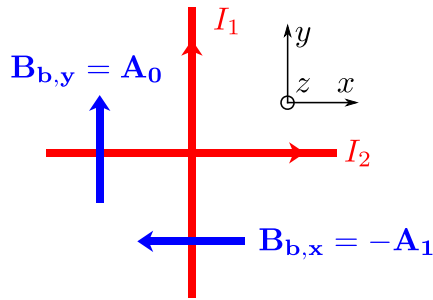


FIGURE A.5 – *Distribution de courant et notations utilisées dans les calculs de champ magnétique d'un piège en configuration dimple.*

Nous considérons un piège de type *dimple* tel que donné sur la figure A.5 et dans la référence [Treutlein, 2008], nous utilisons les mêmes notations qui sont redéfinies sur la figure A.5 :

$$B_x = -A_1 + \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{z}{x^2 + z^2} \quad (\text{A.35})$$

$$B_y = A_0 - \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{z}{y^2 + z^2} \quad (\text{A.36})$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{y}{y^2 + z^2} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{x}{x^2 + z^2} \quad (\text{A.37})$$

Le centre de ce piège est donné par le minimum de $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$ qui est :

$$x = 0 \quad y = 0 \quad z = z_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I^2}{A_0 I_0 + A_1 I_1} \quad (\text{A.38})$$

où nous avons posé $I^2 = I_0^2 + I_1^2$. Le développement du module de champ magnétique à l'ordre deux autour de ce minimum $(0, 0, z_m)$ s'écrit :

$$B \simeq B_m + \frac{k}{4}(1-q)x^2 - \frac{kp}{2}xy + \frac{k}{4}(1+q)y^2 + \frac{k}{2}(z - z_m)^2 \quad (\text{A.39})$$

avec :

$$B_m = \frac{|A_1 I_0 - A_0 I_1|}{I_0^2 + I_1^2} \quad (\text{A.40})$$

et :

$$k = \frac{\mu_B^2 I^2}{4\pi^2 z_m^4 B_m} \quad p = \frac{2I_0 I_1}{I^2} \quad q = \frac{I_0^2 - I_1^2}{I^2} - \frac{4I_0 I_1}{I^2} \frac{A_1 I_0 - A_0 I_1}{A_0 I_0 + A_1 I_1} \quad (\text{A.41})$$

On cherche les axes propres du piège dans le plan (x, y) , qui sont vecteurs propres de la matrice des fréquences :

$$T = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 B}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 1 - q & -p \\ -p & 1 + q \end{pmatrix} \quad (\text{A.42})$$

L'équation aux valeurs propres nous donne les fréquences du piège dans le plan (x, y) : $X^\pm = 1 \pm \sqrt{p^2 + q^2}$. X^+ correspond à l'axe raide (fréquence élevée) et X^- à l'axe mou (fréquence faible). Nous cherchons le vecteur propre de X^- sous la forme $(\cos \theta, \sin \theta)$. L'angle θ est donc l'angle entre l'axe x et l'axe mou du piège. Nous avons donc pour l'angle θ :

$$\tan(\theta) = \frac{\sqrt{p^2 + q^2} - q}{p} \quad (\text{A.43})$$

Par ailleurs, le champ au fond du piège est donné par :

$$B_x^m = -A_1 + \frac{\mu_0 I_1}{2\pi z_m} \quad B_y^m = A_0 - \frac{\mu_0 I_0}{2\pi z_m} \quad B_z^m = 0 \quad (\text{A.44})$$

Le champ \mathbf{B} fait donc avec l'axe des x un angle θ_B donné par $\tan(\theta_B) = \frac{B_y^m}{B_x^m}$, qui peut se réécrire sous la forme :

$$\tan(\theta_B) = \frac{A_0 - I_0(A_0 I_0 + A_1 I_1)/I^2}{-A_1 + I_1(A_0 I_0 + A_1 I_1)/I^2} = \frac{I_1}{I_0} \quad (\text{A.45})$$

Les équations sur θ_B et θ fournissent un cadre formel pour comparer l'orientation des axes du piège par rapport à celle du champ magnétique au fond du piège. Comme décrit dans l'annexe B de la référence [Treutlein, 2008], la géométrie du *dimple* dépend uniquement de deux paramètres I_1/I_0 et A_1/A_0 avec $0 < I_1/I_0 < 1$ par convention (sinon nous échangeons les deux fils) et $A_1/A_0 > 0$, avec en plus la contrainte $I_1/I_0 < \min(A_0/A_1, A_1/A_0)$ sinon le piège n'est pas piégeant. Le cas du *cigar shaped dimple* correspond à $\sqrt{p^2 + q^2} \rightarrow 1$ et celui du *pancake shaped dimple* à $\sqrt{p^2 + q^2} \rightarrow 0$. A noter que, pour satisfaire les équations de Maxwell, nous avons la contrainte $\omega_x^2 + \omega_y^2 = \omega_z^2$, cela empêche de faire un piège isotrope.

Nous nous posons la question suivante : à quelle condition les angles θ et θ_B sont égaux ou très proches ? Pour montrer que ce n'est pas toujours le cas, nous pouvons tout de suite donner un contre-exemple en utilisant les paramètres² $A_0 = 1$, $A_1 = 4$, $I_0 = 1$ et $I_1 = 0,2$, qui nous donne : $\theta_B = 11,3^\circ$ et $\theta = 76^\circ$.

Plus généralement, nous voyons sur la figure A.6.b des zones où θ et θ_B vont être du même ordre de grandeur (zone bleue combinée à I_1/I_0 petit) et des zones où l'écart entre les deux angles est important (zone rouge avec I_1/I_0 petit, typiquement pour A_1/A_0 suffisamment grand).

Nous pouvons maintenant étudier analytiquement le cas limite du piège en forme de cigare très anisotrope, qui correspond à $\sqrt{p^2 + q^2} \rightarrow 1$, c'est la zone rouge de la figure A.6.a. Nous

2. A noter : ces paramètres définissent bien un *dimple* piégeant.

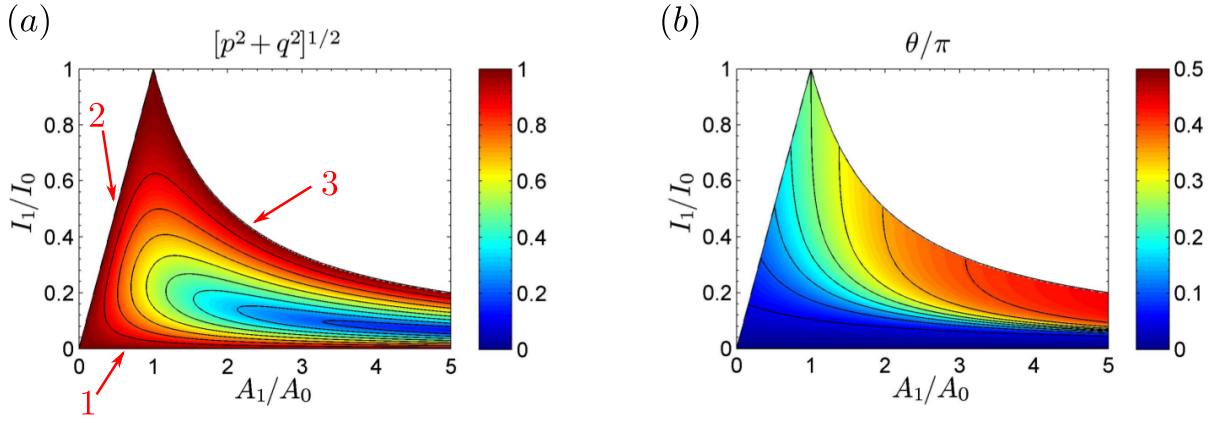


FIGURE A.6 – Figure extraite de [Treutlein, 2008] (a) $\sqrt{p^2 + q^2}$ en fonction des paramètres du piège dimple, $\sqrt{p^2 + q^2}$ détermine les fréquences du piège voir le texte et la référence [Treutlein, 2008]. Pour les paramètres tombant dans la zone blanche aucun piège ne se forme. (b) Angle entre l'axe x et l'axe mou du piège.

écrivons donc $p^2 + q^2 = 1 - \epsilon$ avec $0 < \epsilon \ll 1$. Cela donne :

$$\epsilon = \underbrace{\frac{8I_0I_1}{I^2}}_1 \underbrace{\frac{A_1I_0 - A_0I_1}{A_0I_0 + A_1I_1}}_2 \underbrace{\frac{A_0I_0 - A_1I_1}{A_0I_0A_1I_1}}_3 \quad (\text{A.46})$$

Pour vérifier $\epsilon \ll 1$, il suffit de rendre un des trois termes 1, 2 ou 3 petit devant 1. Nous retrouvons les trois frontières de la figure A.6.a : 1) $I_1 \sim 0$, 2) $I_1/I_0 \sim A_1/A_0$ et 3) $I_1/I_0 \sim (A_1/A_0)^{-1}$. Nous pouvons maintenant comparer θ et θ_B dans les trois cas limites 1, 2 et 3.

Cas 1 : $I_1/I_0 \ll 1$. Nous avons alors $\theta_B \simeq I_1/I_0$, soit $p \simeq 2I_1/I_0$ et $q \simeq 1$ d'où $\tan \theta \simeq I_1/I_0$. Ce cas correspond donc à $\theta \simeq \theta_B$, autrement dit le champ magnétique au fond du piège est dans la direction de l'axe mou du piège.

Cas 2 : $(A_1I_0 - A_0I_1)/(A_0I_0 + A_1I_1) \ll 1$. Nous avons alors $p \simeq 2I_0I_1/I^2$ et $q \simeq (I_0^2 - I_1^2)/I^2$, soit $p^2 + q^2 \simeq 1$. Nous aboutissons à $\tan \theta \simeq (1 - q)p \simeq I_1/I_0 \simeq \tan \theta_B$. Dans ce cas comme dans le cas 1, l'axe mou est dans la même direction que le champ magnétique au fond du piège.

Cas 3 : $(A_0I_0 - A_1I_1)/(A_0I_0 + A_1I_1) \ll 1$. A l'ordre le plus bas, nous avons $A_0I_0 = A_1I_1$, en posant $\alpha = A_1/A_0$, cela donne : $I_0 = \alpha I_1$ et donc $\tan \theta_B = 1/\alpha$. De même $p \simeq 2\alpha/(1 + \alpha^2)$ et $q \simeq (1 - \alpha^2)/(1 + \alpha^2)$, donc $p^2 + q^2 \simeq 1$, d'où nous déduisons $\tan \theta \simeq \alpha$. Nous avons donc $\tan \theta = \tan(\pi/2 - \theta_B)$. C'est le cas du contre-exemple : dans ce cas, le champ magnétique au fond du piège et l'axe mou du piège ne sont pas du tout alignés. Au contraire, ils sont (dans le cas limite $\sqrt{p^2 + q^2} \rightarrow 1$) symétriques par rapport à la bissectrice des axes x et y (définie par $\theta = \pi/4$).

Il n'est pas justifié, dans le cas du *dimple*, de supposer que le champ magnétique au fond du piège est aligné avec l'axe mou du piège. L'angle relatif peut être arbitraire, même dans le cas d'un cigare très anisotrope. En particulier, le cas 3 permet de faire un cigare avec un champ

au fond du piège quasiment orthogonal à l'axe mou du piège. Ce cas est utile pour réaliser une séparatrice suivant l'axe mou avec des transitions σ , comme dans le chapitre 3.

Guide micro-onde coplanaire

Dans cette annexe, nous reproduisons les formules utiles pour calculer l'impédance des guides d'ondes utilisés pour le design des puces atomiques. Ces formules sont extraites de la référence [Wadell, 1991].

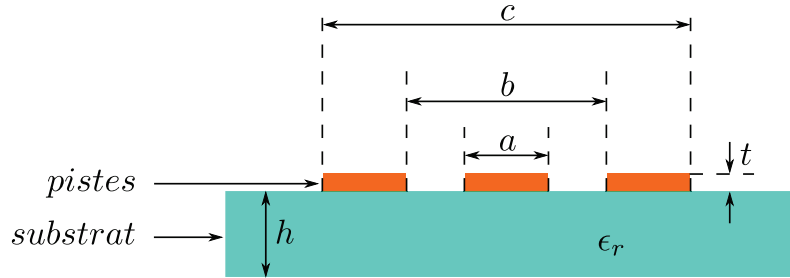


FIGURE B.1 – Géométrie et notations utilisées pour les guides d'ondes coplanaires. Figure adaptée de [Wadell, 1991].

L'impédance Z_0 du guide de la figure B.1 est donnée par :

$$Z_0 = \frac{\eta_0}{4\sqrt{\epsilon_{eff}}} \frac{K(k_1)}{K(k'_1)} \quad (\text{B.1})$$

où $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120 \times \pi$ Ohms est l'impédance caractéristique du vide et ϵ_{eff} la permittivité relative effective du substrat. Elle est donnée par :

$$\epsilon_{eff} = 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{K(k'_2)}{K(k_2)} \frac{K(k_1)}{K(k'_1)} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{K(k'_2)}{K(k_2)} \left[\frac{K(k_1)}{K(k'_1)} \right]^2 \left(\frac{t}{b-a} \right) + \frac{2t}{b-a} \frac{K(k_1)}{K(k'_1)} + \left[\frac{t}{b-a} \frac{K(k_1)}{K(k'_1)} \right]^2 \quad (\text{B.2})$$

substrat	permittivité relative
AlN céramique	8,7 (@ ~ 10 GHz)
SiC 6H direction ordinaire	6,52
SiC 6H direction extraordinaire	6,70

TABLE B.1 – *Valeurs de permittivité relative utilisées dans la conception des puces atomiques. Voir la référence [Patrick et Choyke, 1970] pour le carbure de silicium.*

où ϵ_r est la permittivité relative du substrat et K est l'intégrale elliptique complète de première espèce. k_1 est donnée par :

$$k_1 = \frac{c}{b} \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{c^2 - a^2}} \quad (\text{B.3})$$

et k_2 par :

$$k_2 = \frac{\sinh\left(\frac{\pi c}{4h}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi b}{4h}\right)} \sqrt{\frac{\sinh^2\left(\frac{\pi b}{4h}\right) - \sinh^2\left(\frac{\pi a}{4h}\right)}{\sinh^2\left(\frac{\pi c}{4h}\right) - \sinh^2\left(\frac{\pi a}{4h}\right)}} \quad (\text{B.4})$$

enfin :

$$k'_n = \sqrt{1 - k_n^2} \quad (\text{B.5})$$

Expansion libre du nuage

Dans cette section, nous présentons les calculs de l'expansion libre d'un nuage thermique ou condensé. Ces résultats sont utilisés pour l'analyse des images de temps de vol.

C.1 Cas thermique

Dans cette section, nous calculons la distribution spatiale d'un nuage d'atomes après un temps de vol dans le cas où ils sont décrits par une distribution de Bose-Einstein. Considérons une particule à $t < 0$ dans un potentiel harmonique $U(\vec{r}) = \frac{m}{2} (\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2)$. À $t = 0$, ce potentiel est coupé. Nous prendrons les hypothèses suivantes :

- i) l'occupation des différentes énergies est régie par la statistique de Bose-Einstein ;
- ii) la température est telle qu'on ne voit pas la nature discrète des niveaux d'énergie, i.e. $k_B T \gg \hbar \omega_{x,y,z}$, au moment où le piège est relâché, la particule voit donc un continuum d'états, la densité d'état de la particule est : $d\phi(E) = d\vec{p}^3 d\vec{q}^3 / h^3$;
- iii) nous négligeons toutes les collisions, ainsi un atome à la position \vec{r}_0 au moment où le piège est relâché et se trouvant à la position \vec{r} après un temps t , a donc une impulsion $\vec{p} = \frac{m(\vec{r} - \vec{r}_0)}{t}$.

La densité en \vec{r} après un temps de vol t est, en notant $\beta = 1/(k_B T)$:

$$n_{tof}(\vec{r}, t) = \frac{1}{h^3} \int d\vec{r}_0^3 d\vec{p}^3 \frac{1}{\exp \left[\beta \left(\frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}_0) - \mu \right) \right] - 1} \delta \left(\vec{r} - \vec{r}_0 - \frac{\vec{p}t}{m} \right) \quad (C.1)$$

$$= \frac{1}{h^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_x dp_y dp_z}{\exp \left[\beta \left(\sum_{i=x,y,z} \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{m\omega_i^2}{2} \left(x_i - \frac{p_i t}{m} \right)^2 \right) - \mu \right) \right] - 1} \quad (C.2)$$

$$= \frac{1}{h^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_x dp_y dp_z}{\exp \left[\beta \left(\sum_{i=x,y,z} \left(\frac{1+\omega_i^2 t^2}{2m} \left(p_i - \frac{m x_i \omega_i^2 t}{1+\omega_i^2 t^2} \right)^2 + \frac{1}{1+\omega_i^2 t^2} \frac{m\omega_i^2 x_i^2}{2} \right) - \mu \right) \right] - 1} \quad (C.3)$$

Dans la dernière égalité, nous avons simplement réarrangé les termes en x_i et p_i . Pour poursuivre le calcul, nous effectuons le changement de variable suivant :

$$P_i = p_i - \frac{mx_i\omega_i^2 t}{1 + \omega_i^2 t^2} \quad (\text{C.4})$$

ce qui donne :

$$n_{tof}(\vec{r}, t) = \frac{1}{h^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dP_x dP_y dP_z}{\exp \left[\beta \left(\sum_{i=x,y,z} \left(\frac{1+\omega_i^2 t^2}{2m} P_i^2 + \frac{1}{1+\omega_i^2 t^2} \frac{m\omega_i^2 x_i^2}{2} \right) - \mu \right) \right] - 1} \quad (\text{C.5})$$

nous effectuons un deuxième changement de variable :

$$u_i = \sqrt{\beta \frac{1 + \omega_i^2 t^2}{2m}} P_i \quad (\text{C.6})$$

nous menant à :

$$n_{tof}(\vec{r}, t) = \left(\frac{2m}{\beta h^2} \right)^{3/2} \left[\prod_{i=x,y,z} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du^3}{z^{-1} e^{u^2} - 1} \quad (\text{C.7})$$

$$= 4\pi \left(\frac{2m}{\beta h^2} \right)^{3/2} \left[\prod_{i=x,y,z} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}} \right] \int_0^{+\infty} \frac{u^2 du}{z^{-1} e^{u^2} - 1} \quad (\text{C.8})$$

dans la dernière égalité, nous sommes passé d'un système de coordonnées cartésiennes à des coordonnées sphériques.

Nous avons posé :

$$z = \exp \left[-\beta \sum_{i=x,y,z} \frac{1}{1 + \omega_i^2 t^2} \frac{m\omega_i^2 x_i^2}{2} + \beta \mu \right] \quad (\text{C.9})$$

dans le but d'utiliser la fonction de Bose :

$$g_\sigma(z) = \frac{1}{\Gamma(\sigma)} \int_0^{+\infty} \frac{x^{\sigma-1}}{z^{-1} e^x - 1} dx = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{z^m}{m^\sigma} \quad (\text{C.10})$$

où Γ est la fonction Gamma d'Euler, nous donnons aussi $\Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2$. Pour identifier une fonction de Bose, nous faisons un dernier changement de variable $v = u^2$, d'où :

$$n_{tof}(\vec{r}, t) = 4\pi \left(\frac{2m}{\beta h^2} \right)^{3/2} \left[\prod_{i=x,y,z} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}} \right] \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{v^{1/2} dv}{z^{-1} e^v - 1} \quad (\text{C.11})$$

$$= 4\pi \left(\frac{2m}{\beta h^2} \right)^{3/2} \left[\prod_{i=x,y,z} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}} \right] \frac{\sqrt{\pi}}{4} g_{3/2}(z) \quad (\text{C.12})$$

Finalement nous obtenons, en définissant la longueur d'onde thermique $\lambda_{th} = \sqrt{\frac{\pi \hbar^2}{2mk_B T}}$:

$$n_{tof}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\lambda_{th}^3} \left[\prod_{i=x,y,z} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}} \right] g_{3/2} \left(\exp \left[-\beta \sum_{i=x,y,z} \frac{1}{1 + \omega_i^2 t^2} \frac{m\omega_i^2 x_i^2}{2} + \beta\mu \right] \right) \quad (C.13)$$

Pour poursuivre plus loin notre calcul, nous faisons l'hypothèse d'un nuage atomique thermique, autrement dit la fonction de Bose est approximée par son premier terme $g_{3/2}(z) \approx z$. Nous normalisons l'expression précédente pour que son intégrale sur tout l'espace soit égale au nombre d'atome N :

$$n_{tof}(\vec{r}, t) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2}} \prod_{i=x,y,z} \sqrt{\frac{\beta m \omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2}} \exp \left(-\frac{\beta}{2} \frac{m \omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} x_i^2 \right) \quad (C.14)$$

Lors de la prise d'une image du nuage atomique, nous observons la densité optique qui est directement proportionnelle à la densité colonne du nuage. Supposons que l'axe de l'optique servant à regarder le nuage est suivant z , la densité colonne est alors donnée par $n_{col}(x, y, t) = \int dz n_{tof}(x, y, z, t)$. Elle est de la forme suivante :

$$n_{col}(x, y, t) = \frac{N}{2\pi} \prod_{i=x,y} \sqrt{\frac{\beta m \omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2}} \exp \left(-\frac{\beta}{2} \frac{m \omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} x_i^2 \right) \quad (C.15)$$

Au temps long, i.e. $\omega_i^2 t^2 \gg 1$, nous obtenons une expansion de la forme suivante pour la densité optique :

$$OD(x, y, t) = \sigma_0 n_{col}(x, y, t) = \frac{N}{2\pi} \prod_{i=x,y} \sqrt{\frac{\beta m}{t^2}} \exp \left(-\frac{\beta m}{2t^2} x_i^2 \right) \quad (C.16)$$

avec $\sigma_0 = 3\lambda^2/2\pi$ [Steck, 2003b] la section efficace d'absorption à résonance de la transition de détection considérée comme un système à deux niveaux et λ la longueur d'onde de la transition de détection. Sur cette dernière expression (C.16), nous voyons que des mesures de la densité optique après un temps de vol t peuvent nous renseigner sur la température du nuage de deux manières différentes : i) en traçant le carré de la taille du nuage en fonction du carré du temps de vol, la pente est directement proportionnelle à la température¹, ii) avec une seule image en regardant le maximum de la densité optique OD_{max} [Lye *et al.*, 2002] $T = \sigma_0 m N / (2\pi k_b t^2 OD_{max})$.

Pour l'analyse des images de temps de vol aux temps courts $\omega_i^2 t^2 \ll 1$, nous renvoyons le lecteur à la référence [Brzozowski *et al.*, 2002].

1. c'est déjà le cas sur l'équation (C.15) et l'hypothèse de temps long n'est pas nécessaire

C.2 Cas condensé : régime de Thomas-Fermi

Dans le régime de Thomas-Fermi, autrement dit quand l'énergie d'interaction est beaucoup plus grande que l'énergie cinétique, un condensat piégé prend la forme du piège [Castin et Dum, 1996, Ketterle *et al.*, 1999, Dalfovo *et al.*, 1999]. Si le piège est harmonique, le condensat a alors la forme d'un ellipsoïde. Il est possible de montrer que lors de son évolution libre après une coupure soudaine du piège, le condensat garde sa forme ellipsoïde [Dalfovo *et al.*, 1999]. Après un temps d'évolution libre t , la densité atomique $n(u, v, z, t)$ est donnée par [Ketterle *et al.*, 1999] :

$$n(u, v, z, t) = \frac{15}{8\pi} \frac{N}{R_u(t)R_v(t)R_z(t)} \max\left(1 - \frac{u^2}{R_u^2(t)} - \frac{v^2}{R_v^2(t)} - \frac{z^2}{R_z^2(t)}, 0\right) \quad (\text{C.17})$$

où (u, v, z) sont les directions propres de l'ellipsoïde. L'évolution des demi-largeurs $R_i(t)$, $i = \{u, v, z\}$, sont données par [Castin et Dum, 1996, Dalfovo *et al.*, 1999] :

$$\ddot{b}_i + \omega_i^2(t)b_i = \frac{\omega_i^2(0)}{b_i b_u b_v b_z} \quad R_i(t) = R_i(0)b_i(t) \quad R_i(0) = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad (\text{C.18})$$

où les $\omega_i(t)$ sont les fréquences propres du piège et μ le potentiel chimique du gaz donné par [Castin et Dum, 1996, Ketterle *et al.*, 1999] :

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left(\frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{2/5} \quad (\text{C.19})$$

avec a la longueur de diffusion dans l'onde s des atomes, $\bar{\omega} = (\omega_u\omega_v\omega_z)^{1/3}$ la moyenne géométrique des fréquences propres du piège et $a_{ho} = \sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$ la longueur de l'oscillateur harmonique correspondant. Pour un condensat à l'équilibre à l'instant initial, les conditions initiales pour la résolution de l'équation différentielle sur les fonctions d'échelles b_i sont : $b_i(0) = 1$ et $\dot{b}_i(0) = 0$. Dans le cas d'un piège en forme de cigare, i.e. $\omega_u = \omega_z \gg \omega_v$, une solution analytique de l'équation différentielle précédente existe [Ketterle *et al.*, 1999, Dalfovo *et al.*, 1999]. Dans le cas d'une forme quelconque de piège, l'évolution des demi-largeurs est déterminée par une résolution numérique des équations précédentes.

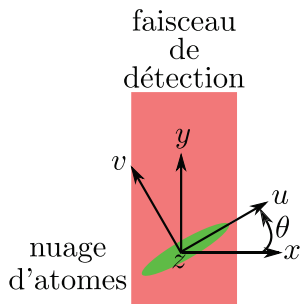


FIGURE C.1 – Rotation des axes propres du condensat par rapport à la direction du faisceau de détection.

Lors de l'observation de la densité optique, la direction du faisceau imageur n'est pas obligatoirement suivant un des axes propres de l'ellipsoïde. Supposons donc que le faisceau de détection est dans le plan (u, v) et fait un angle θ avec l'axe v . Introduisons les coordonnées x et y avec y colinéaire au faisceau de détection, nous avons donc : $u = \cos \theta x + \sin \theta y$ et $v = -\sin \theta x + \cos \theta y$, cela permet de réécrire la densité atomique :

$$n(x, y, z) = \frac{15}{8\pi} \frac{N}{R_u(t)R_v(t)R_z(t)} \max \left(1 - \frac{x^2}{a^2(t)} - \frac{y^2}{b^2(t)} - \frac{xy}{c^2(t)} - \frac{z^2}{R_z^2(t)}, 0 \right) \quad (\text{C.20})$$

où nous avons introduit les notations :

$$\frac{1}{a^2(t)} = \frac{\cos^2 \theta}{R_u^2(t)} + \frac{\sin^2 \theta}{R_v^2(t)} \quad \frac{1}{b^2(t)} = \frac{\sin^2 \theta}{R_u^2(t)} + \frac{\cos^2 \theta}{R_v^2(t)} \quad (\text{C.21})$$

$$\frac{1}{c^2(t)} = \cos \theta \sin \theta \left(\frac{1}{R_u^2(t)} - \frac{1}{R_v^2(t)} \right) \quad (\text{C.22})$$

Si nous imageons l'absorption du nuage, la densité optique est alors l'intégrale de la densité atomique dans la direction de propagation du faisceau y . Après les changements de variables $\gamma = 1 - x^2/a^2 - z^2/R_z^2$, $y = b\beta$ et $\delta = xb/c^2$, la densité optique est donnée par :

$$OD(x, z) = \sigma_0 \frac{15Nb}{8\pi R_u R_v R_z} \max \left[\int_{-\sqrt{\gamma^2 + \delta^2/4} - \delta/2}^{+\sqrt{\gamma^2 + \delta^2/4} - \delta/2} d\beta (\gamma - \delta\beta - \beta^2), 0 \right] \quad (\text{C.23})$$

$$= \sigma_0 \frac{5Nb}{2\pi R_u R_v R_z} \max \left(\left[\gamma - \frac{\delta^2}{4} \right]^{3/2}, 0 \right) \quad (\text{C.24})$$

où σ_0 est la section efficace d'absorption de la transition utilisée pour la détection. En revenant dans les coordonnées (x, z) , la densité optique s'exprime :

$$OD(x, z) = \sigma_0 \frac{5}{2\pi} \frac{Nb(t)}{R_u(t)R_v(t)R_z(t)} \max \left(\left[1 - \left(\frac{1}{a^2(t)} - \frac{b^2(t)}{4c^4(t)} \right) x^2 - \frac{z^2}{R_z^2(t)} \right]^{3/2}, 0 \right) \quad (\text{C.25})$$

Remarquons que suivant la direction x , nous observons un mélange des demi-largeurs R_u et R_v du condensat, il est donc important de connaître l'angle θ pour remonter aux paramètres du condensat.

Séquence de Ramsey avec passage adiabatique

D.1 Oscillations de Rabi : cas général

Lors du déroulement de ma thèse, après la lecture des articles [Weitz *et al.*, 1994, Bateman et Freearge, 2007, Kotru *et al.*, 2014], la question s'est posée de savoir si nous pouvions remplacer les impulsions $\pi/2$ d'une séquence d'interférométrie de Ramsey par des passages adiabatiques interrompus quand la répartition de la population est 50-50. Le problème sous-jacent est de rendre l'interféromètre moins sensible à certaines fluctuations expérimentales des impulsions. Même si nous n'avons pas apporté de réponse à cette dernière question, nous reportons ici le calcul des populations après une séquence de Ramsey dans laquelle la fréquence de Rabi et la fréquence des impulsions $\pi/2$ dépendent du temps. Ce calcul peut servir de base à l'analyse des impulsions par passage adiabatique.

Considérons un système à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$ séparés d'une énergie $\hbar\omega_0$, ce système est excité par un champ de pulsation $\omega(t)$ et de pulsation de Rabi $\Omega_R(t)$. Dans le cadre de l'approximation semi-classique, l'hamiltonien de ce système est :

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 |e\rangle \langle e| + \hbar\Omega_R(t) \cos\left(\int_0^t \omega(t') dt' - \phi\right) [|e\rangle \langle g| + |g\rangle \langle e|] \quad (\text{D.1})$$

et l'état du système est décrit par $|\Psi\rangle = c_a |a\rangle + c_b |b\rangle$. Nous passons en représentation d'interaction (i.e. nous remplaçons c_g par c_g et c_e par $c_e e^{-i\omega_0 t}$), et nous effectuons l'approximation de l'onde tournante. Nous aboutissons à l'hamiltonien suivant dans la base $\{|g\rangle, |e\rangle\}$:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\Omega_R(t)}{2} \begin{pmatrix} 0 & \exp\left(i \int_0^t \delta(t') dt' - i\phi\right) \\ \exp\left(-i \int_0^t \delta(t') dt' + i\phi\right) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.2})$$

où nous avons noté $\delta(t) = \omega(t) - \omega_0$. Nous appliquons la transformation unitaire $\hat{U}\hat{H}\hat{U}^\dagger + i\hbar\frac{d\hat{U}}{dt}\hat{U}^\dagger$ à notre hamiltonien avec l'opérateur unitaire suivant :

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{i}{2}\left(-\int_0^t \delta(t')dt' + \phi\right)\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(\frac{i}{2}\left(\int_0^t \delta(t')dt' - \phi\right)\right) \end{pmatrix} \quad (\text{D.3})$$

Nous aboutissons à l'hamiltonien bien connu :

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \delta(t) & \Omega_R(t) \\ \Omega_R(t) & -\delta(t) \end{pmatrix} \quad (\text{D.4})$$

en posant : $\Omega(t) = \sqrt{\Omega_R(t)^2 + \delta(t)^2}$, nous pouvons écrire les pulsations et états propres instantanés :

$$\omega_-(t) = -\frac{\Omega(t)}{2} \quad \omega_+(t) = \frac{\Omega(t)}{2} \quad (\text{D.5})$$

$$|-(t)\rangle = \frac{\Omega_R(t)|g\rangle - (\Omega(t) + \delta(t))|e\rangle}{\sqrt{\Omega_R^2(t) + (\Omega(t) + \delta(t))^2}} \quad (\text{D.6})$$

$$|+(t)\rangle = \frac{\Omega_R(t)|g\rangle + (\Omega(t) - \delta(t))|e\rangle}{\sqrt{\Omega_R^2(t) + (\Omega(t) - \delta(t))^2}} \quad (\text{D.7})$$

Dans le cadre du suivi adiabatique, la solution générale est :

$$|\Psi(t)\rangle = c_-(0) \exp\left(-i \int_0^t \omega_-(t')dt'\right) |-(t)\rangle + c_+(0) \exp\left(-i \int_0^t \omega_+(t')dt'\right) |+(t)\rangle \quad (\text{D.8})$$

d'où nous pouvons déduire les populations dans les deux états qui nous intéressent $|c_g(t)|^2 = |\langle g|\Psi(t)\rangle|^2$ et $|c_e(t)|^2 = |\langle e|\Psi(t)\rangle|^2$. Les conditions initiales, en termes de $c_-(0)$ et $c_+(0)$ sont définies par :

$$c_g(0) = \langle g|-(0)\rangle c_-(0) + \langle g|+(0)\rangle c_+(0) \quad (\text{D.9})$$

$$c_e(0) = \langle e|-(0)\rangle c_-(0) + \langle e|+(0)\rangle c_+(0) \quad (\text{D.10})$$

Pour simplifier la suite des notations, nous introduisons l'évolution de la norme des vecteurs propres entre 0 et t :

$$N_+(0, t) = \frac{\sqrt{\Omega_R^2(0) + (\Omega(0) + \delta(0))^2}}{\sqrt{\Omega_R^2(t) + (\Omega(t) + \delta(t))^2}} \quad N_-(0, t) = \frac{\sqrt{\Omega_R^2(0) + (\Omega(0) - \delta(0))^2}}{\sqrt{\Omega_R^2(t) + (\Omega(t) - \delta(t))^2}} \quad (\text{D.11})$$

Nous aboutissons à l'équivalent des équations (2.52) et (2.53) :

$$\begin{aligned}
c_g(t) = & - \exp \left(-i \int_0^t \omega_-(t') dt' \right) N_+(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega_R(t)}{2\Omega(0)} c_e(0) - \frac{\Omega_R(t)}{2\Omega_R(0)} c_g(0) + \frac{\Omega_R(t)\delta(0)}{2\Omega(0)\Omega_R(0)} c_g(0) \right\} \\
& + \exp \left(-i \int_0^t \omega_+(t') dt' \right) N_-(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega_R(t)}{2\Omega(0)} c_e(0) + \frac{\Omega_R(t)}{2\Omega_R(0)} c_g(0) + \frac{\Omega_R(t)\delta(0)}{2\Omega(0)\Omega_R(0)} c_g(0) \right\} \quad (D.12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_e(t) = & + \exp \left(-i \int_0^t \omega_-(t') dt' \right) N_+(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega(t) + \delta(t)}{2\Omega(0)} c_e(0) - \frac{\Omega(t) + \delta(t)}{2\Omega(0)\Omega_R(0)} (\Omega(0) - \delta(0)) c_g(0) \right\} \\
& + \exp \left(-i \int_0^t \omega_+(t') dt' \right) N_-(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega(t) - \delta(t)}{2\Omega(0)} c_e(0) + \frac{\Omega(t) - \delta(t)}{2\Omega(0)\Omega_R(0)} (\Omega(0) + \delta(0)) c_g(0) \right\} \quad (D.13)
\end{aligned}$$

D.2 Séquence de Ramsey : cas de l'ARP

Le premier type d'impulsion que nous pouvons étudier est l'ARP [Oreg *et al.*, 1984], ou passage adiabatique rapide, une étude expérimentale est présentée dans la référence [Kotru *et al.*, 2014]. Nous nous plaçons donc dans le cas $\Omega_R(t) = \Omega_R$ constant. Nous pouvons réécrire les deux équations précédentes en rétablissant la transformation unitaire de la partie précédente :

$$\begin{aligned}
c_g(t) = & - e^{+\frac{i}{2} \int_0^t \delta(t') dt'} e^{+\frac{i}{2} \int_0^t \Omega(t') dt'} N_+(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega_R}{2\Omega(0)} c_e(0) e^{-i\phi} - \frac{1}{2} c_g(0) + \frac{\delta(0)}{2\Omega(0)} c_g(0) \right\} \\
& + e^{+\frac{i}{2} \int_0^t \delta(t') dt'} e^{-\frac{i}{2} \int_0^t \Omega(t') dt'} N_-(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega_R}{2\Omega(0)} c_e(0) e^{-i\phi} + \frac{1}{2} c_g(0) + \frac{\delta(0)}{2\Omega(0)} c_g(0) \right\} \quad (D.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_e(t) = & + e^{-\frac{i}{2} \int_0^t \delta(t') dt'} e^{+\frac{i}{2} \int_0^t \Omega(t') dt'} N_+(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega(t) + \delta(t)}{2\Omega(0)} c_e(0) - \frac{\Omega(t) + \delta(t)}{2\Omega(0)\Omega_R} (\Omega(0) - \delta(0)) c_g(0) e^{i\phi} \right\} \\
& + e^{-\frac{i}{2} \int_0^t \delta(t') dt'} e^{-\frac{i}{2} \int_0^t \Omega(t') dt'} N_-(0, t) \\
& \times \left\{ \frac{\Omega(t) - \delta(t)}{2\Omega(0)} c_e(0) + \frac{\Omega(t) - \delta(t)}{2\Omega(0)\Omega_R} (\Omega(0) + \delta(0)) c_g(0) e^{i\phi} \right\} \quad (D.15)
\end{aligned}$$

Nous allons appliquer ce résultat pour calculer $P_g = |c_g|^2$ après une séquence de Ramsey. Pour ce calcul, nous procédons comme dans la section 2.2.1 en prenant garde aux facteurs $e^{-i\omega_0 t}$ dus au passage en représentation d'interaction. Nous notons τ la durée d'une impulsion, T le temps écoulé entre les deux impulsions et ϕ_1 (respectivement ϕ_2) la phase du champ excitateur au début de la première impulsion (respectivement au début de la seconde impulsion). De plus,

nous considérons que $\delta(\tau) = \delta(\tau + T) = 0$ dans les termes d'amplitude mais pas dans les termes de phase, c'est la même approximation que le paragraphe 2.2.1.2. Tous calculs faits, nous aboutissons à :

$$\begin{aligned}
P_g = & \left| -e^{+i\Delta(T+\tau, T+2\tau)} \frac{N_+(T+\tau, T+2\tau)}{4} \right. \\
& \times \left\{ +e^{-iD(0, \tau) + i\Delta(0, \tau)} N_+(0, \tau) \left(-1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) e^{i(\phi_1 - \phi_2) - i\omega_0(\tau + T)} \right. \\
& + e^{-iD(0, \tau) - i\Delta(0, \tau)} N_-(0, \tau) \left(+1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) e^{i(\phi_1 - \phi_2) - i\omega_0(\tau + T)} \\
& + e^{+iD(0, \tau) + i\Delta(0, \tau)} N_+(0, \tau) \left(-1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) \\
& \left. - e^{+iD(0, \tau) - i\Delta(0, \tau)} N_-(0, \tau) \left(+1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) \right\} \\
& + e^{-i\Delta(T+\tau, T+2\tau)} \frac{N_-(T+\tau, T+2\tau)}{4} \\
& \times \left\{ +e^{-iD(0, \tau) + i\Delta(0, \tau)} N_+(0, \tau) \left(-1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) e^{i(\phi_1 - \phi_2) - i\omega_0(\tau + T)} \right. \\
& + e^{-iD(0, \tau) - i\Delta(0, \tau)} N_-(0, \tau) \left(+1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) e^{i(\phi_1 - \phi_2) - i\omega_0(\tau + T)} \\
& - e^{+iD(0, \tau) + i\Delta(0, \tau)} N_+(0, \tau) \left(-1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) \\
& \left. + e^{+iD(0, \tau) - i\Delta(0, \tau)} N_-(0, \tau) \left(+1 + \frac{\delta(0)}{\Omega(0)} \right) \right\} \Big|^2
\end{aligned} \tag{D.16}$$

où nous avons posé les deux notations :

$$D(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \delta(t) dt \quad \text{et} \quad \Delta(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \Omega(t) dt \tag{D.17}$$

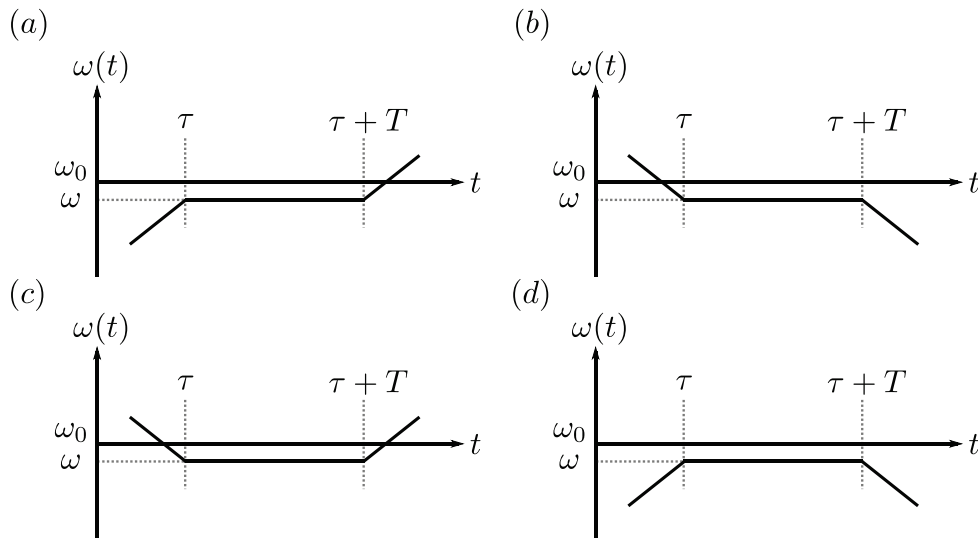


FIGURE D.1 – Différents cas considérés dans le calcul des franges Ramsey où les impulsions de Rabi sont remplacées par un passage adiabatique rapide.

Considérons maintenant les quatre cas possibles de la figure D.1. Notons que dans ces quatre cas, nous avons $\phi_1 - \phi_2 - \omega_0(\tau + T) = (\omega - \omega_0)T + 2D(0, \tau)$ (la fréquence du champ excitateur est constante entre les deux demi-impulsions ARP). Nous choisissons des impulsions symétriques, autrement dit $\Delta(T + \tau, T + 2\tau) = \Delta(0, \tau) = \Delta$. De plus, pour retrouver le réseau de franges usuel d'une séquence de Ramsey, nous devons satisfaire la condition $\Delta = n\pi/4$ avec n impair (une condition équivalente est présente dans [Kotru *et al.*, 2014]). Tous calculs faits nous aboutissons à :

- cas (a) et (b) de la figure D.1

$$P_g = \frac{1}{2} [1 - \cos((\omega - \omega_0)T)] \quad (\text{D.18})$$

- cas (c) et (d) de la figure D.1

$$P_g = \frac{1}{2} [1 + \cos((\omega - \omega_0)T)] \quad (\text{D.19})$$

Dans une séquence de Ramsey à deux niveaux nous pouvons remplacer les impulsions de Rabi $\pi/2$ par des impulsions ARP coupées au milieu. Nous obtenons alors un résultat similaire, du moins en théorie. Pour compléter ce raisonnement, il est nécessaire d'introduire un troisième niveau (car, en pratique, nous utilisons une impulsion de Rabi à deux photons et des déplacements lumineux sont présents) et de considérer d'autres types de passage adiabatique, par exemple du STIRAP. Le STIRAP a déjà été utilisé pour réaliser des séparatrices atomiques [Lawall et Prentiss, 1994, Weitz *et al.*, 1994], voir le paragraphe correspondant de la section 5.1 pour plus de références.

Oscillateur harmonique : conditions adiabatiques

Dans cette annexe, nous décrivons les conditions à respecter pour réaliser un suivi adiabatique pour un potentiel harmonique dont la fréquence et la position varient dans le temps. Tout d'abord, reprenons l'hamiltonien équation (2.1) :

$$\hat{H}(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(t) [\hat{z} - z_0(t)]^2 \quad (\text{E.1})$$

Nous notons $|\Psi_n\rangle$ et E_n ses vecteurs et valeurs propres où le temps est considéré comme un paramètre, les valeurs propres sont :

$$E_n = \hbar\omega(t) \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{E.2})$$

et les vecteurs propres (voir l'équation (35) du complément B_V de la référence [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1986]) sont :

$$\Psi_n(z) = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{z^2}{2}} H_n(Z) \quad (\text{E.3})$$

où nous avons introduit les notations $\alpha = m\omega(t)/\hbar$ et $Z = \sqrt{\alpha}(z - z_0(t))$. Naturellement, ses fonctions propres peuvent aussi être déduites des résultats (2.45) et (2.44). La réalisation d'un suivi adiabatique impose, pour $n \neq m$:

$$\left| \int \Psi_m^*(Z) \frac{\partial \Psi_n(Z)}{\partial t} dZ \right| \ll \frac{1}{\hbar} |E_m - E_n| \quad (\text{E.4})$$

il faut donc calculer $\partial\Psi_n(Z)/\partial t$. En utilisant les relations (14) et (15) du complément B_V de la référence [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1986] :

$$\frac{d}{dz}H_n(z) = 2nH_{n-1}(z) \quad (\text{E.5})$$

$$2zH_n(z) = H_{n+1}(z) + 2nH_{n-1}(z) \quad (\text{E.6})$$

il vient :

$$\frac{\partial\Psi_n(Z)}{\partial t} = \frac{\dot{\alpha}}{4\alpha}\Psi_n(Z) - \sqrt{\frac{n+1}{2}}\frac{\partial Z}{\partial t}\Psi_{n+1}(Z) + \sqrt{\frac{n}{2}}\frac{\partial Z}{\partial t}\Psi_{n-1}(Z) \quad (\text{E.7})$$

Enfin, en utilisant l'équation (C-23-c) du chapitre V de la référence [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1986] :

$$\langle\Psi_m|Z|\Psi_n\rangle = \sqrt{\frac{n+1}{2}}\delta_{m,n+1} + \sqrt{\frac{n}{2}}\delta_{m,n-1} \quad (\text{E.8})$$

nous pouvons calculer l'intégrale intervenant dans la condition de suivi adiabatique :

$$\begin{aligned} \int \Psi_m^*(Z)\frac{\partial\Psi_n(Z)}{\partial t}dZ &= \sqrt{\frac{\alpha}{2}}\dot{z}_0(\sqrt{n+1}\delta_{n+1,m} - \sqrt{n}\delta_{n-1,m}) \\ &+ \frac{\dot{\alpha}}{4\alpha}(\sqrt{n(n-1)}\delta_{m,n-2} - \sqrt{(n+1)(n+2)}\delta_{m,n+2}) \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

Pour obtenir un suivi adiabatique, il faut donc satisfaire les quatre conditions suivantes :

$$- m = n - 2,$$

$$\left|\frac{\dot{\alpha}}{4\alpha}\sqrt{n(n-1)}\right| \ll 2\omega \quad (\text{E.10})$$

$$- m = n + 2,$$

$$\left|\frac{\dot{\alpha}}{4\alpha}\sqrt{(n+1)(n+2)}\right| \ll 2\omega \quad (\text{E.11})$$

$$- m = n - 1,$$

$$\left|\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\dot{z}_0\sqrt{n}\right| \ll \omega \quad (\text{E.12})$$

$$- m = n + 1,$$

$$\left|\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\dot{z}_0\sqrt{n+1}\right| \ll \omega \quad (\text{E.13})$$

Nous pouvons résumer le tout en deux conditions sur les vitesses de variation de la fréquence et de la position du piège, pour la vitesse de changement de la fréquence :

$$|\dot{\omega}| \ll \frac{\omega^2}{n} \quad (\text{E.14})$$

et pour la vitesse de déplacement du piège :

$$|\dot{z}_0| \ll \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\hbar\omega}{m}} \quad (\text{E.15})$$

Productions scientifiques

Articles

- M. Dupont-Nivet, C. I. Westbrook and S. Schwartz, *Contrast and phase-shift of a double-well trapped thermal atoms interferometer using internal state labelling*. ArXiv :1606.06008.
- M. Dupont-Nivet, M. Casiulis, T. Laudat, C. I. Westbrook and S. Schwartz, *Microwave-stimulated Raman adiabatic passage in a Bose-Einstein condensate on an atom chip*. Phys. Rev. A, American Physical Society, 2015, 91, 053420
- M. Ammar, M. Dupont-Nivet, L. Huet, J.-P. Pocholle, P. Rosenbusch, I. Bouchoule, C. I. Westbrook, J. Estève, J. Reichel, C. Guerlin and S. Schwartz, *Symmetric microwave potentials for interferometry with thermal atoms on a chip*. Phys. Rev. A, American Physical Society, 2015, 91, 053623

Demandes de brevets

- Demande de brevet n° 15 02484, *Source laser pour capteurs inertiels à atomes froids*, M. Dupont-Nivet, S. Schwartz, A. Brignon, J. Bourderionnet
- Demande de brevet n° 15 02482, *Gyroscope à atomes froids piégés sur puce*, M. Dupont-Nivet, S. Schwartz
- Demande de brevet n° 14 03026, *Capteur d'inertie hybride à atomes froids et MEMS et centrale inertielle associée*, Sylvain Schwartz, Matthieu Dupont-Nivet

Conférences

- (Invité) *Puces atomiques pour capteurs inertiels*, M. Dupont-Nivet, workshop : Atomes froids et applications embarquées, Toulouse (décembre 2015).
- (Invité) *Microwave stimulated Raman Adiabatic passage used for internal state conversion of a magnetically trapped Bose-Einstein condensate*, M. Dupont-Nivet, C. Westbrook, S. Schwartz, STIRAP Symposium, Kaiserslautern (septembre 2015).
- *Stimulated Raman adiabatic passage of a Bose-Einstein condensate in the microwave range*, M. Dupont-Nivet, C. Westbrook, S. Schwartz, CLEO EUROPE/IQEC, Munich (juin 2015).

Actes de conférences

- *Coherent population transfer between hyperfine ground states of a ^{87}Rb Bose-Einstein condensate by microwave-stimulated Raman adiabatic passage*, S. Schwartz, M. Dupont-Nivet, C. I. Westbrook, 46th Annual Meeting of the APS Division of Atomic, Molecular and Optical Physics, (June 2015)
- *Towards an interferometer with thermal atoms trapped on a chip*, M. Ammar, M. Dupont-Nivet, L. Huet, C. Guerlin, J. Reichel, P. Rosenbusch, I. Bouchoule, C. I. Westbrook and S. Schwartz, In Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO EUROPE/IQEC), 2013 Conference on and International Quantum Electronics Conference (pp. 1-1). IEEE. (May, 2013)
- *Atom chips for quantum sensing with cold thermal atoms*, S. Schwartz, M. Ammar, M. Dupont-Nivet, L. Huet, J.-P. Pocholle, C. Guerlin, J. Reichel, P. Rosenbusch, I. Bouchoule, C. I. Westbrook, Proc. SPIE 8993, Quantum Sensing and Nanophotonic Devices XI, 899325 (December 18, 2013) ; doi :10.1117/12.2047431

Bibliographie

- [Abgrall *et al.*, 2015] ABGRALL, M., CHUPIN, B., SARLO, L. D., GUÉNA, J., LAURENT, P., COQ, Y. L., TARGAT, R. L., LODEWYCK, J., LOURS, M., ROSENBUSCH, P., ROVERA, G. D. et BIZE, S. (2015). Atomic fountains and optical clocks at SYRTE : Status and perspectives. *Comptes Rendus Physique*, 16(5):461–470.
- [Adams *et al.*, 1995] ADAMS, C. S., LEE, H. J., DAVIDSON, N., KASEVICH, M. et CHU, S. (1995). Evaporative cooling in a crossed dipole trap. *Phys. Rev. Lett.*, 74(18):3577.
- [Agosta *et al.*, 1989] AGOSTA, C. C., SILVERA, I. F., STOOF, H. T. C. et VERHAAR, B. J. (1989). Trapping of neutral atoms with resonant microwave radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 62:2361–2364.
- [Allan, 1966] ALLAN, D. (1966). Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE*, 54(2):221–230.
- [Alzar *et al.*, 2012] ALZAR, C. L. G., YAN, W. et LANDRAGIN, A. (2012). Towards high sensitivity rotation sensing using an atom chip. In *Research in Optical Sciences*, page JT2A.10. Optical Society of America.
- [Ammar, 2014] AMMAR, M. (2014). *Design and study of microwave potentials for interferometry with thermal atoms on a chip*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.
- [Ammar *et al.*, 2013] AMMAR, M., DUPONT-NIVET, M., HUET, L., GUERLIN, C., REICHEL, J., ROSENBUSCH, P., BOUCHOULE, I., WESTBROOK, C. et SCHWARTZ, S. (2013). Towards an interferometer with thermal atoms trapped on a chip. In *Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO EUROPE/EQEC), 2013 Conference on and 13th European Quantum Electronics Conference*.
- [Ammar *et al.*, 2015] AMMAR, M., DUPONT-NIVET, M., HUET, L., POCHOLLE, J.-P., ROSENBUSCH, P., BOUCHOULE, I., WESTBROOK, C. I., ESTÈVE, J., REICHEL, J., GUERLIN, C. et SCHWARTZ, S. (2015). Symmetric microwave potentials for interferometry with thermal atoms on a chip. *Phys. Rev. A*, 91:053623.
- [Anderson *et al.*, 1995] ANDERSON, M. H., ENSHER, J. R., MATTHEWS, M. R., WIEMAN, C. E. et CORNELL, E. A. (1995). Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269(5221):198–201.

- [Armijo *et al.*, 2010] ARMIJO, J., GARRIDO ALZAR, C. L. et BOUCHOULE, I. (2010). Thermal properties of aln-based atom chips. *Eur. Phys. J. D*, 56(1):33–39.
- [Aussibal, 2003] AUSSIBAL, C. (2003). *Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein sur une microstructure*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud-Paris XI.
- [Barbour, 2010] BARBOUR, N. M. (2010). Inertial navigation sensors. Rapport technique, DTIC Document.
- [Barnes, 1972] BARNES, J. (1972). Tables of bias functions, B1 and B2, for variances based on finite samples of processes with power law spectral densities. *Frequency and Time*, 5:479.
- [Barnes et Allan, 1990] BARNES, J. A. et ALLAN, D. W. (1990). Varian based on data with dead time between the measurements. *NIST Technical Note 1318*.
- [Barrett *et al.*, 2001] BARRETT, M., SAUER, J. et CHAPMAN, M. (2001). All-optical formation of an atomic bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 87(1):010404.
- [Bateman et Freegarde, 2007] BATEMAN, J. et FREEGARDE, T. (2007). Fractional adiabatic passage in two-level systems : Mirrors and beam splitters for atomic interferometry. *Phys. Rev. A*, 76:013416.
- [Bergmann *et al.*, 1998] BERGMANN, K., THEUER, H. et SHORE, B. W. (1998). Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules. *Rev. Mod. Phys.*, 70:1003–1025.
- [Bergmann *et al.*, 2015] BERGMANN, K., VITANOV, N. V. et SHORE, B. W. (2015). Perspective : Stimulated raman adiabatic passage : The status after 25 years. *J. Chem. Phys.*, 142(17).
- [Berry, 1984] BERRY, M. V. (1984). Quantal phase factors accompanying adiabatic changes. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 392(1802):45–57.
- [Berry, 2009] BERRY, M. V. (2009). Transitionless quantum driving. *J. Phys. A-Math. Gen.*, 42(36):365303.
- [Bize *et al.*, 2004] BIZE, S., LAURENT, P., ABGRALL, M., MARION, H., MAKSIMOVIC, I., CACCIAPUOTI, L., GRÜNERT, J., VIAN, C., DOS SANTOS, F. P., ROSENBUSCH, P. *et al.* (2004). Advances in atomic fountains. *Comptes rendus physique*, 5(8):829–843.
- [Bodart *et al.*, 2010] BODART, Q., MERLET, S., MALOSSI, N., SANTOS, F. P. D., BOUYER, P. et LANDRAGIN, A. (2010). A cold atom pyramidal gravimeter with a single laser beam. *Appl. Phys. Lett.*, 96(13):134101.
- [Böhi *et al.*, 2009] BÖHI, P., RIEDEL, M., HOFFFROGGE, J., REICHEL, J., HANSCH, T. et TREUTLEIN, P. (2009). Coherent manipulation of bose-einstein condensates with state-dependent microwave potentials on an atom chip. *Nat. Phys.*, 5:592–597.
- [Böhi, 2010] BÖHI, P. A. (2010). *Coherent manipulation of ultracold atoms with microwave near-fields*. Thèse de doctorat, Ludwig Maximilians Universität München.

- [Böhmer *et al.*, 2001] BÖHMER, K., HALFMANN, T., YATSENKO, L. P., SHORE, B. W. et BERGMANN, K. (2001). Stimulated hyper-raman adiabatic passage. iii. experiment. *Phys. Rev. A*, 64:023404.
- [Bonnin *et al.*, 2013] BONNIN, A., ZAHZAM, N., BIDEL, Y. et BRESSON, A. (2013). Simultaneous dual-species matter-wave accelerometer. *Phys. Rev. A*, 88:043615.
- [Boradjiev et Vitanov, 2010] BORADJIEV, I. I. et VITANOV, N. V. (2010). Stimulated raman adiabatic passage with unequal couplings : Beyond two-photon resonance. *Phys. Rev. A*, 81:053415.
- [Bordé, 1989] BORDÉ, C. (1989). Atomic interferometry with internal state labelling. *Phys. Lett. A*, 140(1-2):10 – 12.
- [Bouchoule *et al.*, 2008] BOUCHOULE, I., TREBBIA, J.-B. et GARRIDO ALZAR, C. L. (2008). Limitations of the modulation method to smooth wire-guide roughness. *Phys. Rev. A*, 77:023624.
- [Brink et Sukumar, 2006] BRINK, D. M. et SUKUMAR, C. V. (2006). Majorana spin-flip transitions in a magnetic trap. *Phys. Rev. A*, 74:035401.
- [Brzozowski *et al.*, 2002] BRZOZOWSKI, T. M., MACZYNSKA, M., ZAWADA, M., ZACHOROWSKI, J. et GAWLIK, W. (2002). Time-of-flight measurement of the temperature of cold atoms for short trap-probe beam distances. *J. Opt. B-Quantum S. O.*, 4(1):62.
- [Canuel *et al.*, 2006] CANUEL, B., LEDUC, F., HOLLEVILLE, D., GAUGUET, A., FILS, J., VIRDIS, A., CLAIRON, A., DIMARCQ, N., BORDÉ, C. J., LANDRAGIN, A. et BOUYER, P. (2006). Six-axis inertial sensor using cold-atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 97:010402.
- [Carraz *et al.*, 2014] CARRAZ, O., SIEMES, C., MASSOTTI, L., HAAGMANS, R. et SILVESTRIN, P. (2014). A spaceborne gravity gradiometer concept based on cold atom interferometers for measuring earth's gravity field. *Microgravity Sci. Tec.*, 26(3):139–145.
- [Carroll et Hioe, 1990] CARROLL, C. E. et HIOE, F. T. (1990). Analytic solutions for three-state systems with overlapping pulses. *Phys. Rev. A*, 42:1522–1531.
- [Castin et Dum, 1996] CASTIN, Y. et DUM, R. (1996). Bose-einstein condensates in time dependent traps. *Phys. Rev. Lett.*, 77(27):5315.
- [Cermák *et al.*, 2007] CERMÁK, J., KUNA, A., SOJDR, L. et SALZENSTEIN, P. (2007). Short-term frequency stability measurement of BVA oscillators. In *Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, pages 1255–1260. IEEE.
- [Champenois *et al.*, 2001] CHAMPENOIS, C., BÜCHNER, M., DELHUILLE, R., MATHEVET, R., ROBILLIARD, C., RIZZO, C. et VIGUÉ, J. (2001). Atomic diffraction by a laser standing wave : Analysis using bloch states. *Eur. Phys. J. D*, 13(2):271–278.
- [Chauvin *et al.*, 2007] CHAUVIN, J., WEBER, P., AUBRY, J.-P., LEFEBVRE, F., STHAL, F., GALLIOU, S., RUBIOLA, E. et VACHERET, X. (2007). A new generation of very high stability BVA

- oscillators. *In Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, pages 1261–1268. IEEE.
- [Cheinet, 2006] CHEINET, P. (2006). *Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [Chen *et al.*, 2009] CHEN, X., MUGA, J. G., del CAMPO, A. et RUSCHHAUPT, A. (2009). Atom cooling by nonadiabatic expansion. *Phys. Rev. A*, 80:063421.
- [Chen *et al.*, 2010] CHEN, X., RUSCHHAUPT, A., SCHMIDT, S., del CAMPO, A., GUÉRY-ODELIN, D. et MUGA, J. G. (2010). Fast optimal frictionless atom cooling in harmonic traps : Shortcut to adiabaticity. *Phys. Rev. Lett.*, 104:063002.
- [Chen *et al.*, 2011a] CHEN, X., TORRONTGUI, E. et MUGA, J. G. (2011a). Lewis-riesenfeld invariants and transitionless quantum driving. *Phys. Rev. A*, 83:062116.
- [Chen *et al.*, 2011b] CHEN, X., TORRONTGUI, E., STEFANATOS, D., LI, J.-S. et MUGA, J. G. (2011b). Optimal trajectories for efficient atomic transport without final excitation. *Phys. Rev. A*, 84:043415.
- [Chiu *et al.*, 2011] CHIU, S.-w., KOVACHY, T., CHIEN, H.-C. et KASEVICH, M. A. (2011). 102 \hbar k large area atom interferometers. *Phys. Rev. Lett.*, 107(13):130403.
- [Chou *et al.*, 2010] CHOU, C. W., HUME, D. B., KOELEMELJ, J. C. J., WINELAND, D. J. et ROSENBLAND, T. (2010). Frequency comparison of two high-accuracy Al^+ optical clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 104:070802.
- [Chow *et al.*, 1985] CHOW, W., GEA-BANACLOCHE, J., PEDROTTI, L., SANDERS, V., SCHLEICH, W. et SCULLY, M. (1985). The ring laser gyro. *Rev. Mod. Phys.*, 57(1):61.
- [Chu *et al.*, 1985] CHU, S., HOLLBERG, L., BJORKHOLM, J. E., CABLE, A. et ASHKIN, A. (1985). Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 55(1):48.
- [Clairon *et al.*, 1995] CLAIRON, A., LAURENT, P., SANTARELLI, G., GHEZALI, S., LEA, S. et BAHOURA, M. (1995). A cesium fountain frequency standard : preliminary results. *IEEE T. Instrum. Meas.*, 44(2):128–131.
- [Clairon *et al.*, 1991] CLAIRON, A., SALOMON, C., GUELLATI, S. et PHILLIPS, W. (1991). Ramsey resonance in a zacharias fountain. *Europhys. Lett.*, 16(2):165.
- [Cohen-Tannoudji, 1992] COHEN-TANNOUDJI, C. (1991-1992). Cours au collège de france 1991-1992.
- [Cohen-Tannoudji, 1997] COHEN-TANNOUDJI, C. (1996-1997). Cours au collège de france 1996-1997.
- [Cohen-Tannoudji, 2009] COHEN-TANNOUDJI, C. (2009). Dark resonances from optical pumping to cold atoms and molecules.

- [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1986] COHEN-TANNOUDJI, C., DIU, B., LALOË, F. *et al.* (1986). Mécanique quantique.
- [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1992] COHEN-TANNOUDJI, C., DUPONT-ROC, J. et GRYNBERG, G. (1992). *Processus d'interaction entre photons et atomes (InterEditions et Editions du CNRS, 1988), English translation : Atom-Photon Interactions. Basic Processes and Applications.* Wiley : New York.
- [Cohen-Tannoudji et Guéry-Odelin, 2011] COHEN-TANNOUDJI, C. et GUÉRY-ODELIN, D. (2011). *Advances in atomic physics.* World Scientific.
- [Courteille *et al.*, 2006] COURTEILLE, P. W., DEH, B., FORTÁGH, J., GÜNTHER, A., KRAFT, S., MARZOK, C., SLAMA, S. et ZIMMERMANN, C. (2006). Highly versatile atomic micro traps generated by multifrequency magnetic field modulation. *J. Phys. B-At. Mol. opt.*, 39(5):1055.
- [Couvert *et al.*, 2008] COUVERT, A., KAWALEC, T., REINAUDI, G. et GUÉRY-ODELIN, D. (2008). Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime. *Europhys. Lett.*, 83(1):13001.
- [Cronin *et al.*, 2009] CRONIN, A., SCHMIEDMAYER, J. et PRITCHARD, D. (2009). Optics and interferometry with atoms and molecules. *Rev. Mod. Phys.*, 81:1051–1129.
- [Cronin *et al.*, 2007] CRONIN, A. D., SCHMIEDMAYER, J. et PRITCHARD, D. E. (2007). Atom interferometers. *arXiv preprint arXiv :0712.3703*.
- [Dalfovo *et al.*, 1999] DALFOVO, F., GIORGINI, S., PITAEVSKII, L. P. et STRINGARI, S. (1999). Theory of bose-einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71:463–512.
- [Dalibard, 2013] DALIBARD, J. (2013). Cours au collège de france 2013 : Des cages de lumière pour les atomes : la physique des pièges et des réseaux optiques.
- [Dalibard, 2015] DALIBARD, J. (2015). Cours au collège de france 2015 : Une brève histoire des atomes froids.
- [Dalibard et Cohen-Tannoudji, 1985] DALIBARD, J. et COHEN-TANNOUDJI, C. (1985). Dressed-atom approach to atomic motion in laser light : the dipole force revisited. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2(11):1707–1720.
- [Dalibard et Cohen-Tannoudji, 1989] DALIBARD, J. et COHEN-TANNOUDJI, C. (1989). Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11):2023–2045.
- [Danzl *et al.*, 2010] DANZL, J. G., MARK, M. J., HALLER, E., GUSTAVSSON, M., HART, R., ALDEGUNDE, J., HUTSON, J. M. et NÄGERL, H.-C. (2010). An ultracold high-density sample of rovibronic ground-state molecules in an optical lattice. *Nat. Phys.*, 6(4):265–270.
- [Davis *et al.*, 1995a] DAVIS, K., MEWES, M.-O. et KETTERLE, W. (1995a). An analytical model for evaporative cooling of atoms. *Appl. Phys. B*, 60(2-3):155–159.

- [Davis *et al.*, 1995b] DAVIS, K. B., MEWES, M. O., ANDREWS, M. R., van DRUTEN, N. J., DUFFEE, D. S., KURN, D. M. et KETTERLE, W. (1995b). Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75:3969–3973.
- [Davis *et al.*, 1995c] DAVIS, K. B., MEWES, M.-O., JOFFE, M. A., ANDREWS, M. R. et KETTERLE, W. (1995c). Evaporative cooling of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74:5202–5205.
- [Debatin, 2013] DEBATIN, M. (2013). *Creation of Ultracold RbCs Ground-State Molecules*. Thèse de doctorat, PhD thesis, University of Innsbruck.
- [del Campo, 2013] del CAMPO, A. (2013). Shortcuts to adiabaticity by counterdiabatic driving. *Phys. Rev. Lett.*, 111:100502.
- [Demirplak et Rice, 2003] DEMIRPLAK, M. et RICE, S. A. (2003). Adiabatic population transfer with control fields. *J. Phys. Chem. A*, 107(46):9937–9945.
- [Derevianko et Katori, 2011] DEREVIANKO, A. et KATORI, H. (2011). *Colloquium* : Physics of optical lattice clocks. *Rev. Mod. Phys.*, 83:331–347.
- [Désilles *et al.*, 2011] DÉSILLES, G., MARY, A., FEUGNET, G., GUTTY, F., POCHOLLE, J.-P. et SCHWARTZ, S. (2011). Gyrométrie interférométrique. *Photoniques*, (53):55–61.
- [Dettmer *et al.*, 2001] DETTMER, S., HELLWEG, D., RYYTY, P., J., A. J., ERTMER, W., SENGSTOCK, K., PETROV, D. S., SHLYAPNIKOV, G. V., KREUTZMANN, H., SANTOS, L. et LEWENSTEIN, M. (2001). Observation of phase fluctuations in elongated bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 87:160406.
- [Deutsch, 2011] DEUTSCH, C. (2011). *Trapped atom clock on a chip : identical spin rotation effects in an ultracold trapped atomic clock*. Thèse de doctorat, Paris 6.
- [Deutsch *et al.*, 2010] DEUTSCH, C., RAMIREZ-MARTINEZ, F., LACROÛTE, C., REINHARD, F., SCHNEIDER, T., FUCHS, J. N., PIÉCHON, F., LALOË, F., REICHEL, J. et ROSENBUSCH, P. (2010). Spin self-rephasing and very long coherence times in a trapped atomic ensemble. *Phys. Rev. Lett.*, 105:020401.
- [Dickerson *et al.*, 2013] DICKERSON, S. M., HOGAN, J. M., SUGARBAKER, A., JOHNSON, D. M. S. et KASEVICH, M. A. (2013). Multiaxis inertial sensing with long-time point source atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 111:083001.
- [Diddams *et al.*, 2000] DIDDAMS, S. A., JONES, D. J., YE, J., CUNDIFF, S. T., HALL, J. L., RANKA, J. K., WINDELER, R. S., HOLZWARTH, R., UDEM, T. et HÄNSCH, T. W. (2000). Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 thz femtosecond laser comb. *Phys. Rev. Lett.*, 84:5102–5105.
- [Dieckmann *et al.*, 1998] DIECKMANN, K., SPREEUW, R. J. C., WEIDEMÜLLER, M. et WALRAVEN, J. T. M. (1998). Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms. *Phys. Rev. A*, 58:3891–3895.
- [Donley *et al.*, 2005] DONLEY, E., HEAVNER, T., LEVI, F., TATAW, M. et JEFFERTS, S. (2005). Double-pass acousto-optic modulator system. *Rev. Sci. Instrum.*, 76(6):063112.

- [Dos Santos *et al.*, 2009] DOS SANTOS, F. P., WOLF, P., LANDRAGIN, A., ANGININ, M., LEMONDE, P., BIZE, S., CLAIRON, A., LAMBRECHT, A., LAMINE, B. et REYNAUD, S. (2009). Measurement of short range forces using cold atoms. *In Proceeding of the 7th International Symposium on Frequency Standard and Metrology, ed. by L. Maleki (World Scientific)*, pages 44–52.
- [Drummond *et al.*, 2002] DRUMMOND, P. D., KHERUNTSYAN, K. V., HEINZEN, D. J. et WYNAR, R. H. (2002). Stimulated raman adiabatic passage from an atomic to a molecular bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 65:063619.
- [Du, 2005] DU, S. (2005). *Atom-chip Bose-Einstein condensation in a portable vacuum cell*. Thèse de doctorat, University of Colorado.
- [Du *et al.*, 2004] DU, S., SQUIRES, M. B., IMAI, Y., CZAIA, L., SARAVANAN, R. A., BRIGHT, V., REICHEL, J., HÄNSCH, T. W. et ANDERSON, D. Z. (2004). Atom-chip bose-einstein condensation in a portable vacuum cell. *Phys. Rev. A*, 70:053606.
- [Du *et al.*, 2008] DU, X., LUO, L., CLANCY, B. et THOMAS, J. E. (2008). Observation of anomalous spin segregation in a trapped fermi gas. *Phys. Rev. Lett.*, 101:150401.
- [Du *et al.*, 2009] DU, X., ZHANG, Y., PETRICKA, J. et THOMAS, J. E. (2009). Controlling spin current in a trapped fermi gas. *Phys. Rev. Lett.*, 103:010401.
- [Dupont-Nivet et Schwartz, 2014] DUPONT-NIVET, M. et SCHWARTZ, S. (2014). Gyroscope à atomes froids sur puce avec potentiel microonde.
- [Durfee *et al.*, 2006] DURFEE, D. S., SHAHAM, Y. K. et KASEVICH, M. A. (2006). Long-term stability of an area-reversible atom-interferometer sagnac gyroscope. *Phys. Rev. Lett.*, 97:240801.
- [Eckert *et al.*, 2004] ECKERT, K., LEWENSTEIN, M., CORBALÁN, R., BIRKL, G., ERTMER, W. et MOMPART, J. (2004). Three-level atom optics via the tunneling interaction. *Phys. Rev. A*, 70:023606.
- [Egorov *et al.*, 2013] EGOROV, M., OPANCHUK, B., DRUMMOND, P., HALL, B. V., HANNAFORD, P. et SIDOROV, A. I. (2013). Measurement of s-wave scattering lengths in a two-component bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 87:053614.
- [Ertmer *et al.*, 2009] ERTMER, W., SCHUBERT, C., WENDRICH, T., GILOWSKI, M., ZAISER, M., ZOEST, T. v., RASEL, E., BORDÉ, C. J., CLAIRON, A., LAURENT, P. *et al.* (2009). Matter wave explorer of gravity (MWXG). *Exp. Astron.*, 23(2):611–649.
- [Estève, 2004] ESTÈVE, J. (2004). *Du miroir au guide d'onde atomique : effets de rugosité*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [Estève *et al.*, 2008] ESTÈVE, J., GROSS, C., WELLER, A., GIOVANAZZI, S. et OBERTHALER, M. (2008). Squeezing and entanglement in a bose-einstein condensate. *Nature*, 455(7217):1216–1219.

- [Fabre, 2011] FABRE, C. (2011). Atomes et lumiere interaction matiere rayonnement, version 2011.
- [Falke *et al.*, 2014] FALKE, S., LEMKE, N., GREBING, C., LIPPHARDT, B., WEYERS, S., GERGINOV, V., HUNTEMANN, N., HAGEMANN, C., AL-MASOUDI, A., HÄFNER, S. *et al.* (2014). A strontium lattice clock with 3×10^{-17} inaccuracy and its frequency. *New J. Phys.*, 16(7):073023.
- [Farkas *et al.*, 2013] FARKAS, D. M., HUDEK, K. M., DU, S. et ANDERSON, D. Z. (2013). Efficient direct evaporative cooling in an atom-chip magnetic trap. *Phys. Rev. A*, 87:053417.
- [Farkas *et al.*, 2010] FARKAS, D. M., HUDEK, K. M., SALIM, E. A., SEGAL, S. R., SQUIRES, M. B. et ANDERSON, D. Z. (2010). A compact, transportable, microchip-based system for high repetition rate production of bose-einstein condensates. *Appl. Phys. Lett.*, 96(9):-.
- [Folman *et al.*, 2002] FOLMAN, R., KRÜGER, P., SCHMIEDMAYER, J., DENSCHLAG, J. et HENKEL, C. (2002). Microscopic atom optics : from wires to an atom chip. *Adv. Atom. Mol. Opt. Phy.*, 48:263–356.
- [Fortágh et Zimmermann, 2007] FORTÁGH, J. et ZIMMERMANN, C. (2007). Magnetic microtraps for ultracold atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 79:235–289.
- [Garrido Alzar *et al.*, 2006] GARRIDO ALZAR, C. L., PERRIN, H., GARRAWAY, B. M. et LORENT, V. (2006). Evaporative cooling in a radio-frequency trap. *Phys. Rev. A*, 74:053413.
- [Gaubatz *et al.*, 1988] GAUBATZ, U., RUDECKI, P., BECKER, M., SCHIEMANN, S., KÜLZ, M. et BERGMANN, K. (1988). Population switching between vibrational levels in molecular beams. *Chem. Phys. Lett.*, 149:463 – 468.
- [Gaubatz *et al.*, 1990] GAUBATZ, U., RUDECKI, P., SCHIEMANN, S. et BERGMANN, K. (1990). Population transfer between molecular vibrational levels by stimulated raman scattering with partially overlapping laser fields. A new concept and experimental results. *J. Chem. Phys.*, 92(9):5363–5376.
- [Geiger, 2011] GEIGER, R. (2011). *Senseur inertiel à ondes de matière aéroporté*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud-Paris XI.
- [Geiger *et al.*, 2011] GEIGER, R., MÉNORET, V., STERN, G., ZAHZAM, N., CHEINET, P., BATTELIER, B., VILLING, A., MORON, F., LOURS, M., BIDEL, Y. *et al.* (2011). Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry. *Nat. Commun.*, 2:474.
- [Gentile *et al.*, 1989] GENTILE, T. R., HUGHEY, B. J., KLEPPNER, D. et DUCAS, T. W. (1989). Experimental study of one- and two-photon rabi oscillations. *Phys. Rev. A*, 40:5103–5115.
- [Gillot *et al.*, 2014] GILLOT, P., FRANCIS, O., LANDRAGIN, A., DOS SANTOS, F. P. et MERLET, S. (2014). Stability comparison of two absolute gravimeters : optical versus atomic interferometers. *Metrologia*, 51(5):L15.
- [Goldner *et al.*, 1994] GOLDNER, L. S., GERZ, C., SPREEUW, R. J. C., ROLSTON, S. L., WESTBROOK, C. I., PHILLIPS, W. D., MARTE, P. et ZOLLER, P. (1994). Momentum transfer in laser-cooled cesium by adiabatic passage in a light field. *Phys. Rev. Lett.*, 72:997–1000.

- [Graefe *et al.*, 2006] GRAEFE, E. M., KORSCH, H. J. et WITTHAUT, D. (2006). Mean-field dynamics of a bose-einstein condensate in a time-dependent triple-well trap : Nonlinear eigenstates, landau-zener models, and stimulated raman adiabatic passage. *Phys. Rev. A*, 73:013617.
- [Grimm *et al.*, 2000] GRIMM, R., WEIDEMÜLLER, M. et OVCHINNIKOV, Y. B. (2000). Optical dipole traps for neutral atoms. *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.*, 42:95–170.
- [Grond *et al.*, 2010] GROND, J., HOHENESTER, U., MAZETS, I. et SCHMIEDMAYER, J. (2010). Atom interferometry with trapped bose-einstein condensates : impact of atom-atom interactions. *New J. Phys.*, 12(6):065036.
- [Guéna *et al.*, 2012] GUÉNA, J., ABGRALL, M., ROVERA, D., LAURENT, P., CHUPIN, B., LOURS, M., SANTARELLI, G., ROSENBUSCH, P., TOBAR, M. E., LI, R. *et al.* (2012). Progress in atomic fountains at lne-syrte. *IEEE T. Ultrason. Ferr.*, 59(3):391–409.
- [Guérin *et al.*, 1998] GUÉRIN, S., YATSENKO, L. P., HALFMANN, T., SHORE, B. W. et BERGMANN, K. (1998). Stimulated hyper-raman adiabatic passage. ii. static compensation of dynamic stark shifts. *Phys. Rev. A*, 58:4691–4704.
- [Gustavson, 2000] GUSTAVSON, T. L. (2000). *Precision rotation sensing using atom interferometry*. Thèse de doctorat, stanford university.
- [Gustavson *et al.*, 1997] GUSTAVSON, T. L., BOUYER, P. et KASEVICH, M. A. (1997). Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope. *Phys. Rev. Lett.*, 78:2046–2049.
- [H. R. Lewis et Riesenfeld, 1969] H. R. LEWIS, J. et RIESENFELD, W. B. (1969). An exact quantum theory of the time-dependent harmonic oscillator and of a charged particle in a time-dependent electromagnetic field. *J. Math. Phys.*, 10(8):1458–1473.
- [Hänsel *et al.*, 2001] HÄNSEL, W., REICHEL, J., HOMMELHOFF, P. et HÄNSCH, T. (2001). Magnetic conveyor belt for transporting and merging trapped atom clouds. *Phys. Rev. Lett.*, 86(4):608.
- [Harber *et al.*, 2002] HARBER, D. M., LEWANDOWSKI, H. J., MCGUIRK, J. M. et CORNELL, E. A. (2002). Effect of cold collisions on spin coherence and resonance shifts in a magnetically trapped ultracold gas. *Phys. Rev. A*, 66:053616.
- [Hare, 2007] HARE, J. (2007). Note de cours de mécanique analytique.
- [Hartwig *et al.*, 2015] HARTWIG, J., ABEND, S., SCHUBERT, C., SCHLIPPERT, D., AHLERS, H., POSSO-TRUJILLO, K., GAALOUL, N., ERTMER, W. et RASEL, E. M. (2015). Testing the universality of free fall with rubidium and ytterbium in a very large baseline atom interferometer. *New J. Phys.*, 17(3):035011.
- [Heathcote *et al.*, 2008] HEATHCOTE, W., NUGENT, E., SHEARD, B. et FOOT, C. (2008). A ring trap for ultracold atoms in an rf-dressed state. *New J. Phys.*, 10(4):043012.
- [Heer, 1965] HEER, C. (1965). Commentaires sur un gyroscope à ondes corpusculaires. *Mémorial de l'Artillerie française, 2ème fascicule*, page 394.

- [Henkel *et al.*, 2003] HENKEL, C., KRÜGER, P., FOLMAN, R. et SCHMIEDMAYER, J. (2003). Fundamental limits for coherent manipulation on atom chips. *Appl. Phys. B*, 76(2):173–182.
- [Henkel *et al.*, 1999] HENKEL, C., PÖTTING, S. et WILKENS, M. (1999). Loss and heating of particles in small and noisy traps. *Appl. Phys. B*, 69(5-6):379–387.
- [Henkel et Wilkens, 1999] HENKEL, C. et WILKENS, M. (1999). Heating of trapped atoms near thermal surfaces. *Europhys. Lett.*, 47(4):414.
- [Hennrich *et al.*, 2000] HENNRICH, M., LEGERO, T., KUHN, A. et REMPE, G. (2000). Vacuum-stimulated raman scattering based on adiabatic passage in a high-finesse optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 85:4872–4875.
- [Hess, 1986] HESS, H. F. (1986). Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. *Phys. Rev. B*, 34:3476–3479.
- [Hilico, 2014] HILICO, A. (2014). *Capteur de force à atomes piégés dans un réseau optique. Caractérisation des performances*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure.
- [Hinkley *et al.*, 2013] HINKLEY, N., SHERMAN, J., PHILLIPS, N., SCHIOPPO, M., LEMKE, N., BELOY, K., PIZZOCARO, M., OATES, C. et LUDLOW, A. (2013). An atomic clock with 10^{-18} instability. *Science*, 341(6151):1215–1218.
- [Holleville, 2001] HOLLEVILLE, D. (2001). *conception et réalisation d'un gyromètre à atomes froids fondé sur l'effet Sagnac pour les ondes de matière*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud-Paris XI.
- [Holzwarth *et al.*, 2000] HOLZWARTH, R., UDEM, T., HÄNSCH, T. W., KNIGHT, J. C., WADSWORTH, W. J. et RUSSELL, P. S. J. (2000). Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 85:2264–2267.
- [Hu *et al.*, 2013] HU, Z.-K., SUN, B.-L., DUAN, X.-C., ZHOU, M.-K., CHEN, L.-L., ZHAN, S., ZHANG, Q.-Z. et LUO, J. (2013). Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter. *Phys. Rev. A*, 88(4):043610.
- [Huet, 2013] HUET, L. (2013). *Gravimétrie atomique sur puce et applications embarquées*. Thèse de doctorat, Université Paris-Est.
- [Huet *et al.*, 2012] HUET, L., AMMAR, M., MORVAN, E., SARAZIN, N., POCHOLLE, J.-P., REICHEL, J., GUERLIN, C. et SCHWARTZ, S. (2012). Experimental investigation of transparent silicon carbide for atom chips. *Appl. Phys. Lett.*, 100(12):–.
- [Husimi, 1953] HUSIMI, K. (1953). Miscellanea in elementary quantum mechanics, ii. *Prog. Theor. Phys.*, 9(4):381–402.
- [Itano *et al.*, 1993] ITANO, W. M., BERGQUIST, J. C., BOLLINGER, J. J., GILLIGAN, J. M., HEINZEN, D. J., MOORE, F. L., RAIZEN, M. G. et WINELAND, D. J. (1993). Quantum projection noise : Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A*, 47:3554–3570.
- [Javanainen et Wilkens, 1997] JAVANAINEN, J. et WILKENS, M. (1997). Phase and phase diffusion of a split bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 78:4675–4678.

- [Jessen et Deutsch, 1996] JESSEN, P. et DEUTSCH, I. (1996). Optical lattices. *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.*, 37:95–138.
- [Jo et al., 2007] JO, G.-B., SHIN, Y., WILL, S., PASQUINI, T. A., SABA, M., KETTERLE, W., PRITCHARD, D. E., VENGALATTORE, M. et PRENTISS, M. (2007). Long phase coherence time and number squeezing of two bose-einstein condensates on an atom chip. *Phys. Rev. Lett.*, 98:030407.
- [Kamsap et al., 2013] KAMSAP, M. R., EKOGO, T. B., PEDREGOSA-GUTIERREZ, J., HAGEL, G., HOUSSIN, M., MORIZOT, O., KNOOP, M. et CHAMPENOIS, C. (2013). Coherent internal state transfer by a three-photon stirap-like scheme for many-atom samples. *J. Phys. B-At. Mol. opt.*, 46(14):145502.
- [Kasevich et Chu, 1991] KASEVICH, M. et CHU, S. (1991). Atomic interferometry using stimulated raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 67:181–184.
- [Kasevich et Chu, 1992] KASEVICH, M. et CHU, S. (1992). Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer. *Appl. Phys. B*, 54(5):321–332.
- [Kasevich et al., 1989] KASEVICH, M. A., RIIS, E., CHU, S. et DEVOE, R. G. (1989). Rf spectroscopy in an atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 63:612–615.
- [Katori et al., 2003] KATORI, H., TAKAMOTO, M., PAL'CHIKOV, V. G. et OVSIANNIKOV, V. D. (2003). Ultrastable optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap. *Phys. Rev. Lett.*, 91:173005.
- [Kaufmann et al., 2001] KAUFMANN, O., EKKERS, A., GEBAUER-ROCHHOLZ, C., METTENDORF, K. U., KEIL, M. et BERGMANN, K. (2001). Dissociative charge transfer from highly excited na rydberg atoms to vibrationally excited na 2 molecules. *Int. J. Mass Spectrom.*, 205(1):233–242.
- [Keil et al., 2016] KEIL, M., AMIT, O., ZHOU, S., GROSWASSER, D., JAPHA, Y. et FOLMAN, R. (2016). Fifteen years of cold matter on the atom chip : promise, realizations, and prospects. *Journal of Modern Optics*, pages 1–46.
- [Keller et al., 1999] KELLER, C., SCHMIEDMAYER, J., ZEILINGER, A., NONN, T., DÜRR, S. et REMPE, G. (1999). Adiabatic following in standing-wave diffraction of atoms. *Appl. Phys. B*, 69(4):303–309.
- [Ketterle et al., 1999] KETTERLE, W., DURFEE, D. et STAMPER-KURN, D. (1999). Making, probing and understanding bose-einstein condensates. *arXiv preprint arXiv :cond-mat/9904034*, 5.
- [Ketterle et Van Druten, 1996] KETTERLE, W. et VAN DRUTEN, N. (1996). Evaporative cooling of trapped atoms. *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.*, 37:181.
- [Kleine Büning et al., 2011] KLEINE BÜNING, G., WILL, J., ERTMER, W., RASEL, E., ARLT, J., KLEMPT, C., RAMIREZ-MARTINEZ, F., PIÉCHON, F. et ROSENBUSCH, P. (2011). Extended coherence time on the clock transition of optically trapped rubidium. *Phys. Rev. Lett.*, 106:240801.

- [Kleppner, 2013] KLEPPNER, D. (2013). Norman ramsey and his method daniel kleppner. *Phys. Today*, 66(1):25.
- [Kotru *et al.*, 2014] KOTRU, K., BROWN, J. M., BUTTS, D. L., KINAST, J. M. et STONER, R. E. (2014). Robust ramsey sequences with raman adiabatic rapid passage. *Phys. Rev. A*, 90:053611.
- [Kozlovskii, 2003] KOZLOVSKII, A. (2003). Quantum dynamics and statistics of a bose condensate generated by an atomic laser. *J. Exp. Theor. Phys.*, 96(6):993–1005.
- [Kuhn *et al.*, 2002] KUHN, A., HENNRICH, M. et REMPE, G. (2002). Deterministic single-photon source for distributed quantum networking. *Phys. Rev. Lett.*, 89:067901.
- [Kuklinski *et al.*, 1989] KUKLINSKI, J. R., GAUBATZ, U., HIOE, F. T. et BERGMANN, K. (1989). Adiabatic population transfer in a three-level system driven by delayed laser pulses. *Phys. Rev. A*, 40:6741–6744.
- [Külz *et al.*, 1996] KÜLZ, M., KEIL, M., KORTYNA, A., SCHELLHAAß, B., HAUCK, J., BERGMANN, K., MEYER, W. et WEYH, D. (1996). Dissociative attachment of low-energy electrons to state-selected diatomic molecules. *Phys. Rev. A*, 53:3324–3334.
- [Kuna *et al.*, 2008] KUNA, A., CERMAK, J., SOJDR, L., SALZENSTEIN, P. et LEFEBVRE, F. (2008). Comparison of ultra-stable BVA oscillators. In *22nd European Frequency and Time Forum*, page NA.
- [Kuznetsova *et al.*, 2009] KUZNETSOVA, E., GACESA, M., PELLEGRINI, P., YELIN, S. F. et CÔTÉ, R. (2009). Efficient formation of ground-state ultracold molecules via stirap from the continuum at a feshbach resonance. *New J. Phys.*, 11(5):055028.
- [Lacroûte *et al.*, 2010] LACROÛTE, C., REINHARD, F., RAMIREZ-MARTINEZ, F., DEUTSCH, C., SCHNEIDER, T., REICHEL, J. et ROSENBUSCH, P. (2010). Preliminary results of the trapped atom clock on a chip. *IEEE T. Ultrason. Ferr.*, 57(1):106–110.
- [Laurent *et al.*, 2015] LAURENT, P., MASSONNET, D., CACCIAPUOTI, L. et SALOMON, C. (2015). The aces/pharao space mission. *Comptes Rendus Physique*, 16(5):540–552.
- [Lautier *et al.*, 2014] LAUTIER, J., VOLODIMER, L., HARDIN, T., MERLET, S., LOURS, M., PEREIRA DOS SANTOS, F. et LANDRAGIN, A. (2014). Hybridizing matter-wave and classical accelerometers. *Appl. Phys. Lett.*, 105(14).
- [Lawall et Prentiss, 1994] LAWALL, J. et PRENTISS, M. (1994). Demonstration of a novel atomic beam splitter. *Phys. Rev. Lett.*, 72:993–996.
- [Lee *et al.*, 1996] LEE, K. I., KIM, J. A., NOH, H. R. et JHE, W. (1996). Single-beam atom trap in a pyramidal and conical hollow mirror. *Opt. Lett.*, 21(15):1177–1179.
- [Lefèvre, 1996] LEFÈVRE, H. C. (1996). Fundamentals of the interferometric fiber optic gyroscope. In *SPIE's 1996 International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, pages 2–17. International Society for Optics and Photonics.

- [Lefèvre, 2014] LEFÈVRE, H. C. (2014). The fiber-optic gyroscope, a century after sagnac's experiment : The ultimate rotation-sensing technology? *Comptes Rendus Physique*, 15(10): 851–858.
- [Lesanovsky *et al.*, 2006] LESANOVSKY, I., SCHUMM, T., HOFFERBERTH, S., ANDERSSON, L. M., KRÜGER, P. et SCHMIEDMAYER, J. (2006). Adiabatic radio-frequency potentials for the coherent manipulation of matter waves. *Phys. Rev. A*, 73:033619.
- [Lett *et al.*, 1989] LETT, P. D., PHILLIPS, W. D., ROLSTON, S., TANNER, C. E., WATTS, R. et WESTBROOK, C. (1989). Optical molasses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11):2084–2107.
- [Lett *et al.*, 1988] LETT, P. D., WATTS, R. N., WESTBROOK, C. I., PHILLIPS, W. D., GOULD, P. L. et METCALF, H. J. (1988). Observation of atoms laser cooled below the doppler limit. *Phys. Rev. Lett.*, 61(2):169.
- [Lévêque *et al.*, 2015] LÉVÊQUE, T., FAURE, B., ESNAULT, F.-X., DELAROCHE, C., MASSONNET, D., GROSJEAN, O., BUFPE, F., TORRESI, P., BOMER, T., PICHON, A. *et al.* (2015). PHARAO laser source flight model : Design and performances. *Rev. Sci. Instrum.*, 86(3):033104.
- [Lewandowski *et al.*, 2003] LEWANDOWSKI, H., HARBER, D., WHITAKER, D. et CORNELL, E. (2003). Simplified system for creating a bose–einstein condensate. *J. Low Temp. Phys.*, 132(5-6):309–367.
- [Lewandowski *et al.*, 2002] LEWANDOWSKI, H. J., HARBER, D. M., WHITAKER, D. L. et CORNELL, E. A. (2002). Observation of anomalous spin-state segregation in a trapped ultracold vapor. *Phys. Rev. Lett.*, 88:070403.
- [Lewenstein et You, 1996] LEWENSTEIN, M. et YOU, L. (1996). Quantum phase diffusion of a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 77:3489–3493.
- [Lewis, 1967a] LEWIS, H. R. (1967a). Classical and quantum systems with time-dependent harmonic-oscillator-type hamiltonians. *Phys. Rev. Lett.*, 18:510–512.
- [Lewis, 1967b] LEWIS, H. R. (1967b). Classical and quantum systems with time-dependent harmonic-oscillator-type hamiltonians. *Phys. Rev. Lett.*, 18:636–636.
- [Lewis, 1968a] LEWIS, H. R. (1968a). Class of exact invariants for classical and quantum time-dependent harmonic oscillators. *J. Math. Phys.*, 9(11):1976–1986.
- [Lewis, 1968b] LEWIS, H. R. (1968b). Motion of a time-dependent harmonic oscillator, and of a charged particle in a class of time-dependent, axially symmetric electromagnetic fields. *Phys. Rev.*, 172:1313–1315.
- [Lewis et Leach, 1982] LEWIS, H. R. et LEACH, P. G. L. (1982). A direct approach to finding exact invariants for one-dimensional time-dependent classical hamiltonians. *J. Math. Phys.*, 23(12):2371–2374.
- [Lhuillier et Laloë, 1982a] LHUILLIER, C. et LALOË, F. (1982a). Transport properties in a spin polarized gas, i. *J. Phys.-Paris*, 43(2):197–224.

- [Lhuillier et Laloë, 1982b] LHUILLIER, C. et LALOË, F. (1982b). Transport properties in a spin polarized gas, ii. *J. Phys.-Paris*, 43(2):225–241.
- [Longhi, 2006] LONGHI, S. (2006). Adiabatic passage of light in coupled optical waveguides. *Phys. Rev. E*, 73:026607.
- [Longhi, 2009] LONGHI, S. (2009). Quantum-optical analogies using photonic structures. *Laser & Photonics Reviews*, 3(3):243–261.
- [Longhi et al., 2007] LONGHI, S., DELLA VALLE, G., ORNIGOTTI, M. et LAPORTA, P. (2007). Coherent tunneling by adiabatic passage in an optical waveguide system. *Phys. Rev. B*, 76:201101.
- [Loukianov et al., 1999] LOUKIANOV, D., RODLOFF, R., SORG, H. et STIELER, B. (1999). Optical gyros and their application (gyroscopes optiques et leurs applications). Rapport technique, DTIC Document.
- [Lu et al., 2013] LU, X.-J., CHEN, X., RUSCHHAUPT, A., ALONSO, D., GUÉRIN, S. et MUGA, J. G. (2013). Fast and robust population transfer in two-level quantum systems with dephasing noise and/or systematic frequency errors. *Phys. Rev. A*, 88:033406.
- [Ludlow et al., 2015] LUDLOW, A. D., BOYD, M. M. et YE, J. (2015). Optical atomic clocks. *Rev. Mod. Phys.*, 87:637.
- [Luiten et al., 1996] LUITEN, O. J., REYNOLDS, M. W. et WALRAVEN, J. T. M. (1996). Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Phys. Rev. A*, 53:381–389.
- [Lye et al., 2002] LYE, J. E., FLETCHER, C. S., KALLMANN, U., BACHOR, H.-A. et CLOSE, J. D. (2002). Images of evaporative cooling to bose-einstein condensation. *J. Opt. B-Quantum S. O.*, 4(1):57.
- [Maddaloni et al., 2009] MADDALONI, P., CANCIO, P. et DENATALE, P. (2009). Topical review : Optical comb generators for laser frequency measurement. *Meas. Sci. Technol.*, 20(5):2001.
- [Maineult et al., 2012] MAINEULT, W., DEUTSCH, C., GIBBLE, K., REICHEL, J. et ROSENBUSCH, P. (2012). Spin waves and collisional frequency shifts of a trapped-atom clock. *Phys. Rev. Lett.*, 109:020407.
- [Marte et al., 1991] MARTE, P., ZOLLER, P. et HALL, J. L. (1991). Coherent atomic mirrors and beam splitters by adiabatic passage in multilevel systems. *Phys. Rev. A*, 44:R4118–R4121.
- [Martínez-Garaot et al., 2013] MARTÍNEZ-GARAOT, S., TORRONTÉGUI, E., CHEN, X., MODUGNO, M., GUÉRY-ODELIN, D., TSENG, S.-Y. et MUGA, J. G. (2013). Vibrational mode multiplexing of ultracold atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 111:213001.
- [Martínez-Garaot et al., 2014] MARTÍNEZ-GARAOT, S., TORRONTÉGUI, E., CHEN, X. et MUGA, J. G. (2014). Shortcuts to adiabaticity in three-level systems using lie transforms. *Phys. Rev. A*, 89:053408.
- [Masuda et Nakamura, 2008] MASUDA, S. et NAKAMURA, K. (2008). Fast-forward problem in quantum mechanics. *Phys. Rev. A*, 78:062108.

- [Masuda et Nakamura, 2010] MASUDA, S. et NAKAMURA, K. (2010). Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Science*, 466(2116):1135–1154.
- [Maussang, 2010] MAUSSANG, K. (2010). *Etats comprimés atomiques sur puce à atomes*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [McBride, 2011] MCBRIDE, S. (2011). Channel cell system. US Patent 8,080,778.
- [McBride et al., 2013] MCBRIDE, S., LIPP, S., MICHALCHUK, J., ANDERSON, D., SALIM, E. et SQUIRES, M. (2013). Channel cell system. US Patent 8,415,612.
- [McCarron, 2007] MCCARRON, D. (2007). A guide to acousto-optic modulators. Rapport technique, Technical report, Durham University.
- [McGuinness et al., 2012] MCGUINNESS, H. J., RAKHOLIA, A. V. et BIEDERMANN, G. W. (2012). High data-rate atom interferometer for measuring acceleration. *Appl. Phys. Lett.*, 100(1):–.
- [McGuirk et al., 2002] MCGUIRK, J., FOSTER, G., FIXLER, J., SNADDEN, M. et KASEVICH, M. (2002). Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 65:033608.
- [Metcalf et Van der Straten, 2012] METCALF, H. J. et Van der STRATEN, P. (2012). *Laser cooling and trapping*. Springer Science & Business Media.
- [Møller et al., 2007] MØLLER, D., SØRENSEN, J. L., THOMSEN, J. B. et DREWSSEN, M. (2007). Efficient qubit detection using alkaline-earth-metal ions and a double stimulated raman adiabatic process. *Phys. Rev. A*, 76:062321.
- [Morgan et al., 2014] MORGAN, T., BUSCH, T. et FERNHOLZ, T. (2014). Adiabatic potentials using multiple radio frequencies. *arXiv preprint arXiv :1405.2534*.
- [Morizot et al., 2006] MORIZOT, O., COLOMBE, Y., LORENT, V., PERRIN, H. et GARRAWAY, B. M. (2006). Ring trap for ultracold atoms. *Phys. Rev. A*, 74(2):023617.
- [Müller et al., 2008] MÜLLER, H., CHIEW, S.-w., HERRMANN, S., CHU, S. et CHUNG, K.-Y. (2008). Atom-interferometry tests of the isotropy of post-newtonian gravity. *Phys. Rev. Lett.*, 100:031101.
- [Müntinga et al., 2013] MÜNTINGA, H., AHLERS, H., KRUTZIK, M., WENZLAWSKI, A., ARNOLD, S., BECKER, D., BONGS, K., DITTUS, H., DUNCKER, H., GAALLOUL, N., GHERASIM, C., GIESE, E., GRZESCHIK, C., HÄNSCH, T. W., HELLMIG, O., HERR, W., HERRMANN, S., KAJARI, E., KLEINERT, S., LÄMMERZAHN, C., LEWOCZKO-ADAMCZYK, W., MALCOLM, J., MEYER, N., NOLTE, R., PETERS, A., POPP, M., REICHEL, J., ROURA, A., RUDOLPH, J., SCHIEMANGK, M., SCHNEIDER, M., SEIDEL, S. T., SENGSTOCK, K., TAMMA, V., VALENZUELA, T., VOGEL, A., WALSER, R., WENDRICH, T., WINDPASSINGER, P., ZELLER, W., van ZOEST, T., ERTMER, W., SCHLEICH, W. P. et RASEL, E. M. (2013). Interferometry with bose-einstein condensates in microgravity. *Phys. Rev. Lett.*, 110:093602.

- [Nesterenko *et al.*, 2009] NESTERENKO, V., NOVIKOV, A., de SOUZA CRUZ, F. et LAPOLLI, E. (2009). STIRAP transport of bose-einstein condensate in triple-well trap. *Laser Phys.*, 19(4): 616–624.
- [Neumeyer, 2010] NEUMEYER, J. (2010). Superconducting gravimetry. *In Sciences of Geodesy-I*, pages 339–413. Springer.
- [Niebauer *et al.*, 1995] NIEBAUER, T., SASAGAWA, G., FALLER, J., HILT, R. et KLOPPING, F. (1995). A new generation of absolute gravimeters. *Metrologia*, 32(3):159.
- [Nirrengarten *et al.*, 2006] NIRRENGARTEN, T., QARRY, A., ROUX, C., EMMERT, A., NOGUES, G., BRUNE, M., RAIMOND, J.-M. et HAROCHE, S. (2006). Realization of a superconducting atom chip. *Phys. Rev. Lett.*, 97:200405.
- [Oreg *et al.*, 1984] OREG, J., HIOE, F. T. et EBERLY, J. H. (1984). Adiabatic following in multilevel systems. *Phys. Rev. A*, 29:690–697.
- [Parkins *et al.*, 1993] PARKINS, A., MARTE, P., ZOLLER, P. et KIMBLE, H. (1993). Synthesis of arbitrary quantum states via adiabatic transfer of zeeman coherence. *Phys. Rev. Lett.*, 71(19):3095.
- [Patrick et Choyke, 1970] PATRICK, L. et CHOYKE, W. J. (1970). Static dielectric constant of sic. *Phys. Rev. B*, 2:2255–2256.
- [Pelle *et al.*, 2013] PELLE, B., HILICO, A., TACKMANN, G., BEAUFILS, Q. et Pereira dos SANTOS, F. (2013). State-labeling wannier-stark atomic interferometers. *Phys. Rev. A*, 87:023601.
- [Perelomov et Popov, 1970] PERELOMOV, A. et POPOV, V. (1970). Method of generating functions for a quantum oscillator. *Theor. Math. Phys.*, 3(3):582–592.
- [Perrin, 2013] PERRIN, H. (2013). Les houches lectures on adiabatic potentials, spin and fields.
- [Peters *et al.*, 2001] PETERS, A., CHUNG, K. Y. et CHU, S. (2001). High-precision gravity measurements using atom interferometry. *Metrologia*, 38(1):25.
- [Petrich *et al.*, 1995] PETRICH, W., ANDERSON, M. H., ENSHER, J. R. et CORNELL, E. A. (1995). Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3352–3355.
- [Piot *et al.*, 2015] PIOT, A., BOURGETEAU, B., LE TRAON, O., ROLAND, I., ISAC, N., LEVY, R., LAVENUS, P., GUERARD, J. et BOSSEBOEUF, A. (2015). Electromechanical and process design of a 3 axis piezoelectric mems gyro in gaas. *In Inertial Sensors and Systems Symposium (ISS), 2015 DGON*, pages 1–16. IEEE.
- [Popov et Perelomov, 1969] POPOV, V. S. et PERELOMOV, A. M. (1969). Parametric excitation of a quantum oscillator. *J. Exp. Theor. Phys.*, 29:738–745.
- [Popov et Perelomov, 1970] POPOV, V. S. et PERELOMOV, A. M. (1970). Parametric excitation of a quantum oscillator ii. *J. Exp. Theor. Phys.*, 30:910–913.

- [Preston *et al.*, 1996] PRESTON, D. W., WIEMAN, C. E. et SIEGBAHN, K. M. (1996). Doppler-free saturated absorption spectroscopy : Laser spectroscopy. *Am. J. Phys*, 64(11):1432–1436.
- [Pritchard, 1983] PRITCHARD, D. E. (1983). Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 51:1336–1339.
- [Rab *et al.*, 2008] RAB, M., COLE, J. H., PARKER, N. G., GREENTREE, A. D., HOLLENBERG, L. C. L. et MARTIN, A. M. (2008). Spatial coherent transport of interacting dilute bose gases. *Phys. Rev. A*, 77:061602.
- [Rakholia, 2015] RAKHOLIA, A. (2015). *High Data-Rate Atom Interferometry for Measuring Dynamic Inertial Conditions*. Thèse de doctorat.
- [Rakholia *et al.*, 2014] RAKHOLIA, A. V., MCGUINNESS, H. J. et BIEDERMANN, G. W. (2014). Dual-axis high-data-rate atom interferometer via cold ensemble exchange. *Phys. Rev. Applied*, 2:054012.
- [Ramirez-Martinez *et al.*, 2011] RAMIREZ-MARTINEZ, F., LACROÛTE, C., ROSENBUSCH, P., REINHARD, F., DEUTSCH, C., SCHNEIDER, T. et REICHEL, J. (2011). Compact frequency standard using atoms trapped on a chip. *Adv. Space Res.*, 47(2):247 – 252. Scientific applications of Galileo and other Global Navigation Satellite Systems - I.
- [Ramirez-Martinez *et al.*, 2010] RAMIREZ-MARTINEZ, F., LOURS, M., ROSENBUSCH, P., REINHARD, F. et REICHEL, J. (2010). Low-phase-noise frequency synthesizer for the trapped atom clock on a chip. *IEEE T. Ultrason. Ferr.*, 57(1):88–93.
- [Ramsey, 1949] RAMSEY, N. F. (1949). A new molecular beam resonance method. *Phys. Rev.*, 76:996–996.
- [Ramsey, 1950] RAMSEY, N. F. (1950). A molecular beam resonance method with separated oscillating fields. *Phys. Rev.*, 78:695–699.
- [Ramsey, 1980] RAMSEY, N. F. (1980). The method of successive oscillatory fields. *Phys. Today*, 33(7):25–30.
- [Ramsey, 1983] RAMSEY, N. F. (1983). History of atomic clocks. *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, 88:301.
- [Ramsey, 1990] RAMSEY, N. F. (1990). Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Rev. Mod. Phys.*, 62:541–552.
- [Randall *et al.*, 2015] RANDALL, J., WEIDT, S., STANDING, E. D., LAKE, K., WEBSTER, S. C., MURGIA, D. F., NAVICKAS, T., ROTH, K. et HENSINGER, W. K. (2015). Efficient preparation and detection of microwave dressed-state qubits and qutrits with trapped ions. *Phys. Rev. A*, 91:012322.
- [Reichel, 2002] REICHEL, J. (2002). Microchip traps and bose-einstein condensation. *Appl. Phys. B*, 74(6):469–487.
- [Reichel *et al.*, 2001] REICHEL, J., HÄNSEL, W., HOMMELHOFF, P. et HÄNSCH, T. (2001). Applications of integrated magnetic microtraps. *Appl. Phys. B*, 72(1):81–89.

- [Reichel et Vuletic, 2010] REICHEL, J. et VULETIC, V. (2010). *Atom Chips*. John Wiley & Sons.
- [Reinaudi *et al.*, 2007] REINAUDI, G., LAHAYE, T., WANG, Z. et GUÉRY-ODELIN, D. (2007). Strong saturation absorption imaging of dense clouds of ultracold atoms. *Opt. Lett.*, 32(21): 3143–3145.
- [Reinhard, 2009] REINHARD, F. (2009). *Design and construction of an atomic clock on an atom chip*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [Richard *et al.*, 2003] RICHARD, S., GERBIER, F., THYWISSEN, J., HUGBART, M., BOUYER, P. et ASPECT, A. (2003). Momentum spectroscopy of 1d phase fluctuations in bose-einstein condensates. *arXiv preprint arXiv :cond-mat/0303137*.
- [Riehle, 2006] RIEHLE, F. (2006). *Frequency standards : basics and applications*. John Wiley & Sons.
- [Riehle, 2015] RIEHLE, F. (2015). Towards a re-definition of the second based on optical atomic clocks. *arXiv preprint arXiv :1501.02068*.
- [Riehle *et al.*, 1991] RIEHLE, F., KISTERS, T., WITTE, A., HELMCKE, J. et BORDÉ, C. J. (1991). Optical ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 67:177–180.
- [Riley, 2008] RILEY, W. J. (2008). *Handbook of frequency stability analysis*. US Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology Gaithersburg, MD.
- [Romanenko et Yatsenko, 1997] ROMANENKO, V. et YATSENKO, L. (1997). Adiabatic population transfer in the three-level λ -system : two-photon lineshape. *Opt. Commun.*, 140(4–6):231 – 236.
- [Rosenbusch, 2009] ROSENBUSCH, P. (2009). Magnetically trapped atoms for compact atomic clocks. *Appl. Phys. B*, 95:227–235.
- [Rudolph *et al.*, 2015] RUDOLPH, J., HERR, W., GRZESCHIK, C., STERNKE, T., GROTE, A., POPP, M., BECKER, D., MÜNTINGA, H., AHLERS, H., PETERS, A. *et al.* (2015). A high-flux bec source for mobile atom interferometers. *arXiv preprint arXiv :1501.00403*.
- [Ruschhaupt *et al.*, 2012] RUSCHHAUPT, A., CHEN, X., ALONSO, D. et MUGA, J. G. (2012). Optimally robust shortcuts to population inversion in two-level quantum systems. *New J. Phys.*, 14(9):093040.
- [Sackett *et al.*, 1997] SACKETT, C. A., BRADLEY, C. C. et HULET, R. G. (1997). Optimization of evaporative cooling. *Phys. Rev. A*, 55:3797–3801.
- [Salamon *et al.*, 2009] SALAMON, P., HOFFMANN, K. H., REZEK, Y. et KOSLOFF, R. (2009). Maximum work in minimum time from a conservative quantum system. *Phys. Chem. Chem. Phys.*, 11:1027–1032.
- [Salim, 2011] SALIM, E. A. (2011). *Ultracold matter systems and atomtronics instrumentation*. Thèse de doctorat, University of Colorado.

- [Salim *et al.*, 2013] SALIM, E. A., CALIGA, S. C., PFEIFFER, J. B. et ANDERSON, D. Z. (2013). High resolution imaging and optical control of bose-einstein condensates in an atom chip magnetic trap. *Appl. Phys. Lett.*, 102(8):-.
- [Salim *et al.*, 2011] SALIM, E. A., DENATALE, J., FARKAS, D. M., HUDEK, K. M., MCBRIDE, S. E., MICHALCHUK, J., MIHAILOVICH, R. et ANDERSON, D. Z. (2011). Compact, microchip-based systems for practical applications of ultracold atoms. *Quantum Information Processing*, 10(6):975–994.
- [Salomon *et al.*, 1990] SALOMON, C., DALIBARD, J., PHILLIPS, W., CLAIRON, A. et GUELLATI, S. (1990). Laser cooling of cesium atoms below 3 μ K. *Europhys. Lett.*, 12(8):683.
- [Santarelli *et al.*, 1999] SANTARELLI, G., LAURENT, P., LEMONDE, P., CLAIRON, A., MANN, A. G., CHANG, S., LUITEN, A. N. et SALOMON, C. (1999). Quantum projection noise in an atomic fountain : A high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82:4619–4622.
- [Schaff, 2011] SCHAFF, J.-F. (2011). *Shortcuts to adiabaticity for ultracold gases*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- [Schaff *et al.*, 2011a] SCHAFF, J.-F., CAPUZZI, P., LABEYRIE, G. et VIGNOLO, P. (2011a). Shortcuts to adiabaticity for trapped ultracold gases. *New J. Phys.*, 13(11):113017.
- [Schaff *et al.*, 2011b] SCHAFF, J.-F., SONG, X.-L., CAPUZZI, P., VIGNOLO, P. et LABEYRIE, G. (2011b). Shortcut to adiabaticity for an interacting bose-einstein condensate. *Europhys. Lett.*, 93(2):23001.
- [Schaff *et al.*, 2010] SCHAFF, J.-F. m. c., SONG, X.-L., VIGNOLO, P. et LABEYRIE, G. (2010). Fast optimal transition between two equilibrium states. *Phys. Rev. A*, 82:033430.
- [Scharringhausen *et al.*, 2012] SCHARRINGHAUSEN, M., TEAM, Q. et RASEL, E. M. (2012). Bose-einstein condensation in extended microgravity. In *39th COSPAR Scientific Assembly*, volume 39, page 1710.
- [Schlippert *et al.*, 2014] SCHLIPPERT, D., HARTWIG, J., ALBERS, H., RICHARDSON, L. L., SCHUBERT, C., ROURA, A., SCHLEICH, W. P., ERTMER, W. et RASEL, E. M. (2014). Quantum test of the universality of free fall. *Phys. Rev. Lett.*, 112(20):203002.
- [Schoser *et al.*, 2002] SCHOSER, J., BATÄR, A., LÖW, R., SCHWEIKHARD, V., GRABOWSKI, A., OVCHINNIKOV, Y. B. et PFAU, T. (2002). Intense source of cold rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 66:023410.
- [Schuldt *et al.*, 2015] SCHULDT, T., SCHUBERT, C., KRUTZIK, M., BOTE, L. G., GAALOUL, N., HARTWIG, J., AHLERS, H., HERR, W., POSSO-TRUJILLO, K., RUDOLPH, J. *et al.* (2015). Design of a dual species atom interferometer for space. *Exp. Astron.*, pages 1–40.
- [Schumm *et al.*, 2005] SCHUMM, T., HOFFERBERTH, S., ANDERSSON, L. M., WILDERMUTH, S., GROTH, S., BAR-JOSEPH, I., SCHMIEDMAYER, J. et KRUGER, P. (2005). Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip. *Nat. Phys.*, 1:57–62.

- [Schwartz, 2006] SCHWARTZ, S. (2006). *Gyrolaser à état solide. Application des lasers à atomes à la gyrométrie*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique X.
- [Schwartz *et al.*, 2006] SCHWARTZ, S., COZZINI, M., MENOTTI, C., CARUSOTTO, I., BOUYER, P. et STRINGARI, S. (2006). One-dimensional description of a bose-einstein condensate in a rotating closed-loop waveguide. *New J. Phys.*, 8(8):162.
- [Schwartz et Dupont-Nivet, 2014] SCHWARTZ, S. et DUPONT-NIVET, M. (2014). Capteur d'inertie hybride à atomes froids et mems et centrale ininertiel associée.
- [Schwartz et Guerlin, 2013] SCHWARTZ, S. et GUERLIN, C. (2013).
- [Söding *et al.*, 1999] SÖDING, J., GUÉRY-ODELIN, D., DESBIOLLES, P., CHEVY, F., INAMORI, H. et DALIBARD, J. (1999). Three-body decay of a rubidium bose-einstein condensate. *Appl. Phys. B*, 69(4):257–261.
- [Shin *et al.*, 2004] SHIN, Y., SABA, M., PASQUINI, T. A., KETTERLE, W., PRITCHARD, D. E. et LEANHARDT, A. E. (2004). Atom interferometry with bose-einstein condensates in a double-well potential. *Phys. Rev. Lett.*, 92:050405.
- [Shore, 2008] SHORE, B. W. (2008). Coherent manipulations of atoms using laser light. *Acta Phys. Slovaca*, 58(3):243–486.
- [Shore, 2013] SHORE, B. W. (2013). Pre-history of the concepts under stimulated raman adiabatic passage (stirap). *Acta Phys. Slovaca*, 63:361–481.
- [Shore *et al.*, 1992] SHORE, B. W., BERGMANN, K., KUHN, A., SCHIEMANN, S., OREG, J. et EBERLY, J. H. (1992). Laser-induced population transfer in multistate systems : A comparative study. *Phys. Rev. A*, 45:5297–5300.
- [Sørensen *et al.*, 2006] SØRENSEN, J. L., MØLLER, D., IVERSEN, T., THOMSEN, J. B., JENSEN, F., STAANUM, P., VOIGT, D. et DREWSSEN, M. (2006). Efficient coherent internal state transfer in trapped ions using stimulated raman adiabatic passage. *New J. Phys.*, 8(11):261.
- [Spreeuw *et al.*, 1994] SPREEUW, R. J. C., GERZ, C., GOLDNER, L. S., PHILLIPS, W. D., ROLSTON, S. L., WESTBROOK, C. I., REYNOLDS, M. W. et SILVERA, I. F. (1994). Demonstration of neutral atom trapping with microwaves. *Phys. Rev. Lett.*, 72:3162–3165.
- [Squires, 2008] SQUIRES, M. B. (2008). *High repetition rate Bose-Einstein condensate production in a compact, transportable vacuum system*. ProQuest.
- [Stamper-Kurn *et al.*, 1998] STAMPER-KURN, D. M., ANDREWS, M. R., CHIKKATUR, A. P., INOUE, S., MIESNER, H.-J., STENGER, J. et KETTERLE, W. (1998). Optical confinement of a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 80:2027–2030.
- [Steck, 2003a] STECK, D. A. (2003a). Cesium D line data. *Los Alamos National Laboratory (unpublished)*, 124.
- [Steck, 2003b] STECK, D. A. (2003b). Rubidium 87 D line data, revision 1.6. *Source-
http://steck.us/alkalidata*.

- [Stockton *et al.*, 2011] STOCKTON, J., TAKASE, K. et KASEVICH, M. (2011). Absolute geodetic rotation measurement using atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 107(13):133001.
- [Sukumar et Brink, 1997] SUKUMAR, C. V. et BRINK, D. M. (1997). Spin-flip transitions in a magnetic trap. *Phys. Rev. A*, 56:2451–2454.
- [Szmuk *et al.*, 2015] SZMUK, R., DUGRAIN, V., MAINEULT, W., REICHEL, J. et ROSENBUSCH, P. (2015). Stability of a trapped-atom clock on a chip. *Phys. Rev. A*, 92(1):012106.
- [Takase, 2008] TAKASE, K. (2008). *Precision rotation rate measurements with a mobile atom interferometer*. Thèse de doctorat, Stanford University.
- [Takekoshi *et al.*, 2014] TAKEKOSHI, T., REICHSÖLLNER, L., SCHINDEWOLF, A., HUTSON, J. M., LE SUEUR, C. R., DULIEU, O., FERLAINO, F., GRIMM, R. et NÄGERL, H.-C. (2014). Ultracold dense samples of dipolar rbc molecules in the rovibrational and hyperfine ground state. *Phys. Rev. Lett.*, 113:205301.
- [Thywissen *et al.*, 1999] THYWISSEN, J., OLSHANII, M., ZABOW, G., DRNDIČ, M., JOHNSON, K., WESTERVELT, R. et PRENTISS, M. (1999). Microfabricated magnetic waveguides for neutral atoms. *Eur. Phys. J. D*, 7(3):361–367.
- [Timoney *et al.*, 2011] TIMONEY, N., BAUMGART, I., JOHANNING, M., VARÓN, A., PLENIO, M., RETZKER, A. et WUNDERLICH, C. (2011). Quantum gates and memory using microwave-dressed states. *Nature*, 476(7359):185–188.
- [Torrontegui *et al.*, 2012a] TORRONTGUI, E., CHEN, X., MODUGNO, M., RUSCHHAUPT, A., GUÉRY-ODELIN, D. et MUGA, J. G. (2012a). Fast transitionless expansion of cold atoms in optical gaussian-beam traps. *Phys. Rev. A*, 85:033605.
- [Torrontegui *et al.*, 2011] TORRONTGUI, E., IBÁÑEZ, S., CHEN, X., RUSCHHAUPT, A., GUÉRY-ODELIN, D. et MUGA, J. G. (2011). Fast atomic transport without vibrational heating. *Phys. Rev. A*, 83:013415.
- [Torrontegui *et al.*, 2013a] TORRONTGUI, E., IBÁÑEZ, S., MARTÍNEZ-GARAOT, S., MODUGNO, M., del CAMPO, A., GUÉRY-ODELIN, D., RUSCHHAUPT, A., CHEN, X. et MUGA, J. G. (2013a). Chapter 2 - shortcuts to adiabaticity. In *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, volume 62, pages 117 – 169. Academic Press.
- [Torrontegui *et al.*, 2013b] TORRONTGUI, E., MARTÍNEZ-GARAOT, S., MODUGNO, M., CHEN, X. et MUGA, J. G. (2013b). Engineering fast and stable splitting of matter waves. *Phys. Rev. A*, 87:033630.
- [Torrontegui *et al.*, 2012b] TORRONTGUI, E., MARTÍNEZ-GARAOT, S., RUSCHHAUPT, A. et MUGA, J. G. (2012b). Shortcuts to adiabaticity : Fast-forward approach. *Phys. Rev. A*, 86:013601.
- [Treutlein, 2008] TREUTLEIN, P. (2008). *Coherent manipulation of ultracold atoms on atom chips*. Thèse de doctorat, Ludwig Maximilians Universität München.

- [Treutlein *et al.*, 2006] TREUTLEIN, P., HÄNSCH, T. W., REICHEL, J., NEGRETTI, A., CIRONE, M. A. et CALARCO, T. (2006). Microwave potentials and optimal control for robust quantum gates on an atom chip. *Phys. Rev. A*, 74:022312.
- [Treutlein *et al.*, 2004] TREUTLEIN, P., HOMMELHOFF, P., STEINMETZ, T., HÄNSCH, T. W. et REICHEL, J. (2004). Coherence in microchip traps. *Phys. Rev. Lett.*, 92:203005.
- [Ullah *et al.*, 2015] ULLAH, P., RAGOT, V., ZWAHLEN, P. et RUDOLF, F. (2015). A new high performance sigma-delta mems accelerometer for inertial navigation. In *Inertial Sensors and Systems Symposium (ISS), 2015 DGON*, pages 1–13. IEEE.
- [van Zoest *et al.*, 2010a] van ZOEST, T., GAALOUL, N., SINGH, Y., AHLERS, H., HERR, W., SEIDEL, S., ERTMER, W., RASEL, E., ECKART, M., KAJARI, E. *et al.* (2010a). Bose-einstein condensation in microgravity. *Science*, 328(5985):1540–1543.
- [van Zoest *et al.*, 2010b] van ZOEST, T., PETERS, A., AHLERS, H., WICHT, A., VOGEL, A., WENZLAWSKI, A., DEUTSCH, C., KAJARI, E., GAALOUL, N., DITTUS, H. *et al.* (2010b). Towards a matter wave interferometer on a sounding rocket. In *38th COSPAR Scientific Assembly*, volume 38, page 3811.
- [Vewinger *et al.*, 2003] VEWINGER, F., HEINZ, M., GARCIA FERNANDEZ, R., VITANOV, N. V. et BERGMANN, K. (2003). Creation and measurement of a coherent superposition of quantum states. *Phys. Rev. Lett.*, 91:213001.
- [Vewinger *et al.*, 2007a] VEWINGER, F., HEINZ, M., SCHNEIDER, U., BARTHEL, C. et BERGMANN, K. (2007a). Amplitude and phase control of a coherent superposition of degenerate states. ii. experiment. *Phys. Rev. A*, 75:043407.
- [Vewinger *et al.*, 2007b] VEWINGER, F., HEINZ, M., SHORE, B. W. et BERGMANN, K. (2007b). Amplitude and phase control of a coherent superposition of degenerate states. i. theory. *Phys. Rev. A*, 75:043406.
- [Vitanov *et al.*, 2001a] VITANOV, N., FLEISCHHAUER, M., SHORE, B. et BERGMANN, K. (2001a). Coherent manipulation of atoms and molecules by sequential laser pulses. *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.*, 46:55–190.
- [Vitanov *et al.*, 1998] VITANOV, N., SHORE, B. et BERGMANN, K. (1998). Adiabatic population transfer in multistate chains via dressed intermediate states. *Eur. Phys. J. D*, 4(1):15–29.
- [Vitanov et Stenholm, 1997] VITANOV, N. et STENHOLM, S. (1997). Properties of stimulated raman adiabatic passage with intermediate-level detuning. *Opt. Commun.*, 135:394 – 405.
- [Vitanov *et al.*, 2001b] VITANOV, N. V., HALFMANN, T., SHORE, B. W. et BERGMANN, K. (2001b). Laser-induced population transfer by abdiabatic passage techniques. *Annu. Rev. Phys. Chem.*, 52(1):763–809. PMID : 11326080.
- [Vitanov *et al.*, 2016] VITANOV, N. V., RANGELOV, A. A., SHORE, B. W. et BERGMANN, K. (2016). Stimulated raman adiabatic passage in physics, chemistry and beyond. *arXiv preprint arXiv :1605.00224*.

- [Wadell, 1991] WADELL, B. C. (1991). *Transmission line design handbook*. Artech House Publishers.
- [Walhout *et al.*, 1992] WALHOUT, M., DALIBARD, J., ROLSTON, S. L. et PHILLIPS, W. D. (1992). $\sigma^+ - \sigma^-$ optical molasses in a longitudinal magnetic field. *J. Opt. Soc. Am. B*, 9(11):1997–2007.
- [Walraven, 2010] WALRAVEN, J. (2010). Elements of quantum gases : Thermodynamic and collisional properties of trapped atomic gases. *Les Houches lectures, unpublished*.
- [Wang *et al.*, 2005] WANG, Y.-J., ANDERSON, D. Z., BRIGHT, V. M., CORNELL, E. A., DIOT, Q., KISHIMOTO, T., PRENTISS, M., SARAVANAN, R. A., SEGAL, S. R. et WU, S. (2005). Atom michelson interferometer on a chip using a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 94:090405.
- [Webster *et al.*, 2013] WEBSTER, S. C., WEIDT, S., LAKE, K., MCLOUGHLIN, J. J. et HENSINGER, W. K. (2013). Simple manipulation of a microwave dressed-state ion qubit. *Phys. Rev. Lett.*, 111:140501.
- [Weitz *et al.*, 1994] WEITZ, M., YOUNG, B. C. et CHU, S. (1994). Atomic interferometer based on adiabatic population transfer. *Phys. Rev. Lett.*, 73(19):2563.
- [Westbrook *et al.*, 1993] WESTBROOK, C., GOLDNER, L. S., GERZ, C., SPREEUW, R., ROLSTON, S. et PHILLIPS, W. (1993). Momentum transfer by adiabatic passage in a light field. In *Fundamentals of Quantum Optics III*, pages 51–59. Springer.
- [Wilkinson, 1987] WILKINSON, J. (1987). Ring lasers. *Prog. Quant. Electron.*, 11(1):1–103.
- [Winkler *et al.*, 2005] WINKLER, K., THALHAMMER, G., THEIS, M., RITSCH, H., GRIMM, R. et DENSCHLAG, J. H. (2005). Atom-molecule dark states in a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 95:063202.
- [Wu *et al.*, 2004] WU, J., FEDDER, G. K. et CARLEY, L. R. (2004). A low-noise low-offset capacitive sensing amplifier for a $50\text{-}\mu\text{g}/\text{Hz}^{1/2}$ monolithic cmos mems accelerometer. *IEEE J. Solid-St. Circ.*, 39(5):722–730.
- [Wynands et Weyers, 2005] WYNANDS, R. et WEYERS, S. (2005). Atomic fountain clocks. *Metrologia*, 42(3):S64.
- [Yamashita *et al.*, 2003] YAMASHITA, M., KOASHI, M., MUKAI, T., MITSUNAGA, M., IMOTO, N. et MUKAI, T. (2003). Optimization of evaporative cooling towards a large number of bose-einstein-condensed atoms. *Phys. Rev. A*, 67:023601.
- [Yatsenko *et al.*, 1998] YATSENKO, L. P., GUÉRIN, S., HALFMANN, T., BÖHMER, K., SHORE, B. W. et BERGMANN, K. (1998). Stimulated hyper-raman adiabatic passage. i. the basic problem and examples. *Phys. Rev. A*, 58:4683–4690.
- [Yu *et al.*, 2006] YU, N., KOHEL, J., KELLOGG, J. et MALEKI, L. (2006). Development of an atom-interferometer gravity gradiometer for gravity measurement from space. *Appl. Phys. B*, 84(4):647–652.

- [Zobay et Garraway, 2004] ZOBAY, O. et GARRAWAY, B. M. (2004). Atom trapping and two-dimensional bose-einstein condensates in field-induced adiabatic potentials. *Phys. Rev. A*, 69:023605.

Titre : Vers un accéléromètre atomique sur puce

Mots clés : interféromètre atomique, puce atomique, accéléromètre, potentiels micro-ondes, STIRAP

Résumé : Dans ce manuscrit, nous rapportons les développements, théoriques et expérimentaux, en cours à TRT, visant la réalisation d'un accéléromètre à atomes froids. Cet interféromètre utilise un gaz ultra-froid non-dégénéré qui est piégé au voisinage d'une puce atomique pendant toute la séquence d'interrogation.

Nous décrivons un protocole d'interrogation permettant de rendre le capteur sensible aux accélérations. Ce protocole est constitué d'une séquence de Ramsey avec une séparation spatiale des deux états de l'interféromètre. Le signal et le contraste de cet interféromètre sont modélisés et l'utilisation de raccourci à l'adiabaticité est considérée pour réaliser une séparation et une recombinaison rapide des deux états. Nous décrivons aussi une implémentation de cet interféromètre sur une puce atomique. Elle repose sur

la création de deux potentiels habillés micro-onde, un pour chacun des deux états de l'interféromètre.

Le dispositif de refroidissement des atomes, mis en place pendant cette thèse, est décrit. Des atomes de rubidium 87 sont refroidis jusqu'à la condensation de Bose-Einstein dans l'état $|2, 2\rangle$. Un protocole de type *stimulated Raman adiabatic passage* utilisant des champs micro-ondes, permet ensuite de transférer les atomes (condensés ou thermiques) vers l'état $|2, 1\rangle$. Cette source atomique a permis de réaliser des mesures du contraste des franges de Ramsey en fonction de la symétrie des potentiels piégeant les deux états de l'interféromètre. Le temps de décroissance du contraste mesuré permet de valider les développements théoriques sur le contraste de l'interféromètre.

Title : Towards an atom chip accelerometer

Keywords : atom interferometer, atom chip, accelerometer, microwave potentials, STIRAP

Abstract : In this manuscript we report the theoretical and experimental developments, in progress at TRT, aiming at the realization of a cold atom accelerometer. This accelerometer uses an ultra-cold non-degenerated gas which is trapped in the vicinity of an atom chip during the whole interrogation sequence.

We describe an interrogation protocol allowing the sensor to be sensitive to acceleration. This protocol uses a Ramsey sequence with a spatial separation of the two interferometer states. The signal and the contrast of this interferometer are derived and the use of shortcut to adiabaticity is considered to enable fast splitting and merging of the two states. We also describe a design of the accelerometer on an atom

chip. This design uses two dressed microwave potentials, one for each of the two interferometer states.

We described the atom cooling experiment built during this thesis. Atoms of rubidium 87 have been cooled to Bose-Einstein condensation in state $|2, 2\rangle$. A stimulated Raman adiabatic passage protocol using microwave fields, allows to transfer an atomic cloud (condensed or thermal) to the state $|2, 1\rangle$. With this atomic source the contrast of the Ramsey fringes as a function of the symmetry between the interferometer traps have been measured. The measured contrast falling time is in good agreement with the theoretical prediction for the interferometer contrast.